CNPq

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO

GOVERNO FEDERAL
BRASIL
UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

Anais da 14ª SEMAT

Semana da Licenciatura em Matemática

ISSN: 2363-8529

Volume 1
2023

DIAS 17, 18 E 19 DE OUTUBRO

INSTITUTO FEDERAL
Goiás

14ª Semana da Licenciatura em Matemática do
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Câmpus Goiânia

14ª Semana da Licenciatura em Matemática do IFG – Câmpus Goiânia	
Realização:	Coordenação da Área de Matemática do Câmpus Goiânia
Apoio:	Direção Geral do Câmpus Goiânia
	Departamento da Área Acadêmicas II
Período:	17 a 19 de outubro de 2023
Site:	<https://eventos.ifg.edu.br/semat/>
ISSN:	2363-8529

PREFÁCIO

A 14ª Semana da Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - Câmpus Goiânia, aconteceu nos dias 17, 18 e 19 de outubro de 2023, como um evento integrado à Semana de Educação, Ciência, Tecnologia e Cultura do IFG.

Foi um evento organizado pela Coordenação da Área Acadêmica de Matemática do Câmpus Goiânia do IFG, visando congregar professores, pesquisadores e alunos da área, de modo a socializar o conhecimento que vem sendo produzido em Matemática e Educação Matemática.

Em 2023 foram ofertados 7 Minicursos, 1 oficina, 1 mesa redonda e 2 palestras, contando com a colaboração de professores locais e de outras instituições de ensino superior. Recebemos a submissão de 31 trabalhos para apresentação oral, dos quais foram apresentados no evento e constam publicados nestes Anais, um total de 29 trabalhos, sendo 22 no formato de comunicação científica/trabalho completo e 7 no formato de relato de experiência, divididos nos eixos temáticos: Matemática, Matemática Aplicada, Formação de Professores que Ensinam Matemática, Tendências no Ensino de Matemática e Dimensões Culturais e Políticas na Educação Matemática.

Esperamos que os trabalhos apresentados nesses anais sejam uma fonte de inspiração para futuras pesquisas e ações em sala de aula, contribuindo para o desenvolvimento de novos conhecimentos e para a aprendizagem em sala de aula.

Agradecemos, mais uma vez, todos os autores que contribuíram com seus trabalhos para a 14ª SeMat, bem como todos que participaram, contribuindo para o êxito do evento e a divulgação da pesquisa científica em Matemática e Educação Matemática.

Profa. Dra. Aline Mota de Mesquita Assis
Profa. Dra. Arianny Grasielly Baião Malaquias

Sumário

TRABALHOS COMPLETOS

PRIMEIRA FORMA FUNDAMENTAL E APLICAÇÕES

Karoline Victor Fernandes[1]

Resumo
O presente trabalho discorre sobre a primeira forma fundamental, ou quadrática, de uma superfície. Esta é uma estrutura geométrica por meio da qual obtemos as medidas de comprimento de curvas, ângulo e área de regiões de uma superfície. Para essa tarefa, consideramos o plano tangente, e em cada ponto deste, calculamos o produto interno. Em decorrência disso, e através da primeira forma quadrática, podemos determinar os ditos aspectos geométricos tendo como único caminho possível a própria superfície, isto é, desconsiderando o espaço ambiente. Nesse estudo faremos aplicações da primeira forma fundamental de modo a demonstrar e exemplificar tais propriedades, bem como sua utilidade e importância para a matemática.

Palavras-chave: Superfícies. Primeira forma. Comprimento. Área.

1 Considerações Iniciais

As superfícies que trataremos aqui são subconjunto S de R^3 para os quais é possível trabalhar com funções diferenciáveis. Assim em cada ponto $p \in S$ definimos um plano tangente T_pS. Em torno do ponto desenvolvemos a geometria diferencial a partir da variação do plano tangente. Ao aprofundarmos na geometria intrínseca, observamos que todas as noções (curvatura Gaussiana, geodésicas, completitude, etc.) dependem exclusivamente da escolha de um produto interno em cada T_pS.

2 Desenvolvimento

As superfícies parametrizadas regulares podem ser compreendidas de modo análogo as curvas parametrizadas diferenciáveis. Uma curva é uma aplicação diferenciável α cujo traço pode ser visto em R^2 ou em R^3. No entanto, em ambos os casos, os domínios estão sempre contidos em R. Dessa forma, a parametrização das curvas sempre ocorre em função de uma única variável, chamada parâmetro da curva e geralmente denotado por t. Nas superfícies, o

[1] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Goiânia. karoline.victor@ifg.edu.br.

domínio por sua vez, é o R^2 e, portanto, a aplicação se dá em função de duas variáveis, as quais representaremos por u e v. Para as definições e proposições apresentadas usaremos os livros (Picado, 2006) e (Tenenblat, 2008).

Definição: Uma superfície parametrizada regular é uma aplicação $X: U \subset R^2 \to R^3$, na qual U é um aberto de R^2, tal que:

a) X é diferenciável de classe C^∞ ;
b) Para todo $q = (u, v) \in U$, a diferencial de X em q, $dX_q: R^2 \to R^3$, é injetora.

As variáveis u, v são os parâmetros da superfície. O subconjunto S de R^3 obtido pela imagem da aplicação X é denominado traço de X.

Ao mencionar que X é diferenciável de classe C^∞ significa que na aplicação

$$X (u, v) = (x (u, v), y (u, v), z (u, v)),$$

as funções x (u, v), y (u, v), z (u, v) têm derivadas parciais contínuas de todas as ordens. O item b) é equivalente a dizer que os vetores $X_u (u_0, v_0)$ e $X_v (u_0, v_0)$ são linearmente independentes ou ainda que $X_u (u_0, v_0) \times X_v (u_0, v_0) \neq 0$. Todas essas afirmativas garantem a existência de um plano tangente em cada ponto da superfície.

Considere $X: U \subset R^2 \to R^3$ uma superfície parametrizada, então se fixarmos um ponto $(u_0, v_0) \in U$, as curvas $u \mapsto X (u, v_0)$ e $v \mapsto X (u_0, v)$, serão chamadas curvas coordenadas de X em (u_0, v_0). Os vetores $X_u (u_0, v_0)$ e $Xv (u_0, v_0)$ são os vetores tangentes às curvas coordenadas.

Exemplo: Consideremos a aplicação $X: U \subset R^2 \to R^3$ definida por

$$X (u, v) = (a \text{ sen } v \cos u, a \text{ sen } v \text{ sen } u, a \cos v),$$

na qual $a > 0$ e $U = R \times (0, \pi) = \{(u, v) \in R^2; u \in R \text{ e } 0 < v < \pi\}$. A aplicação X é diferenciável e os vetores

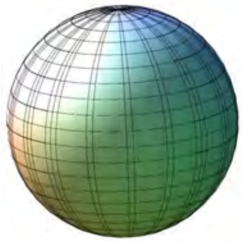
$$X_u = (- a \text{ sen } v \text{ sen } u, a \text{ sen } v \cos u, 0) \text{ e } X_v = (a \cos v \cos u, a \cos v \text{ sen } u, - a \text{ sen } v)$$

são linearmente independentes, para todo $(u, v) \in U$. De fato,

$$X_u \times X_v = (-a^2 \text{ sen}^2 v \cos u, - a^2 \text{ sen}^2 v \text{ sen } u, - a^2 \text{ sen } v \cos v)$$

e $|X_u \times X_v| = a^2 \text{ sen } v \neq 0$, já que $v \in (0, \pi)$.

Figura 1 – Esfera.



Fonte: Figura elaborada pela autora.

A imagem de X é a esfera centrada na origem de raio a, menos os dois polos. As curvas coordenadas são os meridianos e os paralelos da esfera.

2.1 Vetor Tangente

Considerando a superfície parametrizada regular X (u, v), (u, v) ∈ U ⊂ R^2 onde u e v são funções diferenciáveis de um parâmetro t ∈ I ⊂ R, obtemos uma curva diferenciável α(t) = X(u(t), v(t)) com o traço contido na superfície. A partir de α definiremos um vetor tangente a X em q e, posteriormente, o plano tangente.

Definição: Se X (u, v) é uma superfície parametrizada regular, dizemos que um vetor w de R^3 é um vetor tangente a X em q = (u_0, v_0) se $w = \alpha'(t_0)$ onde α(t) = X(u(t), v(t)) é uma curva da superfície, tal que (u(t_0), v(t_0)) = (u_0, v_0).

Uma vez que os vetores X_u (u_0, v_0) e X_v (u_0, v_0) são tangentes às curvas coordenadas de X, temos também que eles são vetores tangentes a X.

Definição: O plano tangente a X em (u_0, v_0) é o conjunto de todos os vetores tangentes a X em (u_0, v_0), que denotamos por T_qX, onde q = (u_0, v_0).

A seguinte proposição é consequência da definição de superfície parametrizada regular, pois os vetores X_u e X_v são linearmente independentes. Neste caso mostraremos que T_qX é um plano de R^3, gerado por X_u e X_v.

Proposição: Seja X (u, v) uma superfície parametrizada regular e q = (u_0, v_0). T_qX é o conjunto de vetores obtidos como combinação linear de X_u (u_0, v_0) e X_v (u_0, v_0).

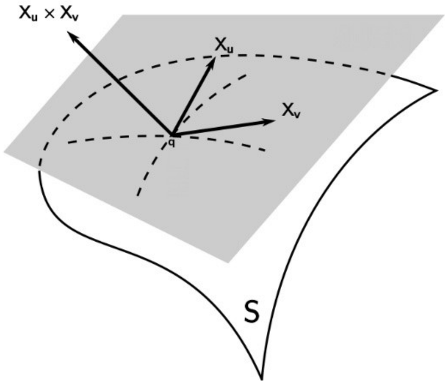
Demonstração: Se w ∈ T_qX, então $w = \alpha'(t_0)$), em que α(t) = X(u(t), v(t)) e (u(t_0), v(t_0)) = (u_0, v_0). Portanto, pela regra da cadeia, $w = \alpha'(t_0) = X_u(u_{0,}v_0)u'(t_0) + X_v(u_{0,}v_0)v'(t_0)$, isto é, w é uma combinação linear dos vetores X_u e X_v em (u_0, v_0). Reciprocamente, suponhamos que w = a X_u (u_0, v_0) + b X_v (u_0, v_0), então existe uma curva α(t) da superfície tal que (u (0), v

(0)) = (u_0, v_0) e $\alpha'(0) = w$. De fato, basta considerar α(t) = X(u(t), v(t)), onde u(t) = u_0 + at, e v(t) = v_0 + bt, com t ∈ R. □

2.2 Vetor Normal

Se X (u, v) é uma superfície e q = (u_0, v_0), dizemos que um vetor de R^3 é normal a X em q se é ortogonal a T_qX, isto é, é ortogonal a todos os vetores tangentes a X em q.

Figura 2 –Vetor Normal.



Fonte: Introdução à Geometria Diferencial (Tenenblat, 2008).

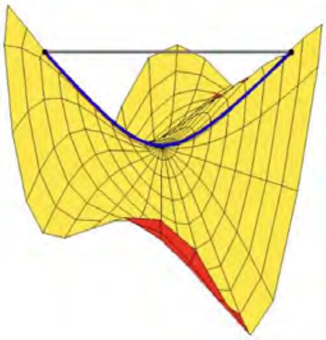
Considerando o ponto q = (u_0, v_0) e o plano tangente a qual pertence, passará por ele uma única reta ortogonal ao plano. Essa reta pode conter somente dois vetores unitários, em sentidos opostos. Assim fixaremos o vetor unitário normal a X em q como sendo o vetor

$$N(q) = \frac{X_u \times X_v}{|X_u \times X_v|}(q).$$

2.3 Primeira Forma Fundamental

A primeira coisa que um habitante de uma superfície, com alguma curiosidade pela geometria, talvez queira saber, é como medir a distância entre dois pontos da superfície. Naturalmente, está distância será, em geral diferente da distância medida por um habitante do espaço tridimensional, pois o segmento de reta que dá o caminho mais curto entre dois pontos de R^3 não está, em geral, contido na superfície. Na figura abaixo podemos ver a diferença entre as duas possibilidades.

Figura 3 –Primeira Forma Fundamental.



Fonte: Apontamentos de Geometria Diferencial (Picado, 2006).

Abordaremos aqui a primeira forma fundamental, também conhecida como primeira forma quadrática, ela é de grande valor no estudo da teoria local das superfícies pois está diretamente relacionada com o comprimento das curvas em uma superfície, o ângulo entre vetores tangentes e a área de regiões da superfície.

Definição: Seja X: $U \subset R^2 \rightarrow R^3$ uma superfície regular, $\forall$ q $\in$ U, a aplicação

$$\begin{aligned} I_q:\ & T_qX \rightarrow R \\ & w \mapsto I_q(w) = \langle w, w\rangle = |w|^2 \end{aligned}$$

é denominada a primeira forma quadrática de X em q.

Se $w \in T_qX$ para uma superfície X (u, v) e um ponto $q = (u_0, v_0)$ então $w = a\, X_u (u_0, v_0) + b\, X_v (u_0, v_0)$, sendo a e b $\in$ R. Fazendo as devidas substituições na definição, obtemos

$$I_q(w) = a^2\langle X_u, X_u\rangle (u_0, v_0) + 2ab\langle X_u, X_v\rangle (u_0, v_0) + b^2\langle X_v, X_v\rangle (u_0, v_0).$$

Adotaremos uma nova notação a partir de agora. Seja: $E (u_0, v_0) = \langle X_u, X_u\rangle (u_0, v_0)$, $F (u_0, v_0) = \langle X_u, X_v\rangle (u_0, v_0)$ e $G (u_0, v_0) = \langle X_v, X_v\rangle (u_0, v_0)$; temos que:

$$I_q(w) = a^2\, E (u_0, v_0) + 2ab\, F (u_0, v_0) + b^2\, G (u_0, v_0).$$

Esta é a primeira forma fundamental ou quadrática. Variando (u, v) temos as funções diferenciáveis E (u, v), F (u, v) e G (u, v) como coeficientes da primeira forma quadrática.

2.4 Comprimento

Seja X (u, v) uma superfície parametrizada regular. Se $\alpha(t)=X(u(t), v(t))$, $t \in I \subset R$, é uma curva diferencial da superfície, então para $t_0, t_1 \in I$, $t_0 \leq t$, o comprimento de $\alpha(t_0)$ a $\alpha(t_1)$ é dado por

$$\int_{t_0}^{t_1} |a'(t)| \ = \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{I_{q(t)}\big(a'(t)\big)}\ dt,$$

onde usamos o fato que $a'(t)$ é um vetor tangente à superfície em q(t)= (u(t), v(t)).

Exemplo: Seja S uma esfera de raio a cuja parametrização é dada por:

$$X\ (u, v) = (a \text{ sen } v \cos u,\ a \text{ sen } v \text{ sen } u,\ a \cos v),\ V = \{(u, v);\ 0 < v < \pi,\ 0 < u < 2\pi\}.$$

Para a superfície em questão, temos

$$X_u = (-\ a \text{ sen } v \text{ sen } u,\ a \text{ sen } v \cos u,\ 0)$$

e

$$X_v = (a \cos v \cos u,\ a \cos v \text{ sen } u,\ -\ a \text{ sen } v),$$

Calculando os coeficientes E, F e G, obtemos

$$E\ (u, v) = \langle X_u, X_u\rangle = a^2 \text{ sen}^2 v \text{ sen}^2 u + a^2 \text{ sen}^2 v \cos^2 u = a^2 \text{ sen}^2 v,$$

$$F\ (u, v) = \langle X_u, X_v\rangle = -\ a^2 \text{sen } v \cos v \text{ sen } u \cos u + a^2 \text{sen } v \cos v \text{ sen } u \cos u = 0 \text{ e}$$

$$G\ (u, v) = \langle X_v, X_v\ \rangle = a^2 \cos^2 v \cos^2 u + a^2 \cos^2 v \text{ sen}^2 u + a^2 \text{ sen}^2 v = a^2,$$

istó quer dizer que o comprimento de $\alpha(t_0)$ a $\alpha(t_1)$, de qualquer curva na esfera é igual a

$$\int_{t_0}^{t_1} \sqrt{\big(u'(t)\big)^2 a^2 sen^2 v + \big(v'(t)\big)^2 a^2}\ \ dt.$$

Um meridiano é a curva $\alpha(t)$=X (u_0, t), considerando $0 \leq t \leq \pi$, observamos que ele tem comprimento

$$\int_0^{\pi} \sqrt{a^2}\ \ dt = at|_0^{\pi} = a\pi$$

Um paralelo é a curva $\alpha(t)$=X (t, v_0), considerando $0 \leq t \leq 2\pi$, observamos que ele tem comprimento

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{a^2 sen^2 v_0} dt = a\ sen\ v_0\ t\ |_0^{2\pi} = 2\pi a\ sen\ v_0.$$

2.5 Cálculo de áreas

Uma região D do plano é um subconjunto de R^2 fechado e limitado, cujo o interior é homeomorfo a uma bola aberta de R^2 e cujo bordo, homeomorfo a uma circunferência, é formado por um número finito de traços de curvas regulares.

Se X: $U \subset R^2 \rightarrow R^3$ é uma superfície regular e $D \subset U$ é uma região de R^2, então dizemos que X(D) é uma região da superfície X.

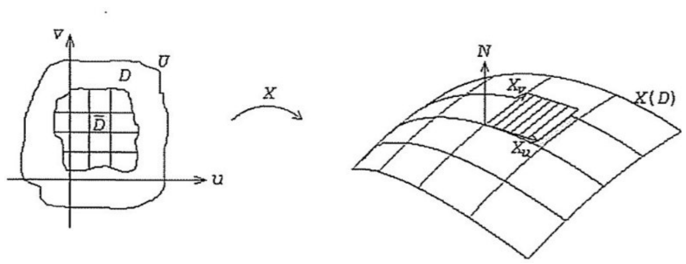
Definição: Seja $X: U \subset R^2 \to R^3$ uma superfície parametrizada regular e $D \subset U$ uma região de R^2, tal que X restrita ao interior de D é injetiva. A área da região X(D) é dada por

$$A(X(D)) = \iint_D \sqrt{EG - F^2}\, dudv,$$

onde E, F, G são coeficientes da primeira forma quadrática de X.

Geometricamente, fixemos um ponto $(u_0, v_0) \in D$. A área do paralelogramo formado pelos vetores $X_u(u_0, v_0)$ e $X_v(u_0, v_0)$ é dada por $|X_u(u_0, v_0) \times X_v(u_0, v_0)|$. Este valor é aproximadamente igual a área de uma região em $X(\overline{D})$ em que $\overline{D} \subset D$ é um retângulo com vértice em (u_0, v_0) e cujos lados são paralelos aos eixos coordenados u e v.

Figura 4 – Áreas



Fonte: Introdução à Geometria Diferencial (Tenenblat, 2008).

Além disso, considerando que $|X_u \times X_v| = \sqrt{EG - F^2}$ é possível verificar que a área de uma região da superfície é invariante por mudanças de coordenadas. Além disso se $X: U \subset R^2 \to R^3$ uma superfície parametrizada regular e $Q \subset X(U)$ pode ser decomposto em um número finito de regiões, então definimos a área de Q como soma das áreas das regiões da decomposição. Também é possível demostrar que essa soma independe da maneira que Q é decomposta.

Exemplo: Para a parametrização da esfera temos que $E(u, v) = a^2 \operatorname{sen}^2 v$, $F(u, v) = 0$ e $G(u, v) = a^2$. Assim temos que $\sqrt{EG - F^2} = \sqrt{a^4 sen^2 v} = a^2 \operatorname{sen}^2 v$. Sabemos que $0 < v < \pi$ e $0 < u < 2\pi$, então a área total de S^2 é dada por

$$A(R) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} a^2 senv\, dv\, du = a^2 \int_0^{2\pi} [-\cos v|_0^{\pi}] du = a^2 \int_0^{2\pi} 2du = 4\pi\, a^2.$$

3 Considerações Finais

No decorrer deste trabalho, estudamos a Primeira Forma Fundamental, estrutura geométrica própria das superfícies, de grande importância para a compreensão da Geometria Diferencial em sua totalidade e de significativa utilidade para determinação de ângulos, comprimentos de curvas e áreas de regiões de superfícies. Para tanto, aplicamos os conhecimentos adquiridos em geometria analítica, álgebra linear e cálculo diferencial ao fazer o estudo local da geometria diferencial das superfícies no espaço euclidiano; estudamos superfícies parametrizadas regulares e definimos plano tangente e vetor normal. Além disso, de forma a sedimentar, exemplificar e agregar conhecimentos, apresentaremos aplicações da Primeira Forma Fundamental.

4 Referências

PICADO, Jorge. **Apontamentos de Geometria Diferencial.** Departamento de Matemática, São Paulo: Universidade de Coimbra, 2006.

TENENBLAT, Kati, **Introdução à Geometria Diferencial**. São Paulo: Blucher, 2008.

APLICAÇÕES DE ÁLGEBRA LINEAR

Júlio Cezar Pedrosa da Silva (Instituto Federal de Goiás/Câmpus Goiânia – eng.pedrosa@live.com)
Fabiana Barbosa da Silva (Instituto Federal de Goiás/Câmpus Goiânia – fabianabs_85@hotmail.com)
Aline Mota de Mesquita Assis (Instituto Federal de Goiás/Câmpus Goiânia – aline.mesquita@ifg.edu.br)

Resumo
Este artigo, feito por meio de uma pesquisa bibliográfica, apresenta aplicações da Álgebra Linear, visando contribuir com o ensino dela, visto ser ela uma disciplina muito abstrata, extremamente importante e necessária para o desenvolvimento de várias outras disciplinas. Deste modo, o objetivo deste artigo é levantar aplicações da Álgebra Linear relacionadas com os cursos de Engenharia Mecânica, Engenharia de Controle e Automação, Engenharia Elétrica, Engenharia Civil, Licenciatura em Física, Bacharelado em Química, Licenciatura em Música, Engenharia Ambiental e Licenciatura em Matemática, que são cursos do IFG – Câmpus Goiânia, que tem a disciplina de Álgebra Linear em sua grade, desenvolvendo um material de apoio para os alunos e professores destes cursos, para os auxiliarem no aprimoramento do processo de ensino-aprendizagem.

Palavras-chave: Álgebra Linear. Aplicações. Cursos do IFG – Câmpus Goiânia.

1 Introdução

Atualmente estamos vivendo a era da tecnologia, embora não percebamos, precisamos muito da Matemática diversos aparelhos eletrônicos que tanto facilitam a vida do homem se fundamentaram através de vários cálculos matemáticos, inclusive a própria era industrial se deu em razão do desenvolvimento da Física e da Matemática, mais precisamente por Newton, Lagrange, Fourier, Cauchy e Gauss, entre outros cientistas que contribuíram para tudo o que conhecemos hoje.

Dentre os diversos ramos da Matemática procuramos focar nosso estudo na Álgebra Linear. Percebemos que há uma grande necessidade de fazer um estudo aprofundado acerca do conteúdo estudado nesta disciplina e de suas aplicações, uma vez que o índice de abstração por ela exigido é muito grande. Assim, com este artigo temos como objetivo fazer um levantamento das aplicações da Álgebra Linear relacionadas com os cursos de Engenharia Mecânica, Engenharia de Controle e Automação, Engenharia Elétrica, Engenharia Civil, Licenciatura em Física, Bacharelado em Química, Licenciatura em Música, Engenharia

Ambiental e Licenciatura em Matemática, buscando informações que podem ser úteis no processo de ensino-aprendizado.

É crescente a busca por informações sobre o processo de ensino-aprendizagem em relação à Álgebra Linear no nível superior:

> É fato que a Álgebra Linear constitui uma parte importante no conteúdo matemático que é ensinado no início da universidade, sendo vista como uma disciplina fundamental por quase todos os matemáticos e por muitos cientistas que a utilizam como ferramenta. Além disso, as dificuldades dos estudantes em Álgebra Linear parecem tão importantes e visíveis quanto em análise (DORER, 1998).

E ainda, conforme Silva (2011, n.p.):

> Provavelmente o curso de álgebra linear é o curso, dentro das disciplinas da matemática, de maior importância para estudantes e profissionais de diversas áreas fora da própria matemática. Ele é essencial nas engenharias e, particularmente, na ciência da computação. Por outro lado, para alunos de matemática, ele significa a primeira grande incursão no terreno da abstração, onde conceitos bastante concretos, válidos para os vetores de três dimensões, são aplicados em outros espaços de dimensões arbitrárias e de natureza diversa e muitas vezes surpreendente. Nem sempre é trivial a passagem entre tópicos tais como a solução de sistemas de *n* equações lineares com *m* incógnitas para outro como núcleos de transformações lineares, homomorfismos e isomorfismos.

De acordo com Niss (1994), há trinta, quarenta anos atrás, aos professores de Matemática cabiam-lhes apenas dar aula, não importando a aprendizagem de cada aluno, pois esta era de total responsabilidade do próprio estudante. Hoje existe uma grande preocupação por parte dos professores universitários diante do processo que é ensinar e aprender esta disciplina que é tão abstrata aos olhos dos alunos que não conseguem absorver tudo de início. Diante desta problemática se faz necessário o estudo de didáticas que possam identificar e assim classificar as diferentes dificuldades que atrapalham na construção do conhecimento.

Vemos que a matemática sempre foi muito importante para o desenvolvimento da sociedade. Essa importância se reflete muito atualmente, onde quase tudo que utilizamos possui algum tipo de sistema programado, sendo que tais sistemas dependem fundamentalmente do uso de conhecimentos matemáticos, principalmente da álgebra linear. É neste intuito que fazemos um levantamento de algumas Aplicações da Álgebra Linear nos diferentes cursos que compõem a grade curricular dos cursos do IFG – Câmpus Goiânia.

2 Aplicações

A seguir apresentamos algumas aplicações de Álgebra Linear específicas para os cursos do Instituto Federal de Goiás (IFG) - Câmpus Goiânia, relacionando os cursos da instituição com suas respectivas disciplinas e conteúdos de Álgebra Linear utilizados em cada uma delas.

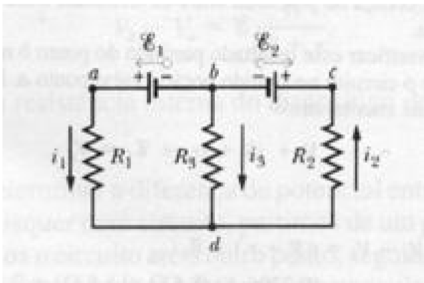
2.1 Engenharia Mecânica

2.1.1 Lei de Kirchoff

O estudo das Leis de Kirchhoff são um exemplo de aplicação de álgebra, quando se fala de circuito elétrico, é necessário falar da Lei de Ohm, que é definida como sendo a força elétrica como o produto da resistência e corrente elétrica. Em um sistema de malha fechado, ou lei dos nós, tem-se que a corrente que entra no sistema é igual a que sai dele. Estudado em eletricidade e magnetismo/eletrotécnica ou eletrônica, é importante destacar a aplicação da Regra de Cramer para a determinação da corrente ou tensão em determinado ponto, e/ou sistemas de equações lineares e matrizes para encontrar os mesmos dados.

Exemplo: Considere a malha a seguir. No circuito onde $\varepsilon_1 = 12$ V, $\varepsilon_2 = 4$ V, $R_1 = 2$ Ω, $R_2 = 5$ Ω, $R_3 = 4$ Ω ache a corrente em cada ramo do circuito, e a ddp entre os pontos b e d (Viana, 2005).

Figura 1. Sistema de malha fechada de dois nós



Fonte: Viana (2005, pg 4)

Solução: Analisando o circuito obtemos o sistema que reescrito em sua forma matricial resulta em:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 + i_3 = 0 \\ -2i_1 + 4i_3 = -12 \\ -5i_2 - 4i_3 = 4 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 4 \\ 0 & -5 & -4 \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 0 \\ -12 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Utlizando a regra de Cramer, obtemos:

$$\Delta=\begin{vmatrix}1 & -1 & 1\\ -2 & 0 & 4\\ 0 & -5 & -4\end{vmatrix}=38 \qquad \Delta_1=\begin{vmatrix}0 & -1 & 1\\ -12 & 0 & 4\\ 4 & -5 & -4\end{vmatrix}=92$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix}1 & 0 & 1\\ -2 & -12 & 4\\ 0 & 4 & -4\end{vmatrix}=24 \qquad \Delta_3=\begin{vmatrix}1 & -1 & 0\\ -2 & 0 & -12\\ 0 & -5 & 4\end{vmatrix}=-68$$

$$i_1=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{92}{38}=2{,}42 \qquad i_2=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{24}{38}=0{,}632 \qquad i_3=\frac{\Delta_3}{\Delta}=\frac{-68}{38}=-1{,}789$$

2.1.2 Estudo das tensões

Outra aplicação a ser citada, tem-se, o estudo das tensões em estruturas, por exemplo, em vigas. As definições e aplicações podem ser encontradas em Zagottis (1982). Tensão pode ser definida como sendo um elemento de pressão, como uma força normal por unidade de área. Aplicada ao curso de Estática/Mecânica dos sólidos e resistência dos materiais. Em um estudo duplo ou plano de tensões, existem tensões aplicadas em um elemento infinitesimal em diversas direções. Usa-se expressões de transformação de coordenadas na forma matricial para determinar uma força apenas, aplicada somente em uma direção que é o mais utilizado na teoria. Outros usos de álgebra nesse conteúdo podem ser aplicados com produto interno, operadores lineares (definição do operador das tensões); utiliza-se também para o cálculo das tensões principais autovalores e autovetores, e a utilização de determinantes para calcular os invariantes das tensões. Exemplos e exercícios podem ser observados em Mascia (2006).

2.1.3 Elementos finitos

Elementos finitos são métodos numéricos usados, dentre outras finalidades, para substituir testes para prever comportamento de alguns materiais em determinadas situações. Para isso, os programas dispõem de uma gama de métodos, baseados principalmente e, relações de tensão e deformação, além de multiplicação de matrizes e funções matriciais para realizar a simulação (CARVALHO, 2002).

2.1.4 Estruturas metálicas

Veja tópico 2.3.2.

2.1.5 Vibrações Mecânicas

Na disciplina Vibrações Mecânicas todas as teorias e equações tem sua escrita na forma matricial, além da vetorial, de modo que para provar a maioria das equações aplicadas à vibração utiliza-se conceitos de álgebra linear, em principal, sistemas lineares, matrizes, determinantes, autovetores e autovalores. Essa disciplina é específica do curso de engenharia mecânica e suas aplicações são bastante consideráveis na área da física. Algumas aplicações estariam na mecânica newtoniana de movimento, método Lagrangeano para determinar equações de movimento e para a determinação de sinais e amplitude de uma onda. Outra aplicação seria de matrizes não simétricas e matrizes modais não normalizadas para a criação de uma base ortogonal no espaço modal para um sistema giroscópico (RAO, 2008).

2.1.6 Sistemas Lineares

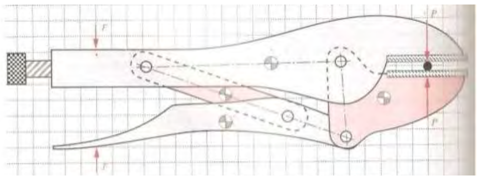
Veja o tópico 2.2.4.

2.1.7 Problemas estaticamente indeterminados

Uma interessante aplicação de álgebra nas disciplinas de estática, dinâmica das máquinas e resistência dos materiais que só pode ser resolvido através de álgebra linear são os problemas estaticamente indeterminados, onde, aplicam-se os conteúdos de equações e sistemas lineares, bem como multiplicação de matrizes para resolver problemas que pelos métodos numéricos convencionais não se pode determinar, visto que, pelas regras físicas comuns esse problema acontece quando se tem mais incógnitas que equações, fazendo-se assim necessário para a resolução desse problema, métodos computacionais de álgebra linear.

Exemplo: Para o alicate de pressão desenhado na figura 2. Ache as forças que atuam em cada pino e membros do conjunto, assumindo que a força aplicada na peça é $P = 4000\,N$ na posição mostrada.

Figura 2. Alicate de pressão



Fonte: Acervo do Autor

Se analisarmos o problema acima, ele gerará esforços em cada um dos pontos de união. Ao total existem 4 pontos de união e cada um deles se encontra preso em 2 partes do alicate. Assim, temos que existem 17 esforços sendo aplicados na peça, onde, cada pino tem 4 esforços, sendo 2 na direção x e 2 na direção y, e a força F descrita, totalizando as 17 forças no total. Se considerarmos que se trata de um problema estático, loca a somatória das forças ao total ou em cada pino isolado é igual a 0, logo ficamos com 17 equações, que para determinar cada uma delas, será necessário a construção de uma matriz 17x17 do tipo AX=b, onde após a sua resolução, poderemos obter cada uma das forças atuantes, sendo ao final os seguintes valores de força;

$F_{12x}=-3485$
$F_{12y}=-1926$
$F_{14x}=-3485$
$F_{14y}=-94563$
$F_{32x}=-3485$
$F_{32y}=-1926$
$F=134$
$F_{21x}=3485$
$F_{21y}=1926$
$F_{34x}=-3485$
$F_{34y}=98563$
$F_{41x}=3485$
$F_{41y}=5792$
$F_{23x}=3485$
$F_{23y}=1926$
$F_{43x}=3485$
$F_{43y}=-1792$

2.2 Engenharia de Controle e Automação e Engenharia Elétrica

2.2.1 Lei de Kirchhoff

Veja tópico 2.1.1

2.2.2 Estudos das tensões

Veja tópico 2.1.2

2.2.3 Cálculo de fluxo de potência

O cálculo de fluxo de potência ou de carga em uma rede de energia consiste na determinação da tensão e da corrente dos elementos, ou do fluxo de potência deles, verificando se a linha de transmissão não está sobrecarregada e, caso esteja, faz-se necessário um redirecionamento do fluxo de potência. Assim, a aplicação de álgebra linear consiste em multiplicações de matrizes e sistemas matriciais. Esse conteúdo programático é visto nos cursos de engenharia elétrica, controle e automação e redes.

2.2.4 Sistemas Lineares

Na disciplina Sistemas Lineares, temos uma gama de aplicações envolvendo matrizes, autovetores, autovalores, determinantes, dependência e independência linear, diagonalização de operadores lineares e potências matriciais. Os conteúdos onde pode-se verificar essas aplicações são: aplicação das transformações de Fourier na análise de sinais e sistemas de tempo discreto, análise no espaço de estado, representação no espaço de estados dos sistemas LTI no tempo discreto e contínuo, soluções de equações de estado no tempo discreto e contínuo, sinais aleatórios nos processos aleatórios gaussianos. (HSU, 2012)

2.3 Engenharia Civil

2.3.1 Estudos das tensões

Veja tópico 2.1.2

2.3.2 Estruturas metálicas

Projeto de estrutura metálica (sistemas de estruturas para a parte resistente de um edifício) é uma aplicação onde é utilizando sistemas de equações lineares e multiplicações de matrizes para se determinar as forças que atuam em cada nó da estrutura, como mostrado abaixo:

2.3.3 Problemas estaticamente indeterminados

Ver tópico 2.1.7.

2.4 Licenciatura em Física

2.4.1 Lei de Kirchhoff

Veja tópico 2.1.1.

2.4.2 Mecânica quântica

Diagonalização de operadores, autovetor e autovalor (operador de Spin), determinantes, espaço e subespaço vetorial (espaço de Hilbert), dependência linear, aplicação a sistema a dois níveis (operador Hamiltoniano), notação de Dirac, todas essas são aplicações de álgebra linear na mecânica quântica, com aplicação também em física quântica e química quântica, interligados.

Se utilizarmos como exemplo o operador de Spin na direção z ($\hat{S}_z$), sabendo que cada partícula tem ligado a si um momento angular (spin), sendo representado por um vetor nas direções dos eixos x, y e z, temos: $\vec{S}=\left(\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z\right)$.

O operador de Spin $\hat{S}_z$ pode ser representado por:

$$\hat{S}_z=\frac{h}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Onde h é a constante de Planck, Calculando o polinômio característico de $\hat{S}_z$

$$det\left(\hat{S}_z - \widehat{I\lambda}\right|)=\left(\frac{h}{2}-\lambda\right)\left(\frac{h}{2}+\lambda\right)=0$$

obtêm-se os autovalores: $\frac{h}{2}e-\frac{h}{2}$,os quais definem o princípio da incerteza de Heisenbeg, que fala da impossibilidade de saber, com certeza, onde está um elétron em um determinado momento.

2.5 Licenciatura em Matemática

2.5.1 Equações Diferenciais Ordinárias

Dentro das equações diferenciais ordinárias podemos contar com o apoio da Álgebra Linear para resolver alguns sistemas, se temos um sistema de equações diferenciais lineares de primeira ordem onde sua matriz é diagonalizável, então podemos expressar a solução geral desse sistema em termos dos autovalores e autovetores dessa matriz.

Exemplo: Resolva (Zill, 2001):

$$\frac{dx}{dt}=2x+3y$$
$$\frac{dy}{dt}=2x+y$$

Solução: Inicialmente achamos os autovalores e os autovetores da matriz de coeficientes. A equação característica é

$$det(A-I)=\begin{matrix}2 & 3\\ 2 & 1\end{matrix}=\lambda^2-3\lambda-4=0.$$

Resolvendo a equação de segundo grau, notamos que os autovalores são $\lambda_1=-1\,e\,\lambda_2=4.$

Para $\lambda_1=-1$o autovalor correspondente é

$$K_1=\begin{pmatrix}-1\\ 1\end{pmatrix}.$$

E para $\lambda_2=4$ o autovetor correspondente é

$$K_2=\begin{pmatrix}3\\ 2\end{pmatrix}.$$

Como a matriz A de coeficiente é uma matriz 2×2, e como achamos duas soluções linearmente independente (1),

$$X_1=\begin{pmatrix}-1\\ 1\end{pmatrix}e^{-t} \text{ e } X_2=\begin{pmatrix}3\\ 2\end{pmatrix}e^{4t},$$

Concluímos que a solução geral do sistema é

$$X=c_1X_1+c_2X_2=c_1\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix}e^{-t}+c_2\begin{pmatrix}3\\ 2\end{pmatrix}e^{4t}.$$

O que resulta nas relações

$$x(t) = -c_1 e^{-t} + 3c_2 e^{4t}$$
$$y(t) = c_1 e^{-t} + 2c_2 e^{4t}.$$

2.5.2 Interpolação Spline Cúbica

Para encontrarmos uma curva que passa por pontos especificados no plano é preciso de um utensílio de desenho artístico, como um modelo físico, para depois se resolver o problema matematicamente. A representação analítica da curva será indicada com exatidão através da resolução de um sistema linear de equações. Quando uma curva passa por conjunto de pontos em um determinado plano nomeamo-la como curva interpoladora (BOLDRINE, 1980).

2.5.3 Cadeias de Markov

Uma Cadeia de Markov é um processo estocástico, ou seja, é um processo aleatório que depende do tempo. Ela tem contribuído com resultados que estão sendo utilizadas em diversas áreas como, por exemplo, na Matemática com probabilidades relacionadas a jogos e em Ciências Biológicas com a evolução da população e estudos sobre o DNA, tudo dependendo, basicamente, de cálculos matriciais e probabilísticos (HOWARD; RORRES, 2001).

2.5.4 Fractais

A geometria fractal é o ramo da matemática que estuda situações que não podem ser explicadas pela geometria clássica. Para se estudar os fractais utilizam-se algumas classes de transformações lineares, pois assim será possível gerar e descrever conjuntos que são complicados no plano euclidiano (HOWARD; RORRES, 2001).

2.5.5 Criptografia

Com a necessidade de transmitir mensagens com privacidade através de vias públicas é que se dá o estudo da criptografia, onde uma informação passa por um processo de codificação sendo possível apenas ao destinatário decifrá-la, pois ele possui a chave secreta sendo difícil alguém, sem a devida autorização, ler a mensagem. Para um estudo detalhado é necessário o uso de Matrizes, Operações Matriciais, Independência Linear e Transformações

Lineares (HOWARD; RORRES, 2001).

2.5.6 Teoria dos Códigos Corretores de Erros

A diferença entre a criptografia e um código corretor de erros é que este possibilita a detecção e correção de erros no processo de transmissão da mensagem. Para tanto, faz-se necessário à utilização de transformações lineares para garantir a confiabilidade da informação, bem como a utilização de toda a teoria de matrizes para detectar um erro cometido e corrigir a palavra que sofreu um ou mais erros na transmissão (HEFEZ; VILELA, 2002).

2.6 Licenciatura em Música

2.6.1 Um modelo de mínimos quadrados para a audição humana

A audição humana tem uma grande percepção para as notas musicais, pois tende a combinar informações sonoras de acordo com diferentes estilos. A área da ciência que estuda este fenômeno é denominada psicoacústica, onde são utilizados modelos matemáticos como projeções ortogonais em espaços com produto interno, aproximação por quadrados mínimos a uma onda sonora e a Série de Fourier para representar os padrões da audição humana.

2.6.2 Harmonia musical

Através de muitos estudos cientistas perceberam que a maioria dos sons musicais formam estruturas definidas por ondas e descritas por funções matemáticas, como a formação de acordes através de vetores, escalas musicais como base e mudanças de tons por meio de transformação lineares.

2.7 Engenharia Ambiental

2.7.1 Administração de florestas

Usando um modelo matricial é possível administrar uma floresta onde as árvores estão classificadas de acordo com a altura e assim criar um modelo sustentável de cortes de árvores de forma que o valor econômico total das árvores removidas seja o maior possível.

2.7.2 Crescimento populacional por faixa etária

Para estudos envolvendo o crescimento populacional os demográficos utilizam o modelo de Leslie, onde descreve o crescimento da parte fêmea de certa população sendo ela humana ou animal. O modelo consiste em usarmos Diagonalização de Matriz, Autovalores e Autovetores para desenvolvê-lo.

2.8 Bacharelado em Química

2.8.1 Balanceamento de equações químicas

Para balancear uma equação química, utiliza-se sistemas lineares.

Exemplo: Dada a equação química, determine o valor de cada molécula necessário para compor essa equação (Poffo,2001).

$$wNH_3 + xO_2 \rightarrow N_2 + yH_2O$$

Solução:
Quantidade de Nitrogênio: $w=2$
Quantidade de Hidrogênio: $3w=2y$
Quantidade de Oxigênio: $2x=y$

Assim, obtem-se o sistema linear

$$\begin{cases} w=2 \\ 3w-2y=0 \\ 2x-y=0 \end{cases}$$

cuja solução é $w=2, x=1{,}5 \; e \; y=3$, determinando a quantidade de cada molécula.

3 Considerações Finais

Este trabalho teve como finalidade fazer um levantamento bibliográfico sobre aplicações de Álgebra Linear em diversas áreas do conhecimento, dando ênfase aos cursos oferecidos pelo IFG - Câmpus Goiânia, que tem essa disciplina em sua grade curricular. Assim tivemos como objetivo elaborar um artigo que possibilite aos discentes destes cursos uma aprendizagem mais significativa, e aos professores um apoio para suas aulas, apresentando materiais de estudos que sirvam como suporte para um melhor desenvolvimento das habilidades e competências dos estudantes. Sabemos que essas não são as únicas aplicações em cada curso, e esperamos que elas sejam um estímulo para que os leitores tenham mais interesse no assunto e queiram estudar mais sobre a Álgebra Linear e suas aplicações.

4 Referências

BOLDRINE, J. L. **Álgebra Linear**. 3ª Ed. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1980.

CARVALHO, N. F. de. **O método composto aplicado à análise de vibrações livres de placas espessas**, Dissertação de Mestrado, UFPR, Curitiba, 2002.

DIAS, M. G. et. al; **Vetor centro de gravidade: uma aplicação da álgebra linear na engenharia civil**, RCTVM, nº 2, Novembro-2010, pág. 8-17.

HEFEZ, A.; VILLELA, T. Maria Lúcia, **Códigos Corretores de Erros.** Instituto de Matemática Pura e Aplicada. Rio de Janeiro, 2002.

HOWARD, A.; RORRES, C. **Álgebra Linear com aplicações.** 8ª Ed. Porto Alegre:Bookman, 2001.

HSU, H. P. **Sinais e sistemas**, 2ª ed., Editora Bookman, Porto Alegre, 2012, Cap. 4, 6, 7 e 8.

MASCIA, N.T. **Teoria das tensões**. Unicamp, Campinas-SP, 2006.

NISS, M. **Invesigations into Assessment in Mathematics Education**, 3ª ed.; n. 15, Abril, 1994, pág: 2 e 21.

POFFO, Janaina; PESCADOR, Andresa; POSSAMAI, Cristiano R., **Aplicações de álgebra linear na engenharia**, XXXIX COBENG, Blumenau-SC, 2011.

RAO, S.S. **Vibrações Mecânicas**, 4 ed., São Paulo: Prentice Hall, 2008.

SILVA, Guilherme Santos. **O que é Álgebra Linear**, não paginado 2011. Disponível em: <http://phylos.net/matematica/algebra-linear/>, Acesso em 23 de março de 2012.

VIANA, R.L**.; Aula 16-Leis de Kirchhoff**, UFPR, 2005. Disponível em: < http://fisica.ufpr.br/viana/fisicab/aulas2/a_16.htm>, acesso em: 20/12/2012.

ZAGOTTIS, D**. Introdução à teoria das estruturas**. Escola Politécnica, São Paulo, 1982.

ZILL, D. G.; CULLEN, M. R.; **Equações Diferenciais,** 3ª Ed., vol. 1, Pearson Makron Books, São Paulo, 2001.

EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS DE PRIMEIRA ORDEM E SUAS APLICAÇÕES NA QUÍMICA: UMA ABORDAGEM COM A TRANSFORMADA DE LAPLACE

Gabrielly Sevilha Fernandes (Instituto Federal de Goiás – Campus Goiânia. gabriellysevilha13@gmail.com)

Regina Célia Bueno da Fonseca (Instituto Federal de Goiás – Campus Goiânia. regina.fonseca@ifg.edu.br)

Resumo
Equações diferenciais são equações matemáticas que descrevem a relação entre uma função desconhecida e suas derivadas. O estudo das equações diferenciais ordinárias (EDO) de primeira ordem é crucial na química porque elas permitem modelar, entender e prever uma ampla variedade de processos químicos e fenômenos, desde reações químicas e cinética até transporte de massa e farmacocinética. Elas são ferramenta de modelagem matemática para os químicos e engenheiros químicos entenderem e otimizarem os processos químicos em diversas aplicações industriais e científicas. A transformada de Laplace é um método para resolver EDO e simplifica o desenvolvimento do problema, tornando mais acessível a compreensão dos resultados na obtenção da solução geral, facilitando o estudo e o entendimento dos sistemas que modelam o mundo real. O objetivo desta pesquisa visa aplicar o método da transformação de Laplace na resolução de problemas que envolvem EDO na área da química, e mostrar a simplicidade desse método na análise, investigação e visualização do comportamento que descreve a solução geral.

Palavras-chave: Equações diferenciais ordinárias. Química. Aplicações. Transformada de Laplace.

1 Introdução

A modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. O modelo matemático é o conjunto de símbolos e relações que procuram traduzir, de alguma forma, um problema de situação real. As disciplinas Geometria Analítica, os Cálculo II e III, e Equações Diferenciais Ordinárias procuram expressar a modelagem matemática das equações que descrevem as diferentes formas algébricas de figuras planas, sólidos e de superfícies.

Uma equação diferencial ordinária (EDO) é uma equação matemática que descreve a relação entre uma função desconhecida e suas derivadas em relação a uma única variável independente. Em outras palavras, uma EDO é uma equação que envolve uma função, suas derivadas e uma variável independente (BOYCE; DIPRIMA, 2001).

Dentro das EDO estão as de primeira ordem, que envolve uma função desconhecida $y(x)$ e sua primeira derivada $\frac{dy}{dx}$, em relação a uma variável independente x. A forma geral de uma EDO de primeira ordem é:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y(x)), \tag{1}$$

onde $f(x, y(x))$ é uma função que descreve a relação entre $y(x)$ e x.

Este trabalho aborda de forma sucinta os tipos de equações diferenciais de primeira ordem aplicados na resolução de problemas, usando a transformada de Laplace, na área da química. A intenção principal desta análise é estabelecer uma comparação com a transformada de Laplace, que representa um dos focos centrais deste estudo. O objetivo desta pesquisa visa aplicar o método da transformação de Laplace na resolução de problemas que envolvem EDO na área da química, e mostrar a simplicidade desse método na análise, investigação e visualização do comportamento que descreve a solução geral.

2 Fundamentação Teórica: Matemática

Teorema 1 (Solução da EDO de primeira ordem)**.** Uma solução (particular) de uma EDO dada em Eq. (1) em um intervalo I é uma função y(x) definida no intervalo I tal que a sua derivada y'(x) está definida no intervalo I e satisfaz a Eq. (1) neste intervalo.

As EDO de primeira ordem são classificadas como: **equações sepáraveis**, **lineares**, **homogêneas** e **exatas**, sendo que para cada uma, temos um método de resolução (BOYCE; DIPRIMA, 2001).

Definição 1 (EDO Separável)**.** Uma equação diferencial na forma

$$h(y)\frac{dy}{dx} = g(x) \tag{2}$$

é chamada de separável.

De fato, se $y = f(x)$, temos:

$$h(f(x))f'(x) = g(x) \qquad \Longrightarrow \qquad \int h(f(x))f'(x) = \int g(x), \tag{3}$$

mas $f'(x) = \dfrac{dy}{dx}$, assim Eq. (3) é o mesmo que

$$\int h(y)dy = \int g(x)dx + c, \tag{4}$$

onde c é uma constante de integração. Portanto, o método das EDO de primeira ordem separáveis envolve a organização da função que possui dependência em y e a função que depende de x de modo que ambas estejam do mesmo lado da equação, junto com seus respectivos diferenciais dy e dx. Posteriormente, ambas as partes da equação são integradas, o que leva à obtenção da solução geral da EDO exata dada .

Definição 2 (EDO Linear)**.** A equação diferencial linear é escrito da seguinte maneira:

$$y' + b(x)y = c(x). \tag{5}$$

Na Eq. (5), y representa a função desconhecida em relação a x, y' denota sua derivada de primeira ordem em relação a x, sendo $b(x)$ e $c(x)$ são funções coeficientes de x que dependem da variável independente, e contínuas no intervalo I.

Para sua solução geral admitimos uma fator integrante $\mu(x) = e^{\int b(x)\, dx}$ e a sua solução geral é

$$y = \frac{1}{e^{b(x)}}\left[\int e^{b(x)}c(x)\; dx\; + K\right], \tag{6}$$

onde K é uma constante de integração.

Definição 3 (EDO Exata)**.** Uma expressão diferencial $M(x,y)dx+N(x,y)dy$ é uma diferencial exata em uma região R do plano xy se ela corresponde à diferencial de alguma função f(x,y). Uma equação diferencial da forma

$$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0, \tag{7}$$

é chamada de equação exata se a expressão do lado esquerdo é uma diferencial exata, onde as funções coeficientes $M(x,y)$ e $N(x,y)$ são funções contínuas no intervalo I, e que dependem das variáveis x, y.

O Teorema 2 fornece um método sistemático de determinar se uma EDO é exata e obter a solução geral.

Teorema 2 (Teorema do Critério)**.** Suponha que as funções M(x, y), N(x, y), $M_y(x, y)$ e $N_x(x, y)$ (derivadas parciais) são contínuas na região retangular R: $\alpha < x < \beta$, $\gamma < y < \delta$. Então, a Eq. (7) é uma EDO exata em R se, e somente se,

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} \tag{8}$$

em cada ponto de R, isto é, existe uma função $\psi(x, y)$ satisfazendo as condições

$$\psi_x = M(x,y) \quad \text{e} \quad \psi_y = N(x,y), \tag{9}$$

se, e somente se, M(x, y) e N(x, y) satisfazem a Eq. (8).

Observação 1. No teorema 2 a função $\psi(x, y)$ a ser obtida é a solução geral da EDO exata dada.

Definição 4 (EDO Homogênea)**.** As EDO homogêneas de primeira ordem são equações que podem ser escritas como

$$\frac{dy}{dx} = F\left(\frac{y}{x}\right). \tag{10}$$

Ou seja, o lado direito da Eq. (10) apesar de depender de x e de y, depende apenas do quaciente y/x. Seja

$$v = y/x \qquad \Longrightarrow \qquad y = vx, \tag{11}$$

e drivando o produto vx em relação a x, obtemos pela regra da cadeia

$$dy = x\ dv + v\ dx. \tag{12}$$

Substituindo Eq. (11) e Eq. (12) na Eq. (10) e efetudando a álgebra em ambos os lados da igualdade, obtemos uma EDO separável de diferenciais em dx e dv, e depois de encontrada a solução geral, substitui-se $v = y/x$, para obter a solução geral da EDO homogênea dada.

2.1 Equações diferenciais de primeira ordem: problema de valor inicial

O problema de valor inicial são um tipo específico de EDO que incluem informações sobre o valor da função desconhecida. Essas informações são chamadas de "condições iniciais" são cruciais para encontrar uma solução única para a EDO que define um problema, ou seja, o problema

$$\begin{cases} \textit{Resolver:} & \dfrac{dy}{dx} = f(x,y) \\ \textit{Sujeito à:} & y(x_0) = y_0 \end{cases} \tag{13}$$

é chamado **problema de valor inicial (PVI)**. Uma solução do problema de valor inicial dado em Eq. (13) em um intervalo I contendo x_0 é uma função y(x) que está definida neste intervalo, tal que a sua derivada também está definida neste intervalo e satisfaz Eq. (13).

As EDO com PVI são frequentemente usadas para modelar sistemas dinâmicos e descrever o comportamento de uma equacão em um ponto específico, e permitem encontrar uma solucão única que satisfaça tanto à EDO dada quanto à condição inicial.

3 Metodologia

A metodologia para a realização da pesquisa descritiva usando a ferramenta matemática da transformada de Laplace, com abordagem quantitativa e método bibliográfico.

A transformada de Laplace é uma método matemático que converte uma equação diferencial de em uma equação algébrica, tornando assim mais fácil o processo de solução, especialmente sistemas dinâmicos regidos por equações diferenciais lineares e também com condições iniciais, pois ela não exige que você descubra a solução geral da equação para depois aplicar em um ponto específico, ela permite que você faça isso diretamente com a resolução.

Definição 5 (Transformada de Laplace)**.** Seja uma função $f : [0, +\infty] \to \mathbb{R}$. A transformada de Laplace de f, denotada usualmente por $\mathcal{L}[f(t)]$ ou $\mathcal{L}(f)$ é uma função $F(s)$ definida por

$$F(s) = \int_o^\infty e^{-st} f(t)\, dt. \tag{14}$$

A notação usual da transformada de Laplace de f é:

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s). \tag{15}$$

Observação 2. Se temos o $F(s)$, então podemos obter aplicar a da transformada de Laplace e obter $f(x)$, para isso, basta aplicar a **Transformada Inversa de Laplace**, denotada por

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)]. \tag{16}$$

3.1 Propriedades da Transformada de Laplace

Teorema 3 (Linearidade)**.** Se a transformada de Laplace de f(t) é F(s), para $s > a$, e a transformada de Laplace de g(t) é G(s), para $s > a$, então para quaisquer constantes α e β:

$$\mathcal{L}(\alpha f + \beta g)(s) = \alpha\mathcal{L}(f)(s) + \beta\mathcal{L}(g)(s) = \alpha F(s) + \beta G(s), \tag{17}$$

para s > max$\{a_1, a_2\}$.

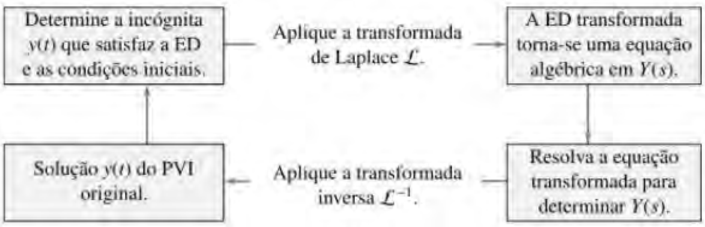
Teorema 4 (Transformada de Laplace das Derivadas)**.** Suponha que $f : [0, +\infty] \rightarrow \mathbb{R}$ seja contínua e que f' seja seccionalmente contínua em qualquer intervalo $0 \leq t \leq A$. Suponha, além disso, que existam constantes K, a e M tais que $f|(t)| \leq K^{at}$ para $t \geq M$. Então, $\mathcal{L}[f'(t)]$ existe para $s > a$ e, é dada por

$$\mathcal{L}[f'(t)] = sF(s) - f(0), \tag{18}$$

onde F(s) é a transformada de Laplace de f(t).

A Figura 1 mostra o diagrama que descreve as etapas na resolução de uma EDO com PVI usando o método da transformada de Laplace.

Figura 1: Etapas na resolução de um PVI pela transformada de Laplace.



Fonte: (BOYCE; DIPRIMA, 2001).

Na Tabela 1 estão listadas as principais propriedades da transformada de Laplace que utilizaremos ao longo do trabalho.

Tabela 1: Tabela com algumas Propriedades de Laplace

Função $f(t)$	**Transformada de Laplace**
$f(t)$	$F(s)$
1	$1/s$
t	$1/s^2$
e^{at} (a é uma constante real)	$1/[s-a]$
$\sin(at)$	$a/[s^2+a^2]$
$\cos(at)$	$s/[s^2+a^2]$
$e^{at}\sin(bt)$	$b/[(s-a)^2+b^2]$
$e^{at}\cos(bt)$	$[s-a]/[(s-a)^2+b^2]$
$f'(t)$	$sF(S)-f(0)$

Fonte: (BOYCE; DIPRIMA, 2001).

4 Fundamentação Teórica: Química

Núcleos radioativos são átomos instáveis que têm um desequilíbrio em sua composição de prótons e nêutrons no núcleo. Essa instabilidade leva esses núcleos a passarem por um processo natural chamado de **decaimento radioativo**, tentando alcançar uma configuração mais estável. Durante esse processo, os núcleos radioativos emitem partículas subatômicas ou radiação.

Tipos de decaimento radioativo há vários, incluindo a emissão alfa, a emissão beta e a emissão de raios gama. Na emissão alfa, um núcleo radioativo emite uma partícula alfa, que consiste em dois prótons e dois nêutrons. Na emissão beta, um nêutron se transforma em um próton ou um próton se transforma em um nêutron, emitindo uma partícula beta (um elétron ou um pósitron) no processo. A emissão de raios gama ocorre quando um núcleo excitado libera energia na forma de radiação eletromagnética de alta energia, chamada raios gama.

Taxa de decaimento radioativo de um núcleo é caracterizada pela sua meia-vida, que é o tempo necessário para que metade dos núcleos em uma amostra radioativa se desintegre. Isso significa que alguns núcleos radioativos podem ter meias-vidas muito curtas, enquanto outros podem ter meias-vidas muito longas.

Teoria da datação por carbono baseia-se no fato de que o radioisótopo carbono-14 é produzido na atmosfera pela ação da radiação cósmica sobre o nitrogênio-14. A razão da quantidade de C-14 em relação ao C-12 comum na atmosfera parece ser uma constante e, consequentemente, a quantidade proporcional de isótopo presente em todos os organismos vivos é a mesma na atmosfera. Quando um organismo morre, a absorção de C-14, por meio da respiração, alimentação ou fotossíntese, cessa. Comparando a quantidade proporcional de C-14 presente, digamos, em um fóssil com razão constante encontrada na atmosfera, é possível obter uma estimativa razoável da idade do fóssil (ZILL; CULLEN, 2008).

Modelo matemático de decaimento radioativo:

$$y' = ky, \tag{19}$$

onde $y(t)$ se trata da quantidade de substância que está presente no instante t e o k é a constante de proporcionalidade que é conhecido por meio de experimentos. Por se tratar de um "decaimento" a constante $k < 0$ (negativo).

Núcleos radioativos desempenham um papel importante em várias aplicações, como datação de materiais antigos, medicina nuclear, produção de energia em usinas nucleares e pesquisa científica.

Reações químicas de primeira ordem são um tipo comum de reação química em que a taxa de reação é diretamente proporcional à concentração de apenas um dos reagentes. Isso significa que a taxa de reação aumenta ou diminui de acordo com a concentração desse reagente específico.

Modelo matemático de reações químicas de primeira ordem:

$$A \to B \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{d[A]}{dt} = -k[A], \tag{20}$$

onde A é a quantidade de reagentes em relação ao t e k é a constante de taxa específica.

Problemas de misturas

Segundo Yartey e Ribeiro (2017) há um certo número de exemplos comuns que podem ser classificados como “problemas de misturas” cuja configuração é a seguinte:

- Temos um reservatório (piscina, lago, oceano) de líquido (água, gás) que tem alguma substância (poluição, sal) dissolvido nele.
- O reservatório começa com um volume inicial V_0 e há uma quantidade inicial de substância y_0 no reservatório.
- Temos uma determinada quantidade de líquido $E(t)$ entrando no reservatório com um certo concentração $k(t)$ da substância e uma determinada quantidade de líquido saindo $S(t)$.
- Partimos do princípio de que a substância é uniformemente e perfeitamente misturados no reservatório, podemos perguntar a quantidade $y(t)$ de substância que permanece no reservatório após tempo t.
- Evidentemente, a quantidade de líquido entrando ou saindo podem ser constantes (ou seja, não dependem de tempo), e de igual modo a concentração do líquido entrando também poderia ser uma constante.

Modelo matemático de misturas:

$$\frac{dA}{dt} = (\text{taxa de entrada de substâncias}) - (\text{taxa de saída de substâncias}) = R_e - R_s, \tag{21}$$

onde a função $A(t)$ representa a quantidade de substâncias no reservatório no instante t.

5 Resultados e Discussão: Aplicações na Química

Problema 1 (Lei de Decaimento Radioativo)**.** O Sudário de Turim teria sido o manto de linho que recobriu o corpo de Jesus. Os pesquisadores realizaram então testes com C-14 para estimar a idade do sudário. O primeiro teste foi realizado em 1988, quando o Vaticano autorizou o Museu Britânico a datar a relíquia de pano conhecida como o Sudário de Jesus de Nazaré. O relatório do Museu Britânico mostrou que as fibras no pano continham entre 92% e 93% do C-14 original. Estime a idade do sudário.

Solução 1. Usando a EDO de primeira ordem que descreve o do Decaimento Radioativo,

$$y' = ky \qquad \Longrightarrow \qquad \mathcal{L}[y'] = k\mathcal{L}[y] \qquad \Longrightarrow \qquad sY(s) - y(0) = kY(s) \tag{22}$$

$$sY(s) - y(0) - kY(0) = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad Y(s).(s+k) = y(0)$$

$$Y(s) = y(0)\left(\frac{1}{(s+k)}\right)$$

Aplicando a Inversa,

$$\mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = y(0)\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s+k)}\right].$$

Solução geral:

$$y(0) = y(0)e^{-kt}. \tag{23}$$

Mas nosso objetivo é encontrar o valor de t, e a contante k do carbono é dada por -0,00012097. Substituindo temos que a função que determina a quantidade de material radioativo de carbono-14 em qualquer momento é dada por

$$y(t) = y(0)e^{-0,00012097t}. \tag{24}$$

Aplicando o logaritmo natural em ambos e resolvendo-se para t, obtemos

$$ln[y(t)/y(0)] = ln|e^{-0,00012097t}| \qquad \Longrightarrow \qquad -0,00012097t = ln[y(t)/y(0)]$$

$$t = ln(y(t)/y(0)).(-1/0,00012097)$$

Como a quantidade de substâncias varia de 0,92 e 0,93, consideramos o $y(t)/y(0) = 0,925$.

$$t = ln(0,925).(-1/0,00012097) \approx 645anos.$$

Como o teste foi feito no ano de 1988 conclui-se que o sudário teve sua origem aproximadamente no ano 1348 d.c. Portanto, aceitando-se a validade de datar por carbono-14, o súdario de Turim não poderia ser de Jesus de Nazaré.

Problema 2 (Reações químicas de Primeira ordem)**.** Para a transformação de gluconadelta-lactona em ácido glucônico,

$$\frac{dy}{dt} = -0,6y \tag{25}$$

quando t é medido em horas. Se houver $100g$ de glucona-delta-lactona presente quando $t = 0$, quantos gramas restarão após a primeira horas?

Solução 2. Para resolver devemos primeiro achar a solução geral da equação por meio da transformada,

$$\mathcal{L}[y'] = -0,6\mathcal{L}[y] \tag{26}$$

$$sY(s) - y(0) = -0,6Y(s) \qquad \Longrightarrow \qquad Y(s).(s + 0,6) = y(0)$$

$$Y(s) = \frac{y(0)}{(s + 0,6)}$$

Sabendo $y(0) = 100$

$$Y(s) = 100.\frac{1}{(s + 0,6)}$$

Aplicando a Transformada Inversa,

$$\mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = 100.\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s + 0,06)}\right] \qquad \Longrightarrow \qquad y(t) = 100e^{-0,06t}$$

A questão está querendo saber no tempo específico, no caso 1 hora, então

$$y(1) = 100e^{-0,06.1} \qquad \Longrightarrow \qquad y(1) \approx 54,88g.$$

a quantidade de glucona-delta-lactona diminuiu em cerca de 45% da quantidade $t = 0$.

Problema 3 (Misturas)**.** É estimado que um vasto reservatório de mistura detenha 300 galões de solução salina, na qual 50 libras de sal foram completamente dissolvidas. Uma segunda solução salina é injetada no reservatório a um ritmo de três galões por minuto, e a concentração de sal nesta segunda solução é de 2 libras por galão (Figura 2). Quando a solução no reservatório estiver completamente homogeneizada, ela será retirada à mesma taxa.

Solução 3. Para resolver esse tipo de problemas usamos a seguinte equação:

$$\frac{dA}{dt} = R_e - R_s, \tag{27}$$

onde R_e é produto da concentração de sal no fluxo de entrada de fluído, sendo que a cada minuto que passa três galões de salina são depositados no tanque, e essa salina possui uma concentração de 2 libras de sal por galão. Logo, tem-se que R_e é medido em libras por minuto,

$$R_e = (3gal/min).(2lb/gal) = 6lb/min \tag{28}$$

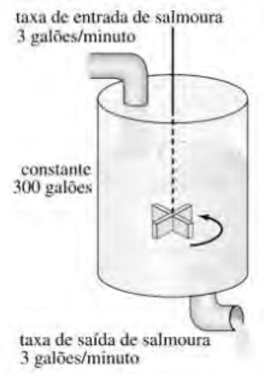


Figura 2: Misturador.
Fonte: (BOYCE; DIPRIMA, 2001).

Com a solução está sendo bombeada para dentro e para fora do tanque à mesma taxa, a quantidade de galões de salmoura no tanque no instante t se mantém constante a 300 galões. Com isso, a concentração de sal no tanque, que é a mesma ao fluxo de saída, é de $A(t)/300lb/gal$ e a taxa de saída de sal é,

$$R_s = (3gal/min).\left(\frac{A(t)}{300}lb/gal\right) = \frac{A(t)}{100}lb/min. \tag{29}$$

$$\frac{dA}{dt} = 6 - 0,01A \quad \Longrightarrow \quad A' - 6 + 0,01A = 0 \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{L}[A'] - 6\mathcal{L}[1] + 0,01\mathcal{L}[A] = 0.$$

Aplicando a transformada de Laplace, chegamos na seguinte equação,

$$sA(s) - A(0) + 0,01A(s) = 0 \quad \Longrightarrow \quad A(s).(s + 0,01) = A(0) + \frac{6}{s}$$

$$A(s) = \frac{A(0)}{(s + 0,01)} + \frac{6}{(s + 0,01)} = \frac{A(0)s + 6}{s.(s + 0,01)}.$$

Aplicando as frações parciais,

$$A(s) = \frac{B}{s} + \frac{C}{(s + 0,01)} \quad \Longrightarrow \quad \frac{B(s + 0,01) + Cs}{s(s + 0,01)} = \frac{Bs + 0,01B + Cs}{s(s + 0,01)},$$

e colocando o s em evidência no numerador das frações, obtemos

$$A(0)s + 6 = s(B + C) + 0,01B. \tag{30}$$

Na Eq. (30) temos que os valores $A(0) = B + C$, sendo $0,01B = 6$. Logo, $B = 600$ e

$C = A(0) - 600$. Substituindo na Eq. (30), obtemos

$$A(s) = \frac{600}{s} + \frac{A(0) - 600}{(s + 0,01)}, \tag{31}$$

mas sabemos que $A(0) = 50$, substituindo e aplicando a Transformada Inversa,

$$\mathcal{L}^{-1}[A(s)] = 600\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s}\right] - 550\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s+0,01)}\right] \qquad \Longrightarrow \qquad A(t) = 600 - 550e^{-0,01t}.$$

com essa solução geral podemos obter a quantidade salina em qualquer instante t, já que é uma função que depende do tempo.

6 Considerações finais

As EDO são extremamente importantes para aplicações na matemática aplicada. Ao conhecer os diferentes métodos de resolução, torna-se mais fácil selecionar a abordagem que permita uma solução mais rápida e eficiente. Este trabalho destacou a relevância dessas equações que modelam problemas, e a simplicidade de aplicar o método da transformada de Laplace para resolver problemas da química. A Transformada de Laplace é uma ferramenta poderosa para resolver equações diferenciais, tornando a resolução mais compreensível. Para aplicar a transformada de Laplace para resolver um problema, não há a necessidade prévia do conhecimento do tipo de EDO de primeira ordem (separável, linear, exata ou homogênea), ou seja, não há necessidade do conhecimento dos métodos de resolução desses tipos. A transformada de Laplace converte as EDO de primeira ordem em equações algébricas, facilitando significativamente as manipulações e a obtenção de soluções de problemas da área da química.

7 Agradecimentos

Os autores agradecem o auxílio financeiro da bolsa da instituição IFG para o desenvolvimento de pesquisa PIBIC (EDITAL N^0 019 - PROPPG/IFG, de 23 de maio de 2023).

Referências

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. *Elementary differential equations and boundary value problems*. 7th. ed. New York: Wiley, 2001. ISBN 0471319996, 9780471319993, 0471402567, 9780471402565.

YARTEY, J. N. A.; RIBEIRO, S. S. Equações diferenciais. Instituto de Matemática e Estatística da UFBA, 2017.

ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. *Differential Equations with Boundary-Value Problems*. 7th. ed. New York: Brooks Cole, 2008. ISBN 0495108367,9780495108368.

PROGRAMAÇÃO LINEAR PELO MÉTODO GRÁFICO

Iasmin Gabriele Sousa de Oliveira (IFG – Câmpus Goiânia. iasmingabriele46@gmail.com)

Márcio Dias de Lima (IFG – Câmpus Goiânia. marcio.lima@ifg.edu.br)

Resumo
Este estudo tem como objetivo proporcionar uma introdução à Programação Linear, com ênfase na utilização do método gráfico como uma ferramenta para resolver problemas dentro desse contexto. O presente trabalho é fundamentado em pesquisa bibliográfica. Durante sua análise, torna-se claro que o método gráfico exibe suas limitações ao enfrentar problemas que envolvam mais do que três variáveis. Embora seja uma técnica de fácil compreensão, a complexidade abrangente da Programação Linear revela a necessidade de empregar uma diversidade de métodos, uma vez que essa disciplina abarca um amplo espectro de problemas que não se restringem ao cenário de três variáveis.

Palavras-chave: Programação Linear. Método Gráfico. Resolução de problema.

1 Introdução

Ao longo de toda história, é possível ver um grande avanço da matemática, que por sua vez corrobora para a evolução dos povos, que usavam cálculos no comércio, viagens, expansões territoriais, arquiteturas, navegações e em diversas outras áreas da vida. As sociedades continuam avançando em suas descobertas e estudos. Esses avanços foram de grande importância para áreas de estudo como a Programação Linear.

A Programação Linear (PL), pode ser definida como "a optimização (minimização ou maximização) de uma função linear, satisfazendo um conjunto de equações e/ou inequações (restrições) igualmente lineares."(JÚDICE et al., 2006, pg.1) e para Sousa (2009, pg.11) "o termo ‘programação’ significa planejamento e ‘linear’ deixa antever que todas as expressões matemáticas utilizadas são funções lineares". Logo percebe-se por estas definições que a Programação Linear tem seu surgimento muito antes de ser definido a própria Matemática, pois desde a antiguidade o Homem busca soluções ótimas para problemas cotidianos ou não, como Euclides que em seu terceiro livro buscava a distância máxima e mínima de um ponto a uma circunferência. Com o passar do tempo, veio o surgimento do cálculo e os conceitos de álgebra que ajudaram na resolução de diversos problemas nesse âmbito (EVARISTO, 2020).

Ainda em relação ao surgimento da Programação Linear, Menezes (2006, p.5) acredita que:

> A PL poderia ter sido iniciada em torno de 1758 quando os economistas começaram a descrever sistemas econômicos em termos matemáticos.Também, Walras propôs em 1874 um sofisticado modelo matemático que tinha como parte da sua estrutura coeficientes tecnológicos fixados.
> O famoso matemático Fourier parece ter sido o primeiro a estudar desigualdades lineares para a Mecânica e para a Teoria das Probabilidades. Ele estava interessado em encontrar o ponto mínimo em um poliedro. Ele sugeriu uma solução por uma descida de vértice em vértice para um mínimo, que é o princípio por trás do método simplex desenvolvido por Dantzig. Este é provavelmente o primeiro exemplo, datado de 1826, de um problema de PL. Mais tarde, em 1911, outro matemático famoso, Poussin, considerou o mesmo problema e propôs uma solução similar.

Além desses matemáticos, teve o russo Leonid V. Kantorovich (1912-1986), um economista que teve seus estudos voltados para a área de Programação Linear, chegou a escrever um livro, em 1939, intitulado Métodos Matemáticos de Organização e Planejamento da Produção, onde resolve um problema de Programação Linear, contudo seu reconhecimento só se deu 20 anos após sua publicação.

O ápice de desenvolvimento da PL se deu durante a segunda Guerra Mundial com o surgimento da Pesquisa Operacional na Inglaterra, onde foi montado um grupo com cientistas, físicos e matemáticos, denominado SCOOP *(Scientific Computation of Optimum Programs)*, onde Dantzig fez seu nome ao criar o Método Simplex em 1947, pois este se trata do método mais utilizado atualmente (RAFAEL, 2014).

Os problemas da PL que envolvem apenas duas ou três variáveis podem ser resolvidos manualmente pelo Método gráfico, mas quando se trata de resolver problemas com centenas de variáveis, além das inúmeras restrições, são utilizados métodos computacionais, como o Método Simplex de Dantzig entre outros que foram criados com o passar do tempo.

Um problema com centenas de variáveis que pode ser usado como exemplo é o de uma companhia aérea, envolvendo 837 restrições e 12753313 variáveis, onde foi usado um supercomputador que solucionou o problema em até 5 minutos, foi utilizado o algoritmo híbrido do Método Simplex com o de pontos interiores, este problema pode ser consultado em (BIXBY et al., 1992).

De acordo com Júdice et al. (2006), devem ser seguidos alguns passos para se resolver um Problema de Programação Linear, sendo eles, a formulação do problema, modelo matemático, obtenção de uma solução, teste e a implementação, lembrando que às vezes é preciso fazer a reestruturação do modelo após a fase de teste.

Durante a fase de obtenção de uma solução, são usados os métodos numéricos, tais como o Método Simplex citado anteriormente, o algoritmo de Gauss-Jordan, Algoritmo de Yamnitsky-Levin que podem ser vistos em (FEOFILOFF, 2005), algoritmo de Pontos Interiores (PINTO; MENEZES, 2008), método gráfico (SOUSA, 2009) entre outros.

Este trabalho visa apresentar alguns pontos principais da Programação linear e será utilizado o método gráfico para resolução de um problema, mostrando a eficacia desse método para problemas com até 3 variáveis.

O trabalho será organizado da seguinte forma: Seção 2 será apresentado a metodologia utilizada. Seção 3 o formato da escrita dos problemas de programação linear e o problema a ser modelado. Seção 4 o procedimento para resolução pelo método gráfico. Seção 5 as considerações finais e na sequências as referências utilizadas no trabalho.

2 Metodologia

A metodologia adotada neste trabalho baseia-se em uma abordagem de pesquisa bibliográfica e na aplicação prática do método gráfico para resolver um problema de Programação Linear. O procedimento pode ser descrito da seguinte forma:

Revisão Bibliográfica: Inicialmente, realizou-se uma pesquisa bibliográfica abrangente para compreender os conceitos fundamentais da Programação Linear. Isso envolveu a revisão de artigos científicos, livros-texto, materiais acadêmicos e outras fontes relevantes. O objetivo era adquirir um conhecimento sólido sobre os princípios subjacentes dessa técnica de otimização.

Formulação do Problema: Após a revisão bibliográfica, foi selecionado um problema específico que ilustrasse os conceitos e métodos da Programação Linear. Esse problema foi formulado em termos de uma função objetivo e um conjunto de restrições, de acordo com os princípios da Programação Linear.

Aplicação do Método Gráfico: Utilizou-se o método gráfico como uma abordagem inicial para resolver o problema escolhido. O método gráfico envolveu a criação de gráficos e o uso de linhas de nivelamento para identificar a solução ótima. No entanto, observou-se as limitações desse método, especialmente no que se refere ao número de variáveis.

Discussão dos Resultados: Os resultados obtidos pelo método gráfico foram discutidos em detalhes, destacando as limitações do método quando aplicado a problemas com mais de três variáveis. Isso serviu para ressaltar a importância de abordagens mais avançadas em cenários mais complexos de Programação Linear.

Conclusões e Implicações: O trabalho concluiu com uma síntese das principais conclusões e implicações. Foi destacada a relevância de considerar outras técnicas de otimização além do método gráfico para abordar problemas mais complexos em Programação Linear.

Referências Bibliográficas: Por fim, foram listadas todas as fontes de pesquisa utilizadas para embasar o trabalho, seguindo as normas de citação e referência acadêmicas apropriadas.

Essa metodologia combina pesquisa teórica sólida com uma aplicação prática para demonstrar os conceitos de Programação Linear e as limitações do método gráfico em cenários mais desafiadores.

3 Formato padrão da Programação Linear

A interpretação de um problema de programação linear (PPL) pode ser feita de maneira genérica, podendo ser consultada em (EVARISTO, 2020) e (CANTAO; STARK, 2013), esta maneira genérica é representada da seguinte forma:

$$
\begin{aligned}
max/min \quad & Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \\
Sujeito \quad a: \quad & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n(\leq, =, \geq)b_1 \\
& a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n(\leq, =, \geq)b_2 \\
& \qquad\qquad \vdots \\
& a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n(\leq, =, \geq)b_m \\
& x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0
\end{aligned}
$$

Sendo Z a função objetivo, $c_1, c_2, ..., c_n$ são os coeficientes de custo, $x_1, x_2, ..., x_n$ são as variáveis e a_{mn} e o coeficiente da restrição.

Essa forma também pode ser escrita de maneira matricial sendo representada na forma:

$$\begin{aligned} max/min \quad & Z = c^T x \\ Sujeito \quad a: \quad & Ax(\geq, =, \leq)b \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

Sendo,

- $c = (c_1, c_2, ..., c_n)$ é a matriz linha composta pelos coeficientes de custo, com n colunas;
- $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ é a matriz linha composta pelas variáveis com n colunas;
- $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ é a matriz composta pelos coeficientes de restrição, sendo n os coeficientes de cada variável, que determinam a quantidade de colunas e m a quantidade de restrições, que determinam as linhas;
- $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$ a matriz coluna composta pelos termos independentes das restrições, onde m a quantidade de linhas.

As restrições do tipo $\geq$ podem ser passadas para $\leq$ através da multiplicação por (-1), ou seja

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \geq b \cdot (-1) \Rightarrow a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \leq b$$

Logo, observa-se que $Min(Z) \Leftrightarrow Max(-Z)$. Ou ainda

$$\begin{aligned} min \quad & Z = c^T x \\ sujeito \quad a: & \begin{cases} Ax \geq b, \\ x \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{aligned} max \quad & Z = c^T x \\ sujeito \quad a: & \begin{cases} Ax \leq b, \\ x \leq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Essa é chamada de forma canônica da Programação linear, sendo minimização a forma primal e maximização a forma dual, e a forma primal-dual é a forma mista, onde encontram-se desigualadades de $\leq$ e $\geq$.

Por outro lado, ao transformar as desigualdades das restrições em igualdades, e colocar na forma minimizar, chega-se no formato padrão da PL. Esta é uma fase importante para se obter a resolução dos problemas em vários métodos, como o Simplex. O formato padrão é representado como:

$$
\begin{aligned}
min \quad & Z = c^T x \\
sujeito \quad a: & \begin{cases} Ax = b, \\ x \geq 0 \end{cases}
\end{aligned}
$$

De maneira simplória, para se chegar na forma padrão de uma PL é preciso adicionar a variável de folga $x_{m+n} \geq 0$. Para desigualdades do tipo " $\leq$ " somente adiciona-se a variável de folga, conforme visto a seguir:

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \quad \ldots \quad &+ a_{1n}x_n + x_{n+1} = b_1 \\
a_{21}x_2 + a_{22}x_2 + \quad \ldots \quad &+ a_{1n}x_n + x_{n+2} = b_2 \\
\vdots \quad & \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \quad \ldots \quad &+ a_{mn}x_n + x_{n+m} = b_m
\end{aligned}
$$

Entretanto quando tem-se desigualdades do tipo " $\geq$ ", a variável de folga é subtraída e em seguida a desigualdade é multiplicada por (-1).

3.1 Modelagem matemática

De acordo com Júdice et al. (2006), a resolução de um Problema de Programação Linear (PPL) segue algumas etapas, a primeira delas é a de formulação de um problema. Essa fase é caracterizada pela realização da Modelagem Matemática, onde serão encontradas as variáveis, as restrições e a função objetivo. O exemplo a seguir apresenta de maneira mais clara como se dá esse processo de formulação.

Este é um problema de maximização e pode ser encontrado em (NETO, 2015, pg.5).

Problema 1. *Uma Indústria fabrica calças e bermudas com as seguintes margens de contribuição por unidade:*

- Margem de Contribuição da Calça: R$7,00

- Margem de Contribuição da Bermuda: R$4,00

Estes produtos passam respectivamente pelos departamentos de corte e costura, consumindo em cada um deles as seguintes horas:

	Departamento de corte	Departamento de costura
Calças	5h	3h
Bermudas	3h	2h

A capacidade de produção de cada departamento limita-se a 40 horas para o departamento de corte e 25 horas para o departamento de costura.

Os diretores da indústria desejam saber qual seria a quantidade ideal de calças e bermudas que deveriam ser produzidas com o intuito de se obter melhor Margem de Contribuição para a empresa, de acordo com as restrições existentes em cada um deles.

As variáveis desse problema são as calças e bermudas, que chamaremos de x_1 e x_2, respectivamente. O problema visa maximizar o lucro, logo do enunciado temos que a função objetivo é

$$Z = 7x_1 + 4x_2.$$

O problema ainda apresenta limitações quanto as horas a serem utilizadas, que podem ser escritas como

$$5x_1 + 3x_2 \leq 40,$$

em relação ao departamento de corte, e

$$3x_1 + 2x_2 \leq 25,$$

em relação ao departamento de costura. Outra restrição importante é a de não negatividade onde teremos

$$x_1 \quad \text{e} \quad x_2 \geq 0.$$

De maneira resumida, a formulação do problema ficou da seguinte forma:

$$\begin{aligned} max \quad & Z = 7x_1 + 4x_2 \\ sujeito \quad a: \quad & 5x_1 + 3x_2 \leq 40 \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 25 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

4 Resolução Pelo Método Gráfico

O Problema 1, pode ser resolvido pelo método gráfico pois possui duas incógnitas. Mais informações sobre esse método de resolução pode ser visto em (BOLDRINI et al., 1980) e (EVARISTO, 2020). O método consiste em representar em um gráfico as inequações correspondentes as restrições, como cada restrição é uma função linear então elas terão a forma de uma reta.

Inicialmente consideremos x_1 como o eixo das abscissas e x_2 o eixo das ordenadas. Ao representarmos $x_1, x_2 \geq 0$ no gráfico, temos um espaço infinito limitado ao primeiro quadrante. Para representar as outras restrições no gráfico faremos $x_1 = 0$ e depois $x_2 = 0$ em cada restrição, ou seja, quando não for produzida nenhuma calça ou quando não for produzida nenhuma bermuda.

De forma prática na primeira restrição quando $x_1 = 0$, temos $x_2 = \frac{40}{3}$ e quando $x_2 = 0$, temos $x_1 = 8$. Assim pode ser feita a Figura 1, indicando os pontos $A = (\frac{40}{3}, 0)$ e $B = (0, 10)$,

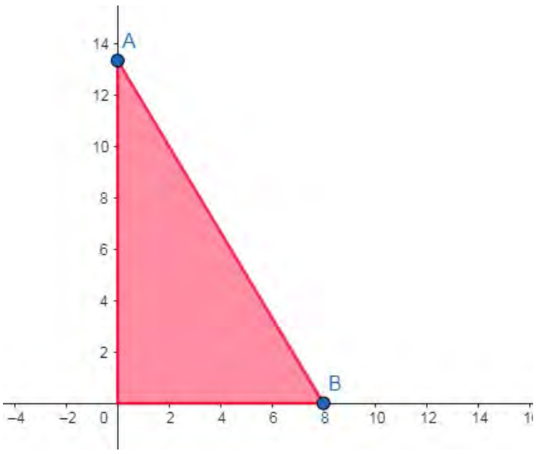


Figura 1: Gráfico com com as restrições $5x_1 + 3x_2 \leq 40$ e $x_1, x_2 \geq 0$.

Já na segunda restrição quando $x_1 = 0$ temos $x_2 = \frac{25}{2}$ e quando $x_2 = 0$ temos $x_1 = \frac{25}{3}$, ao desenhar o segmento de reta passando por esses pontos que denominaremos de $D = (0, \frac{25}{2})$ e $E = (\frac{25}{3}, 0)$, obtemos a Figura 2,

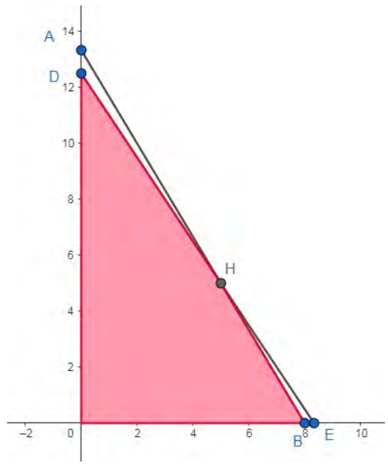


Figura 2: Gráfico com as restrições do Problema 1.

Dessa forma, a parte colorida são todas as soluções possíveis considerando as restrições impostas, contudo o que se pretende com o problema é encontrar a solução ótima, que visa maximizar os lucros. É possível observar que formou-se um polígono com quatro vértices, sendo o vértice $H = (5, 5)$, obtido pelo sistema de equações das restrições do Problema 1.

Cada um dos vértices pode ser uma solução ótima, com exceção da coordenada $(0, 0)$ já que este não geraria nenhum lucro.

Considerando as coordenadas $D = (0, \frac{25}{2})$, $H = (5, 5)$ e $B = (8, 0)$ e aplicando, esses valores, na função objetivo, obtemos Z igual a 50, 55 e 56 respectivamente. Logo, para se ter mais lucro, a quantidade de calças a serem produzidas devem ser 8 e a de bermudas 0 obtendo lucro de $R\$56, 00$.

A programação linear segue algumas etapas, uma delas é a fase de teste e para que esta se dê de forma eficaz é preciso levar em consideração alguns outros parâmetros que podem ser vistos em (JÚDICE et al., 2006), e esta análise vai além do que é proposto neste trabalho, logo esta etapa não foi realizada, sendo considerado como finalização do problema a obtenção da solução ótima.

5 Considerações finais

A programação linear assume um papel de relevância significativa no contexto do processo decisório em organizações que necessitam otimizar diversos aspectos, tais como lucratividade, utilização de recursos, eficiência temporal na produção e distribuição de produtos, gestão de quadro de colaboradores e controle de despesas.

Para abordar essas questões, uma das alternativas viáveis é a aplicação do método gráfico. Entretanto, é crucial observar que este método apresenta limitações no que diz respeito ao número de variáveis que podem ser eficazmente contempladas. Embora seja um procedimento de natureza simplificada, sua efetividade se revela especialmente notável quando se trata de problemas que envolvem um escopo restrito de variáveis. Este aspecto contrasta com a complexidade inerente à maioria dos problemas de programação linear, reforçando, assim, a relevância de sua utilização como etapa preliminar no entendimento deste processo.

Referências

BIXBY, R. E.; GREGORY, J. W.; LUSTIG, I. J.; MARSTEN, R. E.; SHANNO, D. F. Very large-scale linear programming: A case study in combining interior point and simplex methods. **Operations Research**, INFORMS, v. 40, n. 5, p. 885–897, 1992.

BOLDRINI, J. L.; COSTA, S. I.; FIGUEREDO, V.; WETZLER, H. G. **Álgebra linear**. São Paulo: Harper & Row, 1980.

CANTAO, L. A. P.; STARK, F. S. Programaçao linear–pl. **Material didático s/d. Disponível em:< http://www2.sorocaba.unesp.br/professor/luiza/PL/apostila.pdf> UNESP. Sorocaba**, 2013.

EVARISTO, E. C. **Programação linear um manual para o professor**. 2020. Tese (Doutorado) — Universidade da Beira Interior (Portugal), 2020.

FEOFILOFF, P. Algoritmos de programação linear programação linear concreto. **Universidade de São Paulo,**, 2005.

JÚDICE, J.; MARTINS, P.; PASCOAL, M.; SANTOS, J. Programação linear. **Coimbra, Portugal: Departamento de Matemática-Universidade de Coimbra**, 2006.

MENEZES, M. A. F. Programação linear. **Goiânia: Universidade Católica de Goiás, Departamento de Computação**, 2006.

NETO, E. D. C. A importância da programação linear no processo decisório/programming the importance of linear in decision making. **Revista FSA (Centro Universitário Santo Agostinho)**, v. 1, n. 1, p. 69–80, 2015.

PINTO, L. de L.; MENEZES, M. A. F. Implementação de algoritmos simplex e pontos interiores para programação linear. **Revista EVS-Revista de Ciências Ambientais e Saúde**, v. 35, n. 2, p. 225–246, 2008.

RAFAEL, A. O. D. N. Programação linear e algumas extensões. 2014.

SOUSA, O. G. d. Aspectos práticos da programação linear. 2009.

CONTRIBUIÇÕES DE KERMACK E MCKENDRICK PARA A EPIDEMIOLOGIA MATEMÁTICA

Bruno Rodrigues Soares (IFG – Campus Goiânia. userbrunorodrigues@hotmail.com)

Hugo Leonardo da Silva Belisário (IFG – Câmpus Goiânia. hugo@ifg.edu.br)

Resumo

Este artigo apresenta uma revisão bibliográfica qualitativa cujo objetivo é elucidar os princípios e conceitos subjacentes às notáveis contribuições de Kermack e McKendrick para a Epidemiologia Matemática. Inicialmente, é apresentado um panorama histórico da evolução da epidemiologia matemática, dando ênfase em pesquisadores como Ronald Ross e William Heaton Hamer que moldaram o desenvolvimento da área. Posteriormente, o artigo explora de maneira acessível e elementar o modelo SIR (suscetíveis, infectados e removidos), proposto por Kermack e McKendrick em 1927, que constitui a ferramenta fundamental da epidemiologia matemática. O trabalho visa aprofundar a compreensão do tema, ressaltando a importância das contribuições de Kermack e McKendrick e seu impacto contínuo na pesquisa epidemiológica.

Palavras-chave: Marco na Epidemiologia. Epidemiologia matemática. Kermack. Mckendrick. Inovações em Modelos Epidemiológicos.

1 Introdução

O principal objetivo dos epidemiologistas é, em primeiro lugar, compreender as origens de uma doença, seguida pela capacidade de prever sua evolução e, por fim, desenvolver estratégias de controle, incluindo a avaliação de diferentes abordagens possíveis. O ponto de partida desse processo é a coleta e análise de dados observacionais. Daí surge a necessidade do uso da matemática e sua modelagem (BRAUER, 2017).

O ser humano tem o fascínio de tentar entender as doenças infecciosas e padrões associados de mortalidade por muito tempo. Listas de epidemias compiladas pelo estudioso chinês Ssu Kwong, que viveu durante a Dinastia Song (960 - 1279) na China, as "epidemias" do estudioso grego Hipócrates (458 - 377 a.C.) e as estatísticas médicas rudimentares de John Grant

(1620 - 1674) e William Petty (1623 - 1687), que estudaram os registros de mortalidade de Londres no século XVII, ilustram bem esse ponto. Entretanto, o uso de matemática associado ao estudo epidemiológico só apareceu pela primeira vez na literatura em 1760, em um estudo de Daniel Bernoulli (1700 - 1782) sobre varíola (ANDERSON, 1991).

Por outro lado, Codeço e Coelho (2012) destacam Sir Ronald Ross (1857 – 1932) como um dos precursores desta área, o que lhe rendeu em 1902 o prêmio Nobel de Medicina, pela descoberta do processo de contaminação do organismo humano pela malária, por meio do uso métodos matemáticos para provar suas teorias. Outro grande marco foi o trabalho *A contribution to the mathematical theory of epidemics* publicado em 1927 por William Ogilvy Kermack (1898 - 1970) e Anderson Gray McKendrick (1876 - 1943), que, para (CODEÇO; COELHO, 2012, p.111), "[...] é um dos alicerces de toda a modelagem de epidemias de nossos tempos". William Heaton Hamer (1862 - 1936) foi um dos primeiros a propor, em 1906, que a propagação de doenças infecciosas depende do número de indivíduos sucessíveis a infecção e do número de indivíduos infectados, conceito que hoje é conhecido como Lei de Ação das Massas. Essa proposta é uma versão rudimentar da ideia de modelo compartimental que viria a ser melhor explorada em 1927 no trabalho de Kermack e Mckendrick que constitui a base da epidemiologia matemática moderna (ANDERSON, 1991).

Em uma análise dos principais livros usados em cursos de graduação na área da saúde no Brasil, tais como (FILHO; BARRETO, 2011), (FRANCO; PASSOS, 2005), (FLETCHER, 2021), (ROUQUAYROL; GURGEL, 2018) e (MEDRONHO *et al.*, 2009), pode-se notar que o tema 'epidemiologia matemática' quase não apareceu em nenhum dos livros pesquisados e que cientistas como Kermack e Mckendrick são sequer mencionados nas seções de história da epidemiologia, ou desenvolvimento da mesma nos livros pesquisados. Dessa forma, este trabalho se propõe a aprofundar em como Kermack e Mckendrick contribuíram para o desenvolvimento da epidemiologia matemática.

2 Metodologia

A pesquisa foi conduzida mediante o método de revisão bibliográfica. Isso implica uma revisão extensiva da literatura disponível sobre as obras de Kermack e McKendrick, bem como sobre os conceitos e modelos epidemiológicos por eles desenvolvidos, a escolha por uma abordagem qualitativa se deve à natureza conceitual e teórica das contribuições de Kermack e McKendrick para a Epidemiologia Matemática. Esta abordagem permite uma análise aprofundada das ideias e teorias desenvolvidas por esses dois renomados epidemiologistas, sem a necessidade de quantificação rigorosa. Nesse contexto, esta pesquisa procura esclarecer os princípios e conceitos subjacentes às contribuições de Kermack e McKendrick para a Epidemiologia Matemática, visando aprofundar o entendimento sobre o tema.

3 Kermack e Mckendrick

Mckendrick nasceu em 1876, em Edimburgo, na Escócia, mas cresceu em Glasgow, formado em medicina aos 24 anos, trabalhou em expedições no estudo da malária no *Indian Medical Service (IMS)*. Também se foi um dos responsáveis do *Royal College of Physicians* em Edimburgo, onde conheceu Kermack e desenvolveram trabalhos juntos. (DIETZ, 1997).

Figura 1: Anderson Gray McKendrick

FONTE: (O'CONNOR; ROBERTSON, 2007)

Smith e Kuh (2001) destacam que William Kermack nasceu em Kirriemuir, Escócia, em 26 de abril de 1898, e se formou em Matemática e Filosofia Natural na *Aberdeen University* em 1918. Durante seus estudos, ele se interessou por análise estatística e pesquisas de Karl Pearson (1857 – 1936) e William Sealy Gosset (1876 – 1937), mais conhecido pelo pseudônimo *Student*. Após um breve serviço na Força Aérea Real, ele se dedicou à química industrial, trabalhando no Laboratório do *Royal College of Physicians* em Edimburgo, onde permaneceu por grande parte de sua vida. Embora tenha ficado cego em 1924 devido a um acidente, Kermack continuou suas pesquisas em química coloidal e medicamentos antimaláricos, colaborando com Anderson Gray McKendrick. Sua notável habilidade matemática contribuiu para avanços na epidemiologia matemática, aplicando a matemática ao estudo de epidemias.

Destaca-se também que, por ficar cego, Kermack realizava grande parte dos seus trabalhos matemáticos mentalmente e, ao refletir sobre o trabalho de Kermack após sua morte, fica evidente sua notável habilidade em compreender estruturas algébricas e sua profunda compreensão da relevância da matemática (SMITH; KUH, 2001).

Figura 2: William Ogilvy Kermack

FONTE:(SMITH; KUH, 2001)

4 A Principal contribuição

De acordo com Diekmann, Heesterbeek e Metz (1995), o modelo publicado por Kermack e Mckendrick em 1927 considera as seguintes situações:

1. Uma única infecção desencadeia um processo autônomo dentro do hospedeiro;

2. A doença resulta em imunidade completa ou morte;

3. Os contatos seguem a Lei de Ação das Massas;

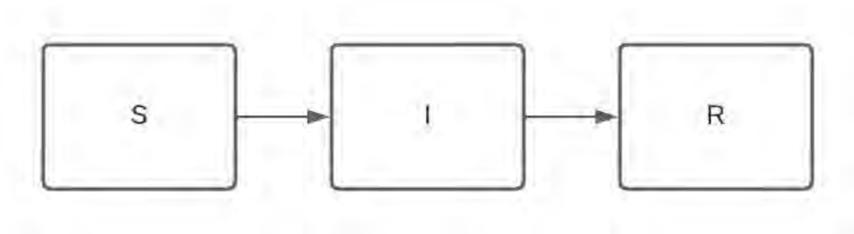
4. A população é fechada;

5. O tamanho da população é grande o suficiente para justificar uma descrição determinística.

O item 1 afirma que eles consideraram uma situação em que uma única infecção é capaz de iniciar um processo de infecção autônomo dentro do hospedeiro. Em outras palavras, eles se concentraram em estudar doenças causadas por microparasitas, que são organismos microscópicos, como vírus ou bactérias, que podem causar infecções no indivíduo. Eles não consideraram parasitas maiores, como vermes ou insetos, que teriam um ciclo de vida mais complexo e envolvem diferentes estágios fora do hospedeiro. O item 5 afirma que a população é "fechada", isso implica que, durante o período de estudo da epidemia, não se considera que novos indivíduos que não estavam inicialmente na população entrem nela. Essa suposição é relevante para simplificar os modelos matemáticos usados para estudar a propagação de doenças, pois permite que os pesquisadores se concentrem na interação e transmissão da doença entre os indivíduos existentes na população, sem levar em consideração a entrada de novos suscetíveis que podem ocorrer, por exemplo, devido à imigração ou nascimento.

O modelo compartimental proposto por Kermack e Mckendrick se baseia na divisão da população em compartimentos, sendo o modelo SIR (suscetíveis, infectados e removidos) o mais básico e a principal contribuição para esta área, onde suscetíveis são os indivíduos que ainda não foram contaminados, infectados aqueles já acometidos pela doença e removidos os indivíduos que morreram ou se recuperaram (BRAUER *et al.*, 2008).

Figura 3: Modelo Compartimental SIR.



FONTE: o autor.

Dessa forma, denotamos por $S = S(t)$, $I = I(t)$ e $R = R(t)$ o número de indivíduos suscetíveis, infectados e removidos, respectivamente. Assim temos o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\begin{cases} S' = -\beta SI \\ I' = \beta SI - \gamma I \\ R' = \gamma I, \end{cases}$$

onde o parâmetro β representa a taxa de transmissão ou potencial de transmissão da doença, e γI representa taxa de recuperação, ou seja, o número de indivíduos infectados recuperados.

A população é considerada constante, ou seja,

$$S + I + R = N,$$

com N o número total de indivíduos.

Também é definido o número básico de reprodução R_0, ou seja, numero médio de infecções causadas por indivíduo, como

$$R_0 = \frac{\beta}{\gamma}.$$

A epidemia ocorre somente se $R_0 > 1$, e a negação disso não desencadeia pandemia (CODEÇO; COELHO, 2012). É importante frisar que as contribuições de Kermack e Mckendrick foram publicadas em três partes, a primeira, *A contribution to the mathematical theory of epi-*

demics de 1927, que introduz o modelo básico SIR apresentado anteriormente (KERMACK; MCKENDRICK, 1927).

A segunda publicação ocorrida em 1932, e intitulada *Contributions to the mathematical theory of epidemics II. The problem of endemicity*, nessa segunda publicação, é explorado como uma doença pode se tornar endêmica e persistir de forma sustentável em uma população ao longo do tempo. Os modelos matemáticos são expandidos para considerar condições que levam à estabilidade endêmica de uma doença. Isso inclui o estudo de taxas de transmissão, taxas de recuperação, taxas de natalidade e outras variáveis que influenciam a dinâmica da doença em uma população (KERMACK; MCKENDRICK, 1932).

A terceira e última publicação, de 1933, *Contributions to the mathematical theory of epidemics III. Further studies of the problem of endemicity*, os autores continuam a aprofundar o estudo do problema da endemicidade, focando em aspectos mais detalhados e complexos da persistência de doenças infecciosas em populações, considerando casos mais específicos e explorado novas variáveis que afetam a endemicidade (KERMACK; MCKENDRICK, 1933).

Massad *et al.* (2004) destacam que com os avanços do conhecimento biológico a epidemiologia matemática se desenvolveu rapidamente, aperfeiçoando a generalização dos modelos determinísticos e propondo novos modelos estocásticos que ganharam ainda mais força a computação, que permitiu mais generalidade e verossimilhança.

O modelo SIR de Kermack e Mckendrick potencializou a pesquisa e contribuiu para a criação de outros modelos compartimentais como SEIR (suscetíveis, expostos, infectados e recuperados), SI (suscetíveis e infectados), SIS (suscetíveis, infectados e suscetíveis), SIRS (suscetíveis, infectados, removidos e suscetíveis) e SEIS (suscetíveis, expostos, infectados, e suscetíveis) (BRAUER *et al.*, 2008).

5 Considerações finais

As contribuições de Kermack e McKendrick para a epidemiologia matemática são um testemunho da capacidade da ciência de transcender as fronteiras disciplinares. Seu trabalho não apenas revolucionou nossa compreensão das epidemias, mas também forneceu as ferramentas essenciais para enfrentar desafios de saúde global. Seu legado perdura como um farol de inspiração para futuras gerações de cientistas, destacando a importância da pesquisa interdisciplinar e da matemática na luta contínua pela saúde pública. No geral, este trabalho contribuiu para a academia ao promover a compreensão histórica, teórica e prática da epidemiologia matemática, estimular a pesquisa interdisciplinar e inspirar pesquisadores futuros.

Referências

ANDERSON, R. M. Discussion: The kermack-mckendrick epidemic threshold theorem. **Bulletin of Mathematical Biology**, v. 53, p. 1–32, 1991. ISSN 1522-9602. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/BF02464422>.

BRAUER, F. Mathematical epidemiology: Past, present, and future. **Infectious Disease Modelling**, v. 2, n. 2, p. 113–127, 2017. ISSN 2468-0427. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2468042716300367>.

BRAUER, F. *et al.* **Mathematical epidemiology**. [S.l.]: Springer, 2008. v. 1945.

CODEÇO, C. T.; COELHO, F. C. Modelagem de doenças transmissíveis. **Oecologia Australis**, v. 16, n. 1, p. 110–116, 2012.

DIEKMANN, O.; HEESTERBEEK, J. A. P.; METZ, J. A. The legacy of kermack and mckendrick. **Epidemic models: their structure and relation to data**, Cambridge University Press Cambridge, UK, v. 5, p. 95, 1995.

DIETZ, K. Introduction to mckendrick (1926) applications of mathematics to medical problems. In: ____. **Breakthroughs in Statistics**. New York, NY: Springer New York, 1997. p. 17–57. ISBN 978-1-4612-0667-5. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-0667-5_2>.

FILHO, N. d. A.; BARRETO, M. L. Epidemiologia & saúde: fundamentos, métodos, aplicações. In: **Epidemiologia & saúde: fundamentos, métodos, aplicações**. Rio de Janeiro, RJ: Editora Guanabara Koogon, 2011. p. 699–699.

FLETCHER, G. S. **Epidemiologia Clínica: Elementos Essenciais**. 6. ed. [S.l.]: Artmed Editora, 2021.

FRANCO, L. J.; PASSOS, A. D. C. **Fundamentos de epidemiologia**. 3. ed. São Paulo, SP: Manole, 2005.

KERMACK, W. O.; MCKENDRICK, A. G. A contribution to the mathematical theory of epidemics. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character**, v. 115, 1927. ISSN 0950-1207.

KERMACK, W. O.; MCKENDRICK, A. G. Contributions to the mathematical theory of epidemics. ii. —the problem of endemicity. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character**, v. 138, 1932. ISSN 0950-1207.

KERMACK, W. O.; MCKENDRICK, A. G. Contributions to the mathematical theory of epidemics. iii.—further studies of the problem of endemicity. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character**, v. 141, 1933. ISSN 0950-1207.

MASSAD, E. *et al.* Métodos quantitativos em medicina. Manole, Barueri - SP, 2004.

MEDRONHO, R. d. A. *et al.* **Epidemiologia**. 2. ed. São Paulo, SP: Atheneu, 2009.

O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F. **Anderson Gray McKendrick**. 2007. Disponível em: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/McKendrick/>.

ROUQUAYROL, M. Z.; GURGEL, M. **Rouquayrol: epidemiologia e saúde**. 8. ed. Rio de Janeiro, RJ: Medbook, 2018.

SMITH, G. D.; KUH, D. Commentary: William Ogilvy Kermack and the childhood origins of adult health and disease. **International Journal of Epidemiology**, v. 30, n. 4, p. 696–703, 08 2001. ISSN 0300-5771. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/ije/30.4.696>.

CÁLCULOS MATEMÁTICOS NA TRILATERAÇÃO PARA GEOLOCALIZAÇÃO DE PRECISÃO

Leandro Karlito's da Silva Aguiar (IFG – Câmpus Goiânia. leandro.aguiar@estudantes.ifg.edu.br)
João Celso Ribeiro Leite Filho (IFG – Câmpus Goiânia. joao.celso@estudantes.ifg.edu.br)
Regina Célia Bueno da Fonseca (IFG – Câmpus Goiânia. regina.fonseca@ifg.edu.br)

Resumo

A trilateração é uma técnica matemática usada por um dispositivo de sistema de posicionamento global (GPS) para determinar a posição, velocidade e elevação do usuário. A trilateração é uma triangulação, e não usa a medição dos ângulos em seus cálculos. Os dados de um único satélite fornecem uma localização geral de um ponto dentro de uma grande área circular na superfície da Terra. O cálculo matemático aplicado na técnica de trilateração no campo do geoposicionamento, fornece uma abordagem fundamental que permite determinar com alta precisão, a localização de um ponto em um espaço bidimensional (2D) e tridimensional (3D). No âmbito desta pesquisa, exploramos e analisamos os cálculos numéricos envolvidos na técnica de trilateração, bem como, os conceitos da matemática empregados que podem aumentar significativamente a precisão na determinação da localização espacial. O objetivo deste trabalho é mostrar a importância da modelagem matemática dos cálculos numéricos aplicados na técnica da trilateração e, compreender a precisão na determinação das coordenadas geográficas no campo do geoposicionamento.

Palavras-chave: Técnica trilateração. Cálculo numérico. Localização espacial. Geoposicionamento.

1 INTRODUÇÃO

O geoposicionamento desempenha um papel crucial na sociedade moderna, afetando uma ampla variedade de campos, desde a navegação até a agricultura de precisão (GIOTTO; CARDOSO; SEBEM, 2013). A precisão na determinação das coordenadas geográficas é fundamental para inúmeras aplicações práticas, como mapeamento, monitoramento ambiental e engenharia civil (SEGUNDO; SCHMIDT, 2016). Nesse contexto, este projeto se concentra exclusivamente no aspecto do cálculo matemático da técnica de trilateração no campo do geoposicionamento.

Supondo que a hipótese da técnica de trilateração desempenha um papel fundamental no geoposicionamento, e, portanto, para sua correta aplicabilidade nas mais diversas áreas do conhecimento, é desejável o conhecimento mais profundo das técnicas no cálculo da trilateração. Assim, o objetivo deste trabalho é mostrar a importância da modelagem matemática dos cálculos numéricos aplicados na técnica da trilateração e, compreender a precisão na determinação das coordenadas geográficas no campo do geoposicionamento.

2 METODOLOGIA

A metodologia para a realização da pesquisa descritiva usando a modelagem matemática dos cálculos numéricos aplicados na técnica trilateração, com abordagem quantitativa e método bibliográfico partir de material já existente, como livros e artigos científicos e tecnológicos, e para a visualização do processo de trilateração que descreve a localização, o recurso do *software* GeoGebra.

2.1. Software GeoGebra:

O GeoGebra é um software de licença gratuita. Foi criado em 2001 por Markus Hohenwarter, como parte de sua tese de mestrado. O significado da palavra GeoGebra é junção da palavra Geometria com a da palavra Álgebra, evidenciando a relação entre as duas áreas, e evidencia uma ferramenta para auxiliar o ensino de matemática (SIQUEIRA, 2017; MARTINEZ, 2017).

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: GEOPOSICIONAMENTO

A trilateração é um método matemático amplamente utilizado para determinar a posição de um ponto desconhecido em um sistema de coordenadas a partir das distâncias conhecidas entre esse ponto e três ou mais pontos de referência conhecidos. A base teórica da trilateração está fundamentada nos conceitos da geometria, do cálculo diferencial e na aplicação de conceitos trigonométricos.

Definição 1 [Técnica trilateração] A trilateração é uma técnica utilizada para estimar as coordenadas de um determinado objeto, a partir de dados de elementos emissores fixos com posição já previamente conhecida (BLAS e IPIÑA, 2017).

O processo de trilateração pode ser descrito basicamente como o problema de encontrar a interseção de três esferas, no centro de cada uma das esferas há uma estação ou elemento emissor A_i, de posição $p_i = (x_i , y_i, z_i)$, e d_i que é a medição de distância entre cada estação i e a intersecção (THOMAS; ROS, 2005). De posse das informações de p_i, e d_i de cada uma das estações em relação a intersecção das esferas, a localização desconhecida é encontrada realizando para o sistema de equações quadráticas, denominadas de **equações de trilateração**, são dadas na Eq. (1).

$$
\begin{aligned}
(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2 &= d_1^2 \\
(x-x_2)^2+(y-y_2)^2+(z-z_2)^2 &= d_2^2 \\
(x-x_3)^2+(y-y_3)^2+(z-z_3)^2 &= d_3^2 \\
(x-x_4)^2+(y-y_4)^2+(z-z_4)^2 &= d_4^2
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Na Figura 1, mostra um objeto de localização incógnita S, os segmentos em azul correspondem às medidas de distância estimadas por algum método de medição de distância entre o objeto e as âncoras A_i. Para localizar um objeto em um espaço 2D, é necessárias três estações fixas (ou âncoras), assim como para um espaço 3D são necessárias no mínimo 4 âncoras (SHIH; MARRÓN, 2010).

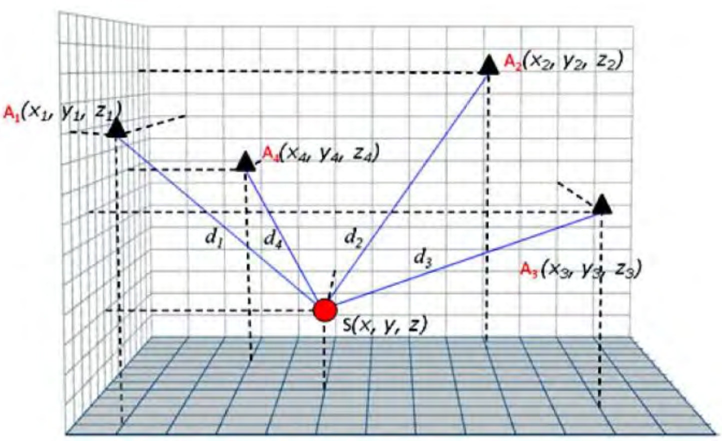


Figura 1. Conceito fundamental da técnica de trilateração 3D.
Fonte: (SHIH; MARRÓN,2010).

Observação 1: A técnica de localização trilateração é diferente da técnica de localização denominada triangulação (LEE et al.,2014).

4 Resultados e Discussão

4.2 Cálculo Matemático com Alta Precisão

Para garantir que o resultado alcançado possua a máxima precisão possível, utilizamos conceitos do cálculo numérico no processo de resolução.

4.2.1 Cálculo para duas variáveis

Sabemos que as coordenadas geográficas podem possuir duas dimensões (ex.: altitude, latitude). Suponha que temos três pontos $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)\ e\ C(x_C, y_C)$ de referência no plano cartesiano. As distâncias entre um ponto desconhecido $P(x_P, y_P)$e os pontos de referência d_A (distância de P a A), d_B (distância de P a B) e d_c (distância de P a C).

Como nosso objetivo é calcular as coordenadas precisas de P utilizando a trilateração. Então, para calcular numericamente as coordenadas de P, vamos definir um sistema de equações não linear com base nas distâncias conhecidas e nas coordenadas dos pontos de referência. Neste caso, estamos procurando as coordenadas (x_P, y_P) de P. As equações de trilateração em 2D são:

$$d_A^2 = (x_P - x_A)^2 + (y_P - y_A)^2$$
$$d_B^2 = (x_P - x_B)^2 + (y_P - y_B)^2$$
$$d_C^2 = (x_P - x_C)^2 + (y_P - y_C)^2$$

Podemos resolver esse sistema não linear numericamente usando um método iterativo, como o método de *Newton-Raphson*. Vamos definir as funções $f_1(x_P, y_P), f_2(x_P, y_P)\ e\ f_3(x_P, y_P)$ com base nas equações acima:

$$f_1(x_P, y_P) = (x_P - x_A)^2 + (y_P - y_A)^2 - d_A^2$$
$$f_2(x_P, y_P) = (x_P - x_B)^2 + (y_P - y_B)^2 - d_B^2$$
$$f_3(x_P, y_P) = (x_P - x_C)^2 + (y_P - y_C)^2 - d_C^2$$

Agora, vamos calcular as derivadas parciais dessas funções em relação a x_P e y_P.

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_p} = 2(x_P - x_A)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_p} = 2(x_P - x_B)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_p} = 2(x_P - x_C)$$

Podemos usar o método de *Newton-Raphson* para encontrar as coordenadas $(x_P,\ y_P)$ de P. Começamos com uma estimativa inicial $\left(x_{P_0}, y_{P_0}\right)$ e iteramos usando as seguintes fórmulas:

$$x_{P_{n+1}} = x_{P_n} - \frac{f_1\left(x_{P_n},\ y_{P_n}\right)}{\frac{\partial f_1}{\partial x_P} + \frac{\partial f_1}{\partial y_P}}$$

$$y_{P_{n+1}} = y_{P_n} - \frac{f_1\left(x_{P_n},\ y_{P_n}\right)}{\frac{\partial f_1}{\partial x_P} + \frac{\partial f_1}{\partial y_P}}$$

Repetindo essas iterações até que o erro estimado seja menor do que a tolerância especificada.

O erro de cada equação f_i, onde *i* representa o ponto de referência (1 para A, 2 para B e 3 para C), é a diferença entre a distância calculada e a distância real:

$$E_1 = \left|\sqrt{(x_P - x_A)^2 + (y_P - y_A)^2} - d_A\right|$$

$$E_2 = \left|\sqrt{(x_P - x_B)^2 + (y_P - y_B)^2} - d_B\right|$$

$$E_3 = \left|\sqrt{(x_P - x_C)^2 + (y_P - y_C)^2} - d_C\right|$$

O erro total, E_{total} é a soma dos erros individuais:

$$E_{total} = E_1 + E_2 + E_3$$

Para definir a condição de parada, escolhe-se arbitrariamente uma tolerância de erro ε que represente a precisão desejada. As iterações continuarão até que E_{total} seja menor do que ε.

4.2.3 Cálculo para três variáveis

Sabemos também que as coordenadas geográficas podem possuir três dimensões (ex.: altitude, latitude, altura). Suponha que temos três âncoras A, B e C no espaço tridimensional, cada uma com coordenadas conhecidas $(x_{A,}\, y_A, z_A)$, $(x_{B,}\, y_B, z_B)$ e $(x_{C,}\, y_C, z_C)$ respectivamente. As distâncias entre o ponto desconhecido P e cada âncora são d_A, d_B, d_C respectivamente.

Queremos estimar as coordenadas do ponto desconhecido P, representadas por x_P, y_P e z_P, minimizando o erro quadrático nas distâncias medidas em relação às distâncias calculadas a partir das coordenadas de P.

Definimos a função de erro quadrático $E(x_P, y_P, z_P)$ da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} E(x_P, y_P, z_P) = {} & \left(d_A - \sqrt{(x_P - x_A)^2 + (y_P - y_A)^2 + (z_P - z_A)^2}\right)^2 \\ & + \left(d_B - \sqrt{(x_P - x_B)^2 + (y_P - y_B)^2 + (z_P - z_B)^2}\right)^2 \\ & + (d_C - \sqrt{(x_P - x_C)^2 + (y_P - y_C)^2 + (z_P - z_C)^2})^2 \end{aligned}$$

Usaremos o método do gradiente para minimizar a função de erro E. A ideia é iterativamente atualizar as coordenadas de P em direção ao gradiente negativo de E até atingir a convergência.

Começamos com estimativas iniciais para x_P, y_P e z_P, denotadas por x_P^0, y_P^0 e z_P^0 respectivamente.

Definimos uma tolerância ε que determina quando parar o processo iterativo. Se a diferença entre as coordenadas atualizadas e as coordenadas atuais for menor que ε, consideramos que atingimos a convergência.

Calculamos o gradiente da função de erro E em relação a x_P, y_P e z_P. As derivadas parciais são:

$$\frac{\partial E}{\partial x_P} = -2\left[\left(d_A - \sqrt{(x_P - x_A)^2 + (y_P - y_A)^2 + (z_P - z_A)^2}\right)\frac{x_P - x_A}{\sqrt{(x_P - x_A)^2 + (y_P - y_A)^2 + (z_P - z_A)^2}}, \left(d_B - \sqrt{(x_P - x_B)^2 + (y_P - y_B)^2 + (z_P - z_B)^2}\right)\frac{x_P - x_B}{\sqrt{(x_P - x_B)^2 + (y_P - y_B)^2 + (z_P - z_B)^2}}, \left(d_C - \sqrt{(x_P - x_C)^2 + (y_P - y_C)^2 + (z_P - z_C)^2}\right)\frac{x_P - x_C}{\sqrt{(x_P - x_C)^2 + (y_P - y_C)^2 + (z_P - z_C)^2}}\right]$$

As derivadas parciais para y_P e z_P são calculadas de forma semelhante. Atualizamos as coordenadas usando o gradiente e uma taxa de aprendizado α:

$$x_P^{novo} = x_P - \alpha \cdot \frac{\partial E}{\partial x_P}$$

$$y_P^{novo} = y_P - \alpha \cdot \frac{\partial E}{\partial y_P}$$

$$z_P^{novo} = z_P - \alpha \cdot \frac{\partial E}{\partial z_P}$$

Verificamos se a diferença entre as coordenadas atualizadas e as novas coordenadas é menor que ε. Se sim, o processo é encerrado.

Se a convergência não foi alcançada, atualizamos as coordenadas atuais:

$$x_p = x_p^{novo}$$

$$y_p = y_p^{novo}$$

$$z_p = z_p^{novo}$$

Retornamos ao cálculo do gradiente para continuar o processo até atingir a convergência.

Após a convergência, as coordenadas x_P, y_P e z_P representam a estimativa final do ponto desconhecido P que minimiza o erro quadrático nas distâncias medidas em relação às distâncias calculadas a partir das coordenadas de P.

4 Considerações Finais

Através da exploração dos cálculos matemáticos envolvidos, este projeto demonstrou a capacidade da trilateração em determinar com extrema precisão a localização geográfica de um ponto, tanto em espaços bidimensionais quanto tridimensionais.

A ênfase na aplicação rigorosamente matemática e no uso do cálculo numérico destacou a robustez dessa abordagem, que se revela particularmente valiosa em aplicações que demandam alta precisão. A trilateração desempenha um papel essencial em uma ampla gama de campos, incluindo sistemas de navegação, monitoramento de frotas, geodésia e muito mais.

Em última análise, este estudo contribuiu para aprofundar a compreensão da trilateração como uma técnica poderosa no geoposicionamento, ressaltando sua base matemática sólida e sua capacidade inegável de proporcionar resultados altamente precisos. Como tal, a trilateração continua a desempenhar um papel significativo na pesquisa e nas aplicações práticas relacionadas à localização geográfica precisa.

5 AGRADECIMENTOS

Os autores à instituição IFG pela oportunidade de desenvolvimento de pesquisa científica PIBIC (EDITAL N^0 19 - PROPPG/IFG, de 23 de maio de 2023).

6 REFERÊNCIAS

SMITH, J. R. **Basic geodesy: An introduction to the history and concepts of modern geodesy without mathematics.** Landmark Enterprises, Rancho Cordova, CA, USA. 1988.

FLIP PT. **Dúvidas Linguísticas**. Disponível em: https://www.flip.pt/Duvidas-Linguisticas/Duvida-Linguistica/DID/1284. Acessado em 27 de setembro de 2023, às 16:47.

FRANCO, Neide Bertoldi. **Cálculo numérico**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

BLAS, A. D.; IPIÑA, D. López-de. **Improving trilateration for indoors localization using ble beacons**. In: IEEE. 2017, 2nd International Multidisciplinary Conference on Computer and Energy Science (SpliTech), 2017. p. 1–6.

THOMAS, F.; ROS, L. **Revisiting trilateration for robot localization**. IEEE Transactions on robotics, IEEE, v. 21, n. 1, p. 93–101, 2005.

SHIH, C.-Y.; MARRÓN, P. J. Cola. **Complexity-reduced trilateration approach for 3d localization in wireless sensor networks**. In: IEEE. 2010 Fourth International Conference on Sensor Technologies and Applications, 2010. p. 24–32.

SIQUEIRA, Ruan de Freitas, et al. **Tutorial para GeoGebra**. 28p. Programa de Educação Tutorial (PET) - Universidade Federal de Fluminense (UFF). Rio de Janeiro, 2017. Acesso em 11 de setembro de 2023.

MARTINEZ, Dimas. **GeoGebra - Primeiros Passos**. 53p. V Semana da Matemática - Universidade Federal do Amazonas (UFAM). Amazonas, 2017. Acesso em 11 de setembro de 2023.

Projeto CR Campeiro: **fundamentos de Cartografia e de GPS aplicados a Agricultura de Precisão** / organizadores: Enio Giotto, Claire Delfini Viana Cardoso, Elódio Sebem. – Santa Maria : UFSM – Laboratório de Geomática, 2013.

V. SEGUNDO; M. A. R. SCHMIDT. **AJUSTAMENTO DE POLIGONAIS DE CONTROLE PARA LOCAÇÃO DE OBRAS DE ENGENHARIA**. REEC – Revista Eletrônica de Engenharia Civil. ISSN: 2179-0612, 2016. D.O.I. 10.5216/reec.V11i1.33819

ANÁLISE DO USO DO *DEEP LEARNING* EM DIAGNÓSTICOS DE ELETROCARDIOGRAFIAS: REVISÃO INTEGRATIVA

Anderson Carlos Gomes Martins (Instituto Federal de Goiás – Goiânia. E-mail: 720gelos@gmail.com)
André Guissoni Fiusa (Instituto Federal de Goiás – Goiânia. E-mail: andre.fiusa99@gmail.com)
Hully Christiany Gonçalves Leite (Instituto Federal de Goiás – Goiânia. E-mail:hullyleitte@gmail.com)
Ludmilla Pinto Guiotti Cintra Abreu (Instituto Federal de Goiás – Goiânia. E-mail: ludguiotti2@gmail.com)
Flávio Moraes de Miranda (Instituto Federal de Goiás – Goiânia. E-mail: flavio.miranda@ifg.edu.br)

Resumo
Eletrocardiografia (ECG) é um método não invasivo que ajuda a identificar sintomas cardíacos que podem levar a morte, é um gráfico que registra a atividade elétrica. O *Deep Learning* (DL) são domínios da inteligência artificial supervisionada que requerem treinamentos até um modelo ideal. **Objetivo:** Analisar a eficácia do DL em diagnósticos de ECG. **Metodologia:** Revisão estruturada no PICo, organizada com PRISMA2020 e *Mendeley*®. Bases: PubMED; SCOPUS; Science Direct; IEEEXplore. Etapas: leituras e extrações, e acoplamento bibliográfico. **Resultados:** Após critérios de elegibilidade restaram 08 estudos para extração de dados, sendo 100% com desfechos favoráveis à eficácia do DL em diagnósticos de ECG. Relacionado ao ano de publicação identificou-se 50% em 2022; 37,5% em 2021 e 12,5% em 2021, mostrando a atualidade e relevância do tema. Maior precisão com Método MROA-DLECGSC, e mais usabilidade com as Redes Neurais Convolucionais (CNN). **Conclusões:** DL é preciso e eficaz no diagnóstico de ECG, com eficácia superior à um cardiologista humano. Ênfase na CNN com maior desempenho comparado a estratégias tradicionais e a outros DL; e algoritmo de otimização *Mud Ring* associado a classificação de ECG com alta atuação se confrontado a outros. Novos estudos experimentais, precisos, com maior amostragem são necessários.

Palavras-chave: "*Deep Learning*". "Diagnóstico". "Eletrocardiograma". "Algoritmo". "Amostragem".

1 Introdução

O Eletrocardiograma (ECG) é um método não invasivo que ajuda a identificar sintomas de doenças do coração que podem levar a morte. É um gráfico que registra as flutuações da atividade elétrica (SARSHAR; MIRZAEI, 2022). Os algoritmos de aprendizagem profunda de máquinas ou *Deep Learning* (DL) são domínios da inteligência artificial (IA) supervisionada que requerem grandes treinamentos até um modelo ideal. O trabalho de organizar dados é atualmente uma barreira ao desenvolvimento de sistemas de DL (PHILBRICK *et al.,* 2019). O

DL é um método de aprendizagem de representação onde uma arquitetura complexa de rede neural multicamadas aprende automaticamente, transformando as informações de entrada em vários níveis de abstrações, sendo as mais usuais as Redes Neurais Convolucionais Profundas (DCNN). As DCNN devem ser treinadas e não requerem recursos projetados manualmente como entrada, pois possuem alta seletividade e invariância (CHAN *et al.*, 2020).

As informações de imagem são essenciais na tomada de decisão nas etapas do processo de atendimento ao paciente, desde a detecção, caracterização, estadiamento, avaliação da resposta ao tratamento, monitoramento da doença, até a intervenção. A abordagem convencional de Aprendizado de Máquina (ML) tem limitações devido ao desenvolvedor humano não ser capaz de traduzir os padrões complexos da doença em um número finito de descritores de características, mesmo que tenha analisado um grande número de casos. É importante ressaltar que o processo de aprendizagem automatizado como as DCNN facilmente analisam milhares de casos que os especialistas humanos podem não ser capazes de ver e memorizar durante a vida. O requisitos básicos para desenvolver um algoritmo robusto de ML é um conjunto de amostras grande com verdades de referência verificadas, representativas das características da população de interesse, para o treinamento da máquina (CHAN *et al.*, 2020).

A síntese de imagens médicas de última geração geralmente usam as Redes Neurais Convolucionais (CNN). Atualmente, uma série de Redes Adversárias Generativas (GAN) baseadas em CNN melhoram ainda mais os resultados destas sínteses, por emparelhar imagem a imagem (YU *et al.*, 2021). As CNN são ferramentas poderosas para análise de imagens, e podem ser treinadas com alta precisão para os três respectivos conjuntos de dados: objetos alvo, fundo e qualidade de imagem variado com tempo de anotação maior que duas horas. As CNN são uma classe que representam o estado da arte em análise de imagens e estão entre os métodos mais populares em pesquisa computacional. Constituem um sistema neural multicamadas em rede que usa convolução em pelo menos uma camada e é projetada para processar dados semelhantes a grades, sendo excelentes em segmentação e classificação (SMITH *et al.*, 2022).

As CNN são amplamente utilizadas na análise e classificação de sinais de ECG, aprendem automaticamente recursos complexos representativos diretamente dos próprios dados, eliminando a necessidade de recursos artesanais, extraindo os hierárquicos do simples ao complexo, aplicando filtros de alta dimensão nos dados de entrada. Têm sido utilizadas com sucesso em problemas envolvendo imagens bidimensionais, e em dados unidimensionais de séries temporais como ECG. Os modelos CNN usados para detecção de Fibrilação Atrial (FA) podem realizar extração e classificação, sem a necessidade de introdução manual. As simulações são tentativas de melhorar a precisão e o diagnóstico (MURAT *et al.*, 2021).

Um grupo autores propuseram um reconhecimento da Contração Ventricular Prematura (PVC) através do DL. A pesquisa consistiu em um *pipeline* de DL que utilizava a CNN para extrair características relevantes dos ECG e classificar os complexos PVC. O *pipeline* utilizava um conjunto de 10 características distintas, sendo 3 morfológicas do ECG e 7 estatísticas, capazes de destacar as diferenças entre os sinais de ECG. A CNN foi projetada para identificar características únicas que permitem alcançar um desempenho de classificação mais alto. Portanto, compararam resultados obtidos com outras estratégias de referência, e os resultados mostraram maior precisão, e redução do tempo de computação (SARSHAR; MIRZAEI, 2022).

As Redes Neurais Recorrentes (RNN) são um tipo artificial desenvolvido para resolução de problemas temporais com entradas sequenciais. Um ciclo único ou segmentos curtos de ECG é adequado para aplicações de monitoramento remoto em tempo real, experimentado para FA. As RNN bidirecional (BiRNN) aumentam o número de mecanismos de atenção, e foram criados quatro modelos distintos para análise da precisão: RNN sem o mecanismo de atenção, e RNN de rede hierárquica (HAN)-ECG com um, dois e três mecanismos. A melhor precisão e desempenho foram obtidos com mais mecanismos de atenção, ou seja, continham atenção de onda, batida e janela imprensadas entre camadas BiRNN (MURAT *et al.*, 2021).

Modelos de Memória de Longo Prazo (LSTM) são amplamente utilizados em DL para resolver deficiências na arquitetura RNN que incluem problemas de explosão e desaparecimento de gradiente, que limitam a capacidade de aprender dependências de longos períodos de tempo. O LSTM bidirecional aprenderam e extraíram efetivamente recursos de entrada do intervalo compostos de segmentos de 100 batimentos e atingiram 98,51% e 99,77% de precisão para detecção de FA com validação cruzada de dez vezes e validação às cegas, respectivamente. A LSTM foi capaz de aprender recursos na presença ou ausência de FA, passando para modelos superiores totalmente conectados para classificação, eliminando a necessidade de redução de informações por extração de recursos. Existem sinergias teóricas entre as CNN e os LSTM que podem ser combinados para produzir modelos DL poderosos onde os recursos obtidos das camadas CNN são alimentados nas camadas LSTM em sequência, classificando FA ou Ritmos Sinusais (SR), extraindo características de alto nível. Vários modelos utilizando essas junções foram então propostas, observando uma versão melhorada da perda de entropia cruzada, e relataram sucesso na detecção de FA em quatro ritmos diferentes, e ao incorporarem métodos de otimização os modelos apresentaram bons resultados quando testado com três bancos de dados de ECG separados (MURAT *et al.,* 2021).

O algoritmo *K-Nearest Neighbours* (KNN) é um modelo não paramétrico onde elementos de uma mesma classe possuem características semelhantes estando mais próximos no espaço de dados, baseado na distância entre os pontos em relação a cada dado no hiperespaço, e como pontos, pode-se calcular geometricamente a distância entre eles. Quando um novo dado é apresentado ao sistema, a distância entre eles influenciam na classificação, e a previsão é dada como a classificação dos vizinhos mais próximos. É extremamente simples no formato computacional e muito rápido, podendo ser medida essa distância de variadas formas: Euclidiana, Manhattan, Minkowski, entre outras. O fator importante na qualidade do algoritmo é o número de vizinhos (K) considerados, poucos erros de vizinhos nos dados de treinamento (GOMES-JÚNIOR *et al.*, 2022; SANTIAGO; DIAS, 2022).

Outra técnica é a *Logistic Regression* - a Regressão Logística (LR) - que é uma generalização da regressão linear permitindo a classificação em três funções: de predição, de custo e de otimização da predição. Inicialmente a LR se comporta como uma regressão linear tentando calcular uma linha no hiperespaço que produza a melhor resposta para qualquer dado de entrada (SANTIAGO; DIAS, 2022). É um método simples e poderoso que infere a probabilidade de ocorrência de um evento, com base na modelagem do logaritmo de sua razão de chances como uma combinação linear de algum conjunto de variáveis explicativas assumidas como independentes (GOMES-JÚNIOR *et al.,* 2022).

O algoritmo *Support Vector Machine* - Máquinas de Vetores de Suporte (SVM) – utilizam o cálculo vetorial para separar as distintas classes através de hiperplanos equidistantes e paralelos ao principal, estando o mais próximo possível dos dados para classificação binária. Teoricamente, este método é semelhante à regressão linear, mas o cálculo é diferente. Um vetor ortogonal ao hiperplano é obtido, chamados vetores de suporte, todas as entradas são um componente. A classificação é baseada na projeção do vetor correspondente à entrada no hiperplano, sendo o módulo maior que um determinado valor pertence a uma classe, se menor, a outra. O método utilizado para a otimização é o multiplicador de *Lagrange* (GOMES-JÚNIOR *et al.*, 2022; SANTIAGO; DIAS, 2022). O SVM pode endereçar conjuntos de dados não linearmente separáveis, utilizando o truque do *kernel* - segundo o qual a entrada é intrinsecamente mapeada em um espaço de alta dimensão com o objetivo de tornar as classes de dados linearmente separáveis. O SVM apresenta um alto desempenho, mas possui um treinamento complexo e exigente (GOMES-JÚNIOR *et al.*, 2022).

Outro algoritmo é *Extra Trees* não utiliza o gradiente descendente para sua otimização, e são ajustados pela Decision *Trees* – Árvores de decisão (DT) que separa os dados de acordo com alguma característica onde o ganho de informação é máximo - considera maior aleatoriedade em sua parametrização, tornando-o mais robusto que os demais, em determinados casos. Ao separar os dados em grupos, a classificação é feita de forma muito mais rápida e com a possibilidade de utilizar menos dados do que outros algoritmos. É uma aplicação mais sofisticada do DT, onde se constroem vários modelos de DT mais simples e ao final a decisão é tomada por maioria de votos. Este tipo de modelo é mais robusto do que os vistos anteriormente, pois reduz drasticamente o *overfitting*, e é muito eficiente. Os algoritmos DT são modelos simples não paramétricos baseados em uma sequência de partições binárias do conjunto de dados, considerando um conjunto de variáveis identificadas como as mais relevantes para a previsão de classes. São instáveis e propensos a superajustar os classificadores, uma vez que uma pequena alteração no conjunto de treinamento pode modificar significativamente a estrutura da árvore (SANTIAGO; DIAS, 2022).

O algoritmo AdaBoost é um modelo conjunto que combina muitos classificadores simples, implementados por árvores rasas, com classificação altamente discriminative, sendo aditivo e portanto para cada iteração do algoritmo uma nova árvore é adicionada ao conjunto. Uma desvantagem do AdaBoost é sua sensibilidade a dados ruidosos e valores discrepantes. Há também o algoritmo *Random Forests* - Florestas Aleatórias (RF) – que representa uma técnica de conjunto em que múltiplas DT são geradas sobre amostras de *bootstrap* do conjunto de dados, considerando apenas um subconjunto pequeno e aleatório dos recursos originais. Uma vantagem significativa do RF é conjugar um bom desempenho em muitos problemas práticos com uma seleção de características intrínsecas. Uma inconveniência reside em uma interpretação do modelo mais desafiador do que a DT padrão (GOMES-JÚNIOR *et al.*, 2022).

O algoritmo *Gradient Boosting* - Aumento de gradiente (GB) - semelhante ao Adaboost, explora a abordagem de *boosting*, mas utiliza um critério para fundir os modelos que integram o conjunto com base no gradiente de uma função de perda definida pelo usuário, embora possuam o DT como classificador base mais comum adotado. O GB dispõe de uma seleção de características intrínsecas e tem como desvantagem o custo computacional maior que o RF. Já o algoritmo *Perceptron multicamadas* (MLP) é uma rede *feedforward* totalmente conectada composta por uma ou mais camadas de *perceptrons,* de aproximação universal, é uma abordagem útil ao lidar com problemas não lineares complexos. A desvantagem do MLP é o elevado número de hiperparâmetros do modelo e as dificuldades na interpretação da regra de decisão implementada pela rede (GOMES-JÚNIOR *et al.*, 2022).

Alguns autores sugerem o software *RIL-Contour* para acelerar o DL de imagens médicas como ECG, pois suporta a automatização, os métodos semiautomáticos e métodos manuais para anotação de voxel e/ou texto, e promove a padronização de dados. Isso melhora a eficiência e a precisão dos diagnósticos, auxiliando os médicos no tratamento de doenças cardíacas (PHILBRICK *et al.,* 2019). Em um outro estudo onde foram analisados 24 artigos sobre DL desenvolvidos para detecção automática de FA em ECG, os autores discorrem sobre a eficácia alcançada de mais de 90% de precisão (MURAT *et al.,* 2021).

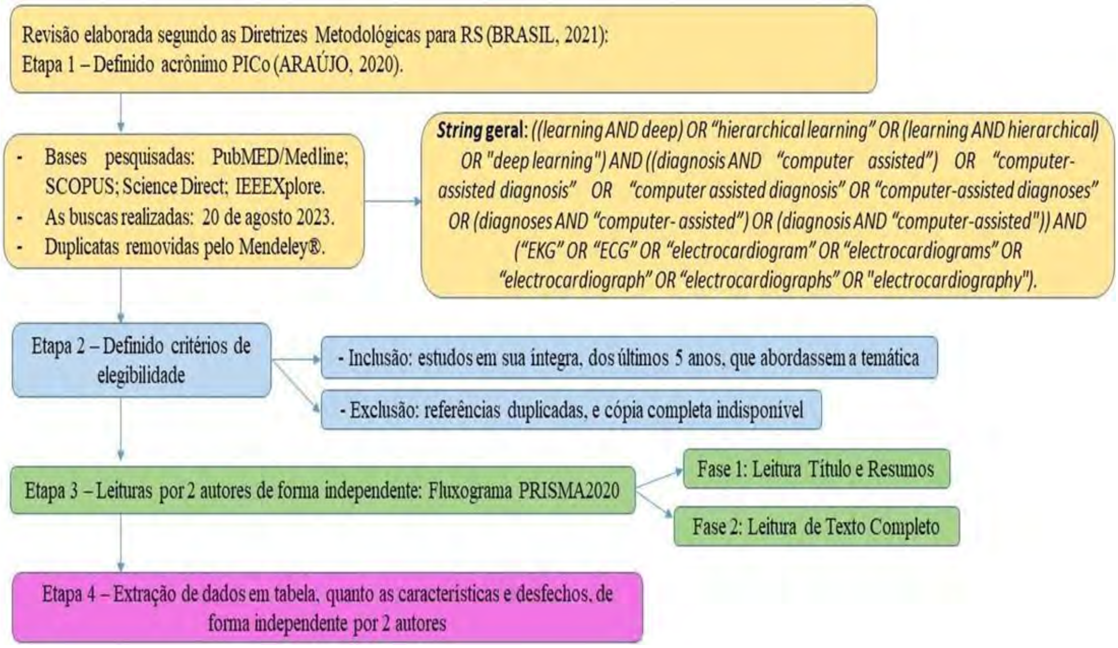
Autores sugerem, através do desenvolvimento de seus estudos, que é necessário um conhecimento médico especializado para interpretação de exames, o que torna o ML uma alternativa eficiente, importante, e com alta precisão pra esses diagnósticos (FENLON *et al.*, 2023). Com base neste contexto o objetivo deste estudo foi analisar por meio de uma revisão integrativa a eficácia do uso do DL em diagnósticos de ECG.

2 Metodologia

Revisão integrativa, elaborada segundo as Diretrizes Metodológicas para revisões (BRASIL, 2021), e acrônimo PICo (ARAÚJO, 2020) para pesquisas não clínicas, sendo os critérios de elegibilidade: de inclusão - estudos em sua íntegra, dos últimos 5 anos, que abordassem a temática; e de exclusão - referências duplicadas, e cópia completa indisponível. O diagrama da metodologia utilizada neste estudo segue conforme a Figura 1.

Após a metodologia aplicada para revisões, foi realizada a análise bibliométrica em rede através do *software VOSviewer* 1.6.18., para verificação da co-ocorrência, citações, co-citações, e o acoplamento bibliográfico dos autores e das palavras-chaves utilizadas nos estudos.

Figura 1 – Diagrama da metodologia deste estudo.

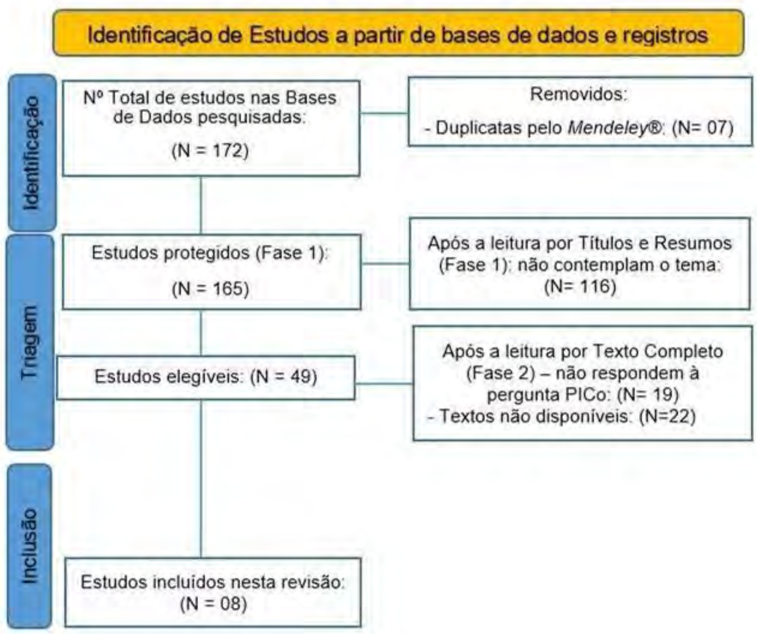


Fonte: Dados da pesquisa. Elaborado pelos autores, 2023.

3 Resultados e Discussão

Foram encontrados 172 estudos nas bases de dados e após serem submetidos aos critérios de elegibilidade, restaram 08 para extração de dados, conforme Figura 2.

Figura 2 – Fluxograma PRISMA2020.



Fonte: Dados da pesquisa. Elaborado pelos autores, 2023.

Foram observados que 100% (N= 08) das pesquisas apontavam para desfechos favoráveis a eficácia do DL em diagnósticos de ECG. Verificou-se, também, o ano de publicação sendo maioria em 2022 (N= 04, 50%), seguidos de 2021 (N= 03; 37,5%) e 2023 (N= 01; 12,5%), o que enfatiza a atualidade e a relevância da temática deste estudo para literatura científica. O modelo que apresentou maior precisão foi o *Método de Otimização de Mud Ring com um Algoritmo de Classificação de Sinal de ECG baseado em DL* (MROA-DLECGSC), e o mais usual, menos oneroso e popular foram as CNN, porém apresentam como desvantagem os ajustes de parâmetros. Foi observado que a precisão de cada tipo de DL depende da técnica usada para esta avaliação. E observou-se que o Brasil foi o país com mais estudos que responderam à pergunta de pesquisa desta revisão, conforme Tabela 1.

Tabela 1 – Características e desfechos dos artigos elegíveis para esta revisão.

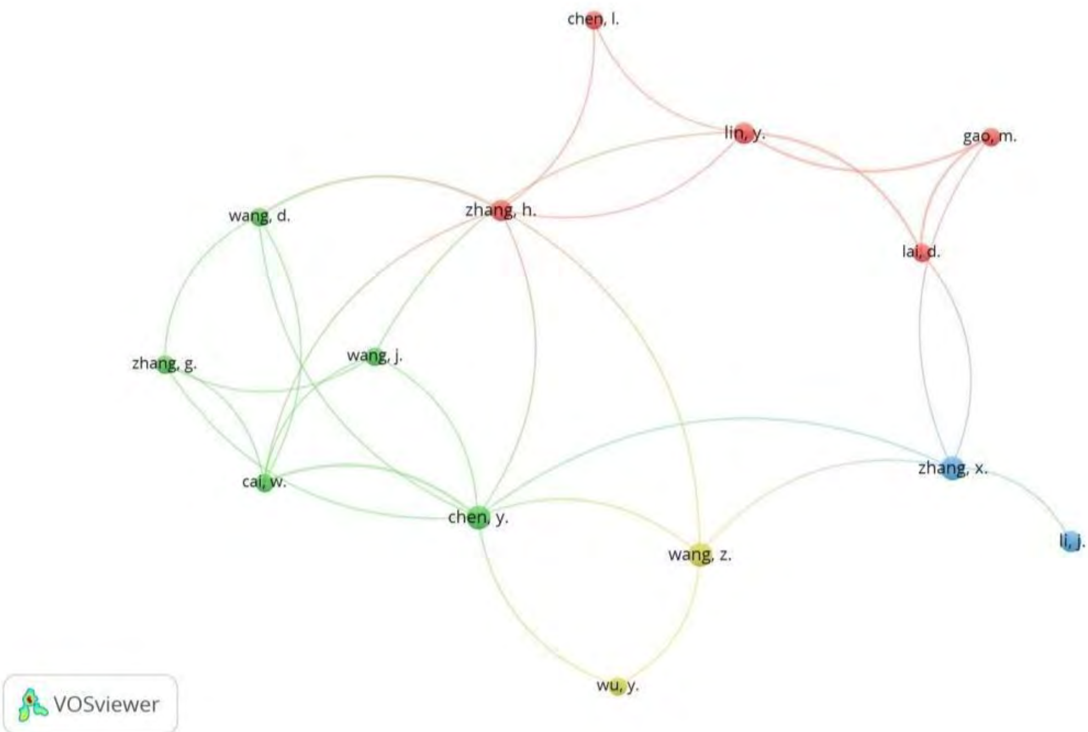
AUTOR ANO/PAÍS	DELINEAMENTO / AMOSTRA	TIPO DE DL EM ECG	FINANCIAMENTO	OBJETIVO	DESFECHOS E CONCLUSÕES
ALLUHAIDAN *et al.* (2023) Suíça	Experimental (Simulações) 3.000 ECG	MROA-DLECGSC	Universidade *King Khalid e* (Arábia Saudita), e *Future University in Egypt* (Egito)	Apresentar uma técnica de otimização e uma de classificação de *Mud Ring* em DL	Melhor desempenho (88,97% precisão), metodologias recentes (DLECG-CVD 88,24%; DL-ECGA 84,70%; GBT 84,98%; RF 79,83%; 1-DCNN 73%; LR 37,28%; DT 27,9%; KNC 66,89%).
BRITES *et al.* (2022) Brasil	Revisão 58 Estudos	CNN	N/A	Analisar métodos e técnicas de DL	Aumento de estudos após 2017 devido aumento da oferta de sensores e *wearables.* Descrevem diagnósticos cardiovasculares por DL.
GOMES-JÚNIOR *et al.* (2022) Brasil	Experimental (Simulações) 105 amostras	DT AdaBoost RF SVM KNN GB LR MLP	N/A	Discutir sobre um detector automático de arritmia em dialíticos, operando dispositivos portáteis rápidos em tempo real	Classificador RF treinado com sobreamostragem de classe minoritária, é econômico em termos de complexidade e custo computacional, alcançando uma precisão de 98,7% para tamanhos de janelas pequenas
ISABEL *et al.* (2021) Espanha	Experimental (Simulações) 7027 ECG	Modelo ResNet CNN	N/A	Apresentar um algoritmo para digitalização	Bem-sucedido em 100% em que o ângulo de declinação da imagem não

		LSTM bidirecional		de ECG e classificação em DL, e introduzir uma rede neural residual, pré-treinada	ultrapassou 20°, 100% precisa em que a imagem foi digitalizada, modelo ResNet acurácia de 88%, 43% na CNN e 59% no LSTM bidirecional
MURAT *et al.* (2021) Turquia	Revisão 24 Estudos	DN CNN LSTM Híbrido(CNN+LSTM)	N/A	Discutir modelos de DL baseados em DNN, RNN, LSTM, CNN, e estruturas híbridas	CNN: maior desempenho de detecção e sinais de variabilidade da frequência cardíaca. Carente em ajustes de parâmetros. DNN: em velocidade e memória é mais vantajoso, pobre na representação de sequências. LSTM: útil para representações, porém lento e consome muitos recursos. Híbrido: útil na representação mas exige mais tempo e custo
SANTIAGO & DIAS (2022) Brasil	Experimental (Simulações) 1000 Sinais de ECG	KNN LR SVM *Extra Trees*	N/A	Desenvolver um algoritmo para detecção e classificação de arritmia cardíaca em ECG	*Extra Trees:* melhores resultados para ritmo cardíaco alterado (98,9% acurácia e 98,8% sensibilidade), mais robusta em processamento de sinal, com resultados semelhantes para as 3 modelagens. KNN bons resultados, porém inferiores.
SARSHAR & MIRZAEI (2022) Irã	Experimental (Simulações) 48 ECG	CNN	N/A	Propor um diagnóstico de PVC por DL usando banco de dados de arritmia.	Melhora o desempenho do diagnóstico de forma mais eficaz; leva à diminuição da taxa de falsos positivos e ao aumento da taxa de verdadeiros positivos.
YU *et al.* (2021) Suíça	Revisão 4 Estudos	CNN GAN	N/A	Discutir 2 modelos de DL para síntese de imagens (CNN e GAN) e apresentar 4 trabalhos	GAN alcança melhor desempenho de síntese de imagens que os modelos convencionais em CNN, devido a arquitetura 3D que preserva informações contextuais. Os detalhes são essenciais para a clínica.

Fonte: Dados da pesquisa. Elaborado pelos autores, 2023. Legenda: Não se aplica ao estudo (N/A). Análise de sinal de ECG baseada em DL (DL-ECGA). DL para diagnóstico de ECG de doenças cardiovasculares (DLECG-CVD). *Gradient-boosting Tree* (GBT). Rede Neural Convolucional Profunda Unidimensional (1-DCNN). *K Neighbors Classifier* (KNC). *Support Vector Machine* (SVM). *K-Nearest Neighbors* (KNN). *Multilayer Perceptron* (MLP). Redes Adversárias Generativas (GAN).

Para verificação do acoplamento bibliográfico dos autores, palavras-chaves utilizadas nos estudos, e os termos DL, *neural networks* e ML, foi identificada a força total dos *links*. Essa análise garante confiabilidade, e qualidade técnica e científica do estudo proposto em uma abordagem quantitativa no mapeamento do campo da pesquisa. Observou-se o grau de colaboração e a exploração de referências científicas sobre o assunto, auxiliando a compreensão da tendência de novos estudos, justificando futuras pesquisas em virtude das recentes publicações na área. Para melhor visualização e interpretação foi escolhido o formato em rede, conforme a Figura 3, corroborando com estudo de Brites *et al.* (2022) que mapearam termos semelhantes e observaram maior frequência nos artigos publicados em 2020, evidenciando o foco em descrever DL para diagnósticos cardiovasculares, ratificando a relevância do tema.

Figura 3 – Gráfico em rede da co-ocorrência, citação, co-citação e acoplamento bibliográfico das palavras-chaves deste estudo.



Fonte: Dados da pesquisa. Elaborado pelos autores, 2023.

Alguns autores citaram a existência de duas abordagens gerais para desenvolver ferramentas automáticas de diagnóstico de arritmias cardíacas, sendo a divisão dos sinais de ECG em unidades de batimento cardíaco ou ciclos das formas de onda, o que gera uma grande quantidade de dados para treinar modelos de ML. Enfatizam que extrair características morfológicas é desafiador devido à imprecisão, embora tenha obtido precisões tão altas quanto 99% em estudos baseados em batimentos (CHEN *et al.,* 2020). Outros estudos sobre a aplicação de IA para detectar e classificar arritmias, FA ou o infarto do miocárdio usando bancos de dados de ECG são realizados regularmente e os resultados demonstram uma eficácia superior à de um cardiologista humano (YOON *et al.*, 2020).

Devido ao número crescente de pacientes com doenças cardiovasculares, o resultado da classificação dos ECG em virtude das grandes mudanças nos padrões de sinal necessita de ferramentas de diagnóstico automático assistidas por computador. Portanto, autores sugerem a técnica MROA-DLECGSC, que reconhece a presença de doença cardíaca, pré-processando os sinais de ECG para transformá-los em um formato uniforme, e otimiza hiperparâmetros, o que auxiliou na obtenção de maior precisão. Os resultados experimentais deste algoritmo mostram o melhor desempenho se comparados a algoritmos recentes (ALLUHAIDAN *et al.,* 2023).

4 Considerações Finais

O DL se mostrou preciso e eficaz no diagnóstico das ECG em todos os trabalhos analisados, e foi enfatizado a eficácia superior à de um cardiologista humano. Foi possível observar que o uso da CNN alcançou um desempenho de classificação alto se comparado as estratégias tradicionais. O algoritmo MROA-DLECGSC mostrou-se com melhor desempenho.

Esta revisão integrativa é parte de um projeto onde inicialmente levantou-se a leitura e extração de dados para entendimento do tema, e análise bibliográfica para confiabilidade, qualidade técnica e científica do estudo. Observou-se as recentes publicações com esta temática, o que auxiliou a compreensão da tendência das pesquisas. Esta revisão é importante como recurso aos pesquisadores interessados em desenvolver abordagens inovadoras de DL.

A proxima etapa do projeto é sistematizar as informações, avaliar o grau de evidência e recomendações através do GRADE, o risco de viés pelo QUADAS-2, e realizar a meta-análise dos dados elaborando um produto final com força de tomada de decisões. Observou-se que outros estudos experimentais de grande precisão, maior amostragem e robustos são necessários para o aprimoramento desta medição, sendo uma proposta para trabalhos futuros.

5 Referências

ALLUHAIDAN, A.S. *et al*. **Mud Ring Optimization Algorithm with Deep Learning Model for Disease Diagnosis on ECG Monitoring System.** Sensors, 23: p.6675, 2023.

ARAÚJO, W.C.O. **Recuperação da informação em saúde: construção, modelos e estratégias.** ConCI: Conv. Ciênc. Inform; 3(2):100-134, 2020.

BRASIL. Ministério da Saúde. Secretaria de Ciência, Tecnologia, Inovação e Insumos Estratégicos em Saúde. **Diretrizes metodológicas: elaboração de revisão sistemática e meta- análise de ensaios clínicos randomizados.** Brasília: Ministério da Saúde, 2021.

BRITES, I.S.G. *et al.* **Aplicação da internet das coisas e aprendizado de máquina na identificação de doenças cardíacas pelas bulhas: um mapeamento sistemático.** Revista Brasileira de Computação Aplicada, 14(3):16–29, 2022.

CHAN, H.P. *et al.* **Deep Learning in Medical Image Analysis.** DL in Med Im Anal, 2020.

CHEN, T.M *et al.* **Detection and Classification of Cardiac Arrhythmias by a Challenge-Best Deep Learning Neural Network Model**. IScience 23(27):100886, 2020.

FENLON, J.B. *et al.* **A Dosimetric Correlation Between Radiation Dose to Bone and Reduction of Hemoglobin Levels After Radiation Therapy for Prostate Cancer.** Int J Radiat Oncol Biol Phys., 4(23):S0360-3016, 2023.

GOMES-JÚNIOR, S.P. *et al.* **Intelligent detection of arrhythmia episodes in dialysis patients.** Journ of the Braz Soc on Comput Intellig (SBIC), v. 20, Iss. 2, pp. 34-46, 2022.

ISABEL, A. *et al.* **Mobile app for the digitization and deep-learning-based classification of electrocardiogram printed records.** Computing in Cardiology, 48:1-4, 2021.

MURAT, F. *et al.* **Review of Deep Learning-Based Atrial Fibrillation Detection Studies.** Int.J. Environ. Res. Public Health, 18, 2021.

PHILBRICK, K.A. *et al.* **RIL-Contour: a Medical Imaging Dataset Annotation Tool for and with Deep Learning.** Journal of Digital Imaging, 32:571–581, 2019.

SANTIAGO, H.; DIAS, M. **Automated detection of anomalies in electrocardiograms using empirical mode decomposition**. Revista Gestão & Tecnologia, 22(1): 51-75, 2022.

SARSHAR, N.T.; MIRZAEI, M. **Premature Ventricular Contraction Recognition Based on a Deep Learning Approach.** Journal of Healthcare Engineering, 2022.

SMITH, A.G. *et al.* **RootPainter: deep learning segmentation of biological images with corrective annotation.** New Phytologist, 236:774–791, 2022.

YOON, D. *et al.* **Discovering hidden information in biosignals from patients using artificial intelligence.** Korean J Anesthesiol, 73(4):275-284, 2020.

YU, B. *et al.* **Medical image synthesis via deep learning.** DL in Med Im Anal, 1213, 2021.

APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO INTEGRADO NA REDE FEDERAL DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

Matheus Gregório de Matos Souza (Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Goiânia. matheusgregoriodematossouza@gmail.com)
Arianny Grasielly Baião Malaquias (Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Goiás – Câmpus Goiânia. arianny.malaquias@ifg.edu.br)

Resumo
O presente trabalho tem como temática a Aprendizagem de Matemática no Ensino Médio Integrado (EMI) na Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica. O estudo foi motivado pela seguinte questão: Como tem se fundamentado a Aprendizagem Matemática no EMI? Com isso, foi traçado como objetivo geral, analisar, dentro do contexto do EMI na Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica, as dificuldades na aprendizagem matemática. Trata-se de uma pesquisa de cunho bibliográfico do tipo Estado da Arte. O trabalho apresenta uma análise das pesquisas que compõe o *corpus* de investigação, as quais tratam sobre a temática desenvolvida. Observou-se que a aprendizagem matemática no EMI está intrinsecamente ligada a dois temas, os currículos (prescritos e moldados) e a interdisciplinaridade.

Palavras-chave: Ensino Médio Integrado. Aprendizagem Matemática. Currículo. Interdisciplinaridade.

1 Introdução

O texto em tela apresenta resultados da monografia "Aprendizagem Matemática na Educação Profissional e Tecnológica na forma Integrada ao Ensino Médio" de Souza (2023).

A educação profissional no Brasil atualmente é reflexo de um processo histórico que ocorreu durante a formação política do país, tendo forte influência de Portugal e de países da Europa ocidental. Neste contexto insere-se a educação profissional, a qual está estabelecida no país há alguns séculos. É possível analisar uma expansão dessa modalidade durante a história; desde o período imperial quando o país foi governado por D. Pedro I e D. Pedro II era possível analisar essa modalidade de educação. Entretanto, é no período republicano que ela começa a sofrer expansão real, sobretudo após o período da Era Vargas (GONÇALVES, 2012).

Atualmente a educação profissional no Brasil possui algumas ramificações, mas é no contexto do Ensino Médio Integrado (EMI) que dar-se-á enfoque para a análise desta pesquisa. O EMI é uma modalidade da educação básica que tem como principal objetivo integrar a formação humana e a formação profissional, com vistas a garantir uma formação omnilateral para os estudantes. O EMI está presente no contexto dos Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia (IF), ou seja, dentro da rede federal de educação profissional e tecnológica. Os IF foram criados sobretudo com o objetivo de promover a educação profissional técnica de nível médio na forma de cursos integrados, podendo aderir a esta modalidade, estudantes concluintes do Ensino Fundamental nas modalidades integral, concomitante e subsequente.

Nesse sentido o objetivo geral deste trabalho é analisar, dentro do contexto do EMI, as dificuldades na aprendizagem matemática.

Para alcançar o objetivo geral, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- Entender o contexto histórico da educação profissional e tecnologia no Brasil;
- Compreender historicamente como o ensino integrado foi criado no Brasil;
- Analisar através de pesquisas acadêmicas o contexto da aprendizagem matemática dos alunos do EMI da rede federal de educação;
- Identificar e analisar qual a influência dos documentos que regem a educação no Brasil para o ensino de matemática no EMI;

2 Metodologia

A metodologia definida para alcançar o objetivo geral é uma pesquisa de cunho bibliográfico do tipo Estado da Arte, no intuito de inventariar e analisar as pesquisas já realizadas sobre a aprendizagem matemática no EMI.

As pesquisas do tipo Estado da Arte consistem em um mapeamento geral de toda a produção acadêmica (teses, dissertações e/ou artigos) acerca de um tema específico. Possui caráter descritivo e inerente, pois reúne todas as pesquisas e descreve as conclusões das mesmas sobre o tema. A realização deste mapeamento tem como objetivo contribuir com a organização e análise na definição do campo estudado.

Para a seleção do *corpus* da pesquisa, optou-se por realizar as buscas em repositórios digitais, como: Banco Digital de Teses e Dissertações (BDTD), Banco de Teses de Dissertações da Capes, Periódicos Capes e Google Acadêmico. Os descritores utilizados foram: “Ensino Médio Integrado”, “aprendizagem matemática” e “Educação matemática”.

Como critérios de seleção, foram escolhidos textos brasileiros e de publicação a partir de 2008, período de mudança dos CEFET para os Institutos Federais, um período em que se alavancou muito esta Rede e no qual o EMI ganhou ainda mais notoriedade.

Ao final a busca resultou em 6 (seis) artigos, 1 (uma) tese e 1 (uma) dissertação, no total de 8 (oito) pesquisas acadêmicas analisadas. No Quadro 1 apresenta-se as oito pesquisas que compõem o *corpus*:

Quadro 1 – Trabalhos que compõem o *corpus* da pesquisa

Título	Tipo	Ano	Autores
O ensino integrado de matemática: um estudo em escola participante do PIBID-UNIMONTES	Artigo	2022	Alves, M. R.; Barbosa, M. S.; Maia, F. A.; Almeida, M. T. C.; França, S. D.; & Franco, J. F.
Educação matemática na educação profissional de nível médio: análise sobre possibilidades de abordagens interdisciplinares	Artigo	2014	Harryson Junior Lessa Gonçalves; Célia Maria Carolino Pires
Um estado do conhecimento sobre o currículo de matemática no ensino médio integrado à educação profissional no Brasil	Artigo	2020	Anderson Martins Corrêa; Márcio Antônio da Silva
Um olhar sobre a matemática no ensino integrado	Artigo	2022	Aline Picoli Souza; Solange Binotto Fagan
A Educação Profissional e o Ensino de Matemática: Conjunturas para uma Abordagem Interdisciplinar	Tese	2012	Harryson Junior Lessa Gonçalves
Matemática no ensino médio, conceitos, legislação e instrumentos de apoio para aprendizagem: o caso do Instituto Federal Goiano, Câmpus Trindade	Dissertação	2017	Mônica Carmem Gonçalves
O Ensino da Matemática, a aprendizagem e o fracasso escolar: uma análise dessas relações no Ensino Médio Integrado de uma instituição da rede federal de Ensino Básico, Técnico e Tecnológico	Artigo	2019	Rúbia Emmel; Paola de Costa
A educação matemática e o ensino médio integrado ao técnico	Artigo	2017	Rafael Pereira de Melo; Eulalia Raquel Gusmão de Carvalho Neto

Fonte: Dados da Pesquisa

Para que pudesse ser feita a análise de dados dessas pesquisas foi necessário que se realizasse a leitura de cada um destes trabalhos. Foi feita a leitura retirando-se o que se havia de mais valioso para o objetivo da análise, que era entender sobre a aprendizagem matemática no Ensino Médio Integrado dos Institutos Federais. A leitura dos trabalhos foi demasiadamente importante para que se chegasse aos resultados que serão apontados a seguir, pois através da leitura de cada um deles, pôde-se ter um olhar geral da situação da aprendizagem matemática no EMI atualmente, especialmente nos Institutos Federais. Além disso, o mecanismo de pesquisa utilizado foi importante para se entender como estão se dando as pesquisas acadêmicas no âmbito dos temas analisados.

3 Resultados e Discussão

A partir das leituras realizadas, algumas análises se fizeram possíveis sobre a questão da aprendizagem matemática no EMI. Primeiramente analisou-se as palavras-chave contidas nas pesquisas e a recorrência de cada uma delas, conforme Tabela 1.

Uma observação que se faz válida é a de que algumas palavras-chave eram utilizada com mesmo sentido nos trabalhos e por isso foram inseridas em conjunto. Essa conjuntura foi possível, pois a partir da análise das pesquisas observou-se que o assunto ao qual elas remetiam estavam em concordância e possuíam o mesmo objetivo. Por exemplo: as palavras *currículo, currículo do ensino médio e currículos de matemática,* nas três pesquisas em que foram inseridas como uma única palavras-chave, por possuir o mesmo sentido e objetivo.

Tabela 1 - Recorrência das palavras-chave

PALAVRA-CHAVE	RECORRÊNCIA
Educação Matemática/ Ensino de Matemática	6
Ensino Médio/ Ensino Médio Integrado/ Ensino Médio Profissional	4
Currículo /Currículo do Ensino Médio/ Currículos de Matemática	3
Matemática	3
Educação Profissional	2
Interdisciplinaridade	2
Álgebra	1
Fracasso escolar	1
Função social da escola	1
Geometria	1
História da Matemática	1
Integração	1
Integração Curricular	1

Metodologia	1
Modelagem Matemática	1
Relação ensino-aprendizagem	1

Fonte: Dados da Pesquisa

O que se notou a partir da análise das palavras-chave é que as pesquisas analisadas de fato traziam como centro a questão da aprendizagem matemática, e, não obstante, trouxeram essa questão atrelada ao Ensino Médio Integrado. Pelas palavras-chave, a questão mais abordada nas pesquisas que ligam esses dois temas é o Ensino de Matemática nesta modalidade.

Faz-se importante ressaltar que algumas das palavras-chave remetem a conteúdos específicos de Matemática, por exemplo Álgebra e Geometria, que foram temas presentes em dois artigos que analisaram exclusivamente o ensino de matemática destes conteúdos no EMI. Outros temas abordados e que serão analisados posteriormente como relevantes para entendimento da aprendizagem matemática no EMI é a interdisciplinaridade e a questão dos currículos, ambos abordados como questões que rodeiam o ensino nessa modalidade e que possuem relevância para o problema estudado.

Outra questão observada a partir da tabela é que alguns trabalhos trouxeram uma análise de possibilidades para superação da problemática da aprendizagem matemática no EMI, como exemplo a História da Matemática e a Modelagem matemática.

Posteriormente, elaborou-se uma tabela visando entender os referenciais teóricos presentes nas bibliografias das pesquisas analisadas (Tabela 2), na qual está inserida os autores que apareceram mais de uma vez na análise, ou seja, em duas ou mais pesquisas diferentes dentre as oito analisadas.

Tabela 2 - Recorrência dos autores

Autor	Recorrência
CIAVATTA, Maria	3
D'AMBROSIO, Ubiratan	3
FRIGOTTO, Gaudêncio	3
RAMOS, Marise Nogueira	3
SACRISTAN, José Gimeno	3
ALVES, Adriana	2
BARBOSA, Jonei Cerqueira	2
BIEMBENGUT, Maria Salett	2
CARLOS, Jairo Gonçalves	2
FAZENDA, Ivani Catarina Arantes	2

GIL, Antônio Carlos	2
GROENWALD, Claúdia Lisete Oliveira	2
JAPIASSU, Hilton	2
MACHADO, Nilton José	2
MANGINI, Fernanda Nunes da Rosa	2
PONTE, João Pedro da	2
SANTOMÉ, Jurjo Torres	2
SKOVSMOSE, Ole	2
TOMAZ, Vanessa Sena	2

Fonte: Dados da pesquisa

No total, se somadas, as 8 pesquisas totalizaram 163 referências de autores. Cabe aqui ressaltar que para este dado não foram usadas as referências dos documentos oficiais da União, como LDB, Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Constituição Federal, etc. Porém, se analisada a tabela, somente em 43 oportunidades se observou referências de autores semelhantes em mais de um trabalho. Isso significa que quando se trata da aprendizagem matemática no Ensino Médio Integrado, não se tem um referencial que centralize as ideias. Há uma pulverização de referenciais teóricos, principalmente se tratando do âmbito pedagógico.

Uma hipótese para isso é de que o tema é ainda muito recente no âmbito educacional brasileiro, uma vez que, a criação e expansão dos Institutos Federais se deu somente neste século. Em uma das pesquisas analisadas, Sonza e Fagan (2022) trazem um dado que demonstra que o tema é recente. Em sua pesquisa, as autoras fazem um Estado do Conhecimento visando entender em que pé estão as pesquisas relacionadas ao EMI no Brasil. Em um dos filtros realizados por elas, as mesmas mostraram que, ao buscar na Plataforma da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa de Nível Superior (CAPES) – Sucupira, pesquisas envolvendo somente o tema *ensino médio,* de 2015 a 2019, obtiveram-se 61 resultados de Teses e Dissertações. Entretanto, ao buscarem por *ensino médio, ensino integrado* e *matemática,* elas obtiveram somente 7 resultados. Isso evidencia que, além da temática ser recente, ainda temos pesquisas relacionadas ao tema.

A partir de agora, é importante que se fale sobre alguns temas que se fizeram relevantes ao analisar o *corpus* desta pesquisa. Temas que na totalidade da leitura se mostraram importantes para entender o fenômeno da aprendizagem matemática no EMI e o porquê de em muitos casos o ensino de matemática nesta modalidade não ser, de fato, integrado.

Nota-se a partir da análise das pesquisas que tem havido no Ensino Médio Integrado da rede federal de educação uma taxa considerável de evasão. Em uma das pesquisas analisadas, Emmel e Costa (2019) trazem que, a partir de uma pesquisa de campo realizada por ambas em uma instituição de ensino que oferece o Ensino Médio Integrado, especialmente nas turmas de 1º ano do EMI, que é a série do Ensino Médio Integrado em que a evasão ocorre com maior frequência, nos anos de 2015, 2016 e 2017, de um total de 285 alunos matriculados, quase 20% evadiram ou abandonaram o curso.

Das 8 pesquisas analisadas, 5 abordam o fracasso ou a evasão escolar no âmbito do EMI. Esta evasão possui é influenciada por múltiplos fatores. Os fatores extrínsecos, como exemplo, o meio social, a violência, gravidez na adolescência, condições socioeconômicas, dentre tantos outros problemas que podem impossibilitar a aprendizagem dos alunos não só em sala de aula, mas também fora dela contribuem para a evasão. Aliado a isso estão fatores intrínsecos, que interferem diretamente na aprendizagem de matemática dos alunos e, consequentemente, na relação dos mesmos com a disciplina (EMMEL; COSTA, 2019)

Em vários trabalhos de campo realizados dentro das pesquisas com alunos desta modalidade, o que se notou foi que muitos julgam não gostar de matemática, não possuir facilidade em aprender matemática ou até não terem uma imagem positiva da matemática durante a história de vida, podendo isso vir até mesmo dos familiares que passam aos alunos a ideia de que matemática é impossível de se aprender e que é desnecessária para a vida adulta.

Emmel e Costa (2019) ainda evidenciam que o descontentamento, porém, não parte só dos alunos, mas também dos professores, e esta relação entre as duas partes (estudantes e professores) é fundamental para que haja sucesso ou fracasso na aprendizagem dos alunos. O professor torna-se motivador dos alunos quando utiliza de metodologias mais ativas, como tecnologia e jogos que contextualizem a aprendizagem de matemática, por exemplo.

Um tema do qual é importante que se trate, já que através da análise das pesquisas notou-se ser um tópico recorrente ao abordar a aprendizagem matemática no EMI, são os currículos. O conceito de currículo é um conceito que varia bastante. O currículo pode ser visto como um modo de organizar uma série de práticas educativas. Sendo assim, ele pode ser entendido a partir das decisões pedagógicas e educacionais tomadas para uma escola. Os currículos podem ainda ser prescritos ou moldados. São prescritos os que são ditados pelos órgãos político-administrativos, e são moldados os que resultam da interpretação do professor, que é de fato passado aos alunos (SACRISTÁN, 2000)

Dentro dos currículos prescritos, o primeiro importante documento a se tratar são os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). OS PCN’s são demasiadamente importantes principalmente no que tange à Matemática do Ensino Médio, pois propõem as principais competências correspondentes ao ensino de Matemática e suas tecnologias, o que é importante para a construção de um conhecimento matemático efetivo nos anos finais da Educação Básica (GONÇALVES, 2017). Para os PCN’s, o objetivo do ensino de matemática deve ser a formação de uma prática que insira os alunos como cidadãos, e cidadãos que, acima de tudo, saibam utilizar dos instrumentos matemáticos no cotidiano.

Uma das principais questões que os PCN’s tomam é o da necessidade de superação de práticas pedagógicas descontextualizadas. Com isso visam incitar nos educadores, uma reflexão sobre a prática dos mesmos em sala de aula e sobre o planejamento de aula dos mesmos.

Através da análise do desenvolvimento curricular e da inserção da matemática nos Projetos Políticos Pedagógicos (PPP) das instituições que oferecem o EMI, o que se observa é que não trazem estratégias para o desenvolvimento curricular dessas instituições. Segundo Gonçalves (2012):

> Os PPC não estabelecem estratégias didático-metodológicas para o desenvolvimento curricular. Ou seja, princípios pedagógicos norteadores da organização do trabalho do professor. Os documentos preocupam-se em justificar os referidos cursos, delinear o perfil dos egressos e estabelecer o desenho curricular. Contudo, não orientam a ação cotidiana do docente que viabilize um trabalho articulado dos professores. (GONÇALVES, 2012, p. 117)

Uma questão central e que finaliza a temática dos currículos é o fato de que os currículos moldados pelas instituições que oferecem o EMI, na maior parte das ocasiões são centrados em PPP’s que não contemplam os currículos prescritos, por exemplo os PCN’s e as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional de Nível Médio. Na maioria das instituições, cursos diferentes e que no quesito técnico abrangem finalidades diferentes, possuem a mesma ementa para a disciplina de matemática. Assim, por exemplo, alunos do curso técnico integrado em música, têm ementa idêntica à do curso técnico integrado em edificações. O ensino que, segundo a abrangência curricular, deveria ser integrado, na prática pedagógica possui professores que dão aulas semelhantes em todas as turmas independente do curso técnico ao qual eles estejam vinculados (EMMEL e COSTA, 2019).

Em um dos trabalhos analisados, Corrêa e Silva (2013) analisam pesquisas que trazem algumas evidências que justificam o que se tem posto até aqui quanto à questão dos currículos. Nas pesquisas analisadas por eles, o que se percebe é que há essa incoerência entre as propostas governamentais para reger a educação profissional (os currículos prescritos) e o que se tem de fato no dia-a-dia das instituições, que é uma realidade de alto índice de abandono e reprovação, algo que traz duas hipóteses: ou a legislação (PCN's, Diretrizes, etc) não está sendo de fato seguida, ou a legislação não abrange de forma ampla o que é necessário para o sucesso do EMI. Os autores ainda reforçam sobre a questão das ementas do EMI, vejamos:

> Com relação ao ensino da matemática constatou-se que a ementa é a mesma para todos os cursos profissionalizantes, sem diferenças significativas de conteúdos estudados, com predominância da matemática pura ou mais teórica. Tentativas de articulação aparecem de maneira pontual em questões e/ou situações profissionais que utilizam conceitos da disciplina. A autora salienta a necessidade de que o professor dessa modalidade de ensino tenha um perfil diferenciado, frente à necessidade de trabalhar de forma integrada com profissionais de outras disciplinas (CORRÊA; SILVA, p. 3807, 2013).

Outro ponto de destaque é que em muitos casos tem sido possível analisar que disciplinas de cunho técnico têm utilizado da matemática para criação de atividades interdisciplinares, enquanto a matemática não utiliza das disciplinas técnicas para uma abrangência interdisciplinar em sala de aula. Ou seja, tem acontecido dentro do EMI um movimento de integração curricular que é não recíproco (SONZA e FAGAN, p. 10, 2022).

O último tema do qual é importante tratar a respeito da condução do EMI não está desvinculado do que até aqui foi falado, mas é uma consequência dos currículos, que é o fenômeno da interdisciplinaridade. Se analisados os PCN's, eles trazem a interdisciplinaridade e a contextualização como eixos norteadores para que se supere as práticas pedagógicas descontextualizadas ou fragmentadas. As Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional de Nível Técnico também apontam uma formação que garanta uma atuação de qualidade no mundo do trabalho, e para isso insere a interdisciplinaridade também como norteadora do desenvolvimento curricular. Ou seja, a interdisciplinaridade não é um fenômeno que fica à margem dos currículos, já que os próprios currículos prescritos, isto é, o previsto pela legislação, garantem a necessidade da abordagem interdisciplinar em sala de aula (GONÇALVES; PIRES, p. 235, 2014).

É importante entender que no mundo contemporâneo há uma forte relação entre o "todo" e as "partes". Nenhuma área de conhecimento conduz sozinha uma problemática posta pela realidade. "Cada parte só tem sentido quando percebida em sua relação com as demais partes e com o todo, evitando, assim, fragmentações e reducionismos" (GONÇALVES, 2012). Daí se tem a importância de que na abordagem escolar, e sobretudo no EMI, se adote uma educação interdisciplinar.

Fica então a pergunta: de que forma deve ocorrer a abordagem interdisciplinar da Matemática em salas de aula, sobretudo no contexto do EMI? Para que isso ocorra, a organização do trabalho pedagógico deve ocorrer de maneira coletiva, participativa e democrática. É importante a abertura de possibilidades para que professores de diferentes matérias compartilhem conceitos que possam ir além das fronteiras das disciplinas em si.

A partir das pesquisas, tornou-se muito visível que no EMI é necessária a abordagem interdisciplinar nas salas de aula. As pesquisas de campo com alunos dessa modalidade de ensino revelaram que tem sido esse um dos maiores problemas para o ensino de matemática. Aulas descontextualizadas, pouco atrativas aos alunos e sem transversalidade na abordagem dos conteúdos por parte dos professores, corroboram para o não desenvolvimento de competências críticas por parte dos alunos e consequentemente para a visão negativa dos mesmos quanto à disciplina de Matemática. Logo, é somente através de uma abordagem interdisciplinar, e mais do que isso, colocando-a como eixo central da organização pedagógica, que será possível possuir uma integralização de fato da educação profissional, no caso estudado, o EMI da rede federal de ensino e uma melhor Aprendizagem Matemática por parte dos alunos.

4 Considerações Finais

O EMI na educação profissional e tecnológica possui sua raiz histórica já desde o período colonial, esteve presente no império, ganhou notoriedade no Brasil República e é tema constantemente presente em pesquisas acadêmicas nos dias atuais, sobretudo devido à expansão que a educação profissional sofreu após o ano de 2008 com a criação dos Institutos Federais. Entretanto, quando se trata da aprendizagem matemática, os trabalhos são escassos.

Tomando como norte o objetivo de analisar, dentro do contexto do EMI, a aprendizagem matemática nesta modalidade, quais as maiores dificuldades para esta aprendizagem e os motivos que levam a essas dificuldades, percebeu-se que há uma dualidade que dificulta esta aprendizagem. Tal fenômeno se insere no fato de não haver uma conjuntura entre os currículos prescritos e os currículos moldados, já que os currículos prescritos (documentos oficiais como PCN, DCN, etc.) preveem atividades contextualizadas, e com atividades interdisciplinares, enquanto os currículos moldados no contexto do EMI dos IF, que dizem respeito à atuação do professor em sala de aula, demonstram situações inversas, em que não há contextualização e não há ementas específicas para cada curso técnico para a disciplina de matemática, além de não haver ação interdisciplinar dos professores.

Por meio do Estado da Arte realizado e das pesquisas observadas, percebeu-se que a melhor forma de se superar as dificuldades de aprendizagem apresentadas nas análises é através de uma abordagem interdisciplinar em sala de aula, mas não só nela; é necessário que a interdisciplinaridade ocorra no âmbito dos professores fora de sala, com a permutação de ideias e com uma organização do trabalho pedagógico de forma coletiva e colaborativa. Somente assim, tomando a interdisciplinaridade como eixo central da organização pedagógica das instituições que oferecem o EMI, que é possível atingir uma integralização, de fato, do ensino propedêutico com o ensino para o trabalho, e, consequentemente, uma diminuição nas dificuldades de aprendizagem de matemática por parte dos alunos.

6 Referências

ALVES, M. R., BARBOSA, M. S., MAIA, F. A., ALMEIDA, M. T. C., FRANÇA, S. D., & FRANCO, J. F. (2013). O Ensino integrado da matemática: um estudo em escola participante do PIBID-UNIMONTES. **Educação Matemática em Revista**, 15(31), 14-23.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional Técnica de Nível Médio. Resolução CNE/CEB nº 6, de 20 de setembro de 2012. Brasília, **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, 21 de setembro de 2012, Seção 1, p. 22.

CORRÊA, Anderson Martins; DA SILVA, Marcio Antonio. **Um estado do conhecimento sobre o currículo de matemática no ensino médio integrado à educação profissional no Brasil.** *In:* **CIBEM,** nº 7, 2013, Montevideo. Anais. p. 3805-3812.

EMMEL, Rúbia; DE COSTA, Paola. O Ensino da Matemática, a aprendizagem e o fracasso escolar: uma análise dessas relações no Ensino Médio Integrado de uma instituição da rede federal de Ensino Básico, Técnico e Tecnológico. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v. 5, n. 2, p. 96-107, 2019.

GONÇALVES, Harryson Júnio Lessa. A educação profissional e o ensino de matemática: conjunturas para uma abordagem interdisciplinar. **Educação Matemática Pesquisa** Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 14, n. 2, 2012.

GONÇALVES, Harryson Júnio Lessa; PIRES, Célia Maria Carolino. Educação Matemática na Educação Profissional de Nível Médio: análise sobre possibilidades de abordagens interdisciplinares. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 28, p. 230-254, 2014.

GONÇALVES, M. **Matemática no ensino médio, conceitos, legislação e instrumentos de apoio para aprendizagem: o caso do Instituto Federal Goiano, Câmpus Trindade**. Dissertação (Mestrado em Desenvolvimento Regional). Centro Universitário Alves Faria (UNIALFA). Goiânia, p. 68. 2017.

SACRISTAN, Jose Gimeno. **O currículo***:* uma reflexão sobre a prática. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SOUZA, Matheus Gregório de Matos. **Aprendizagem matemática na educação profissional e tecnológica na forma integrada ao ensino médio**. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Goiânia, 2023.

ANÁLISE DO CENÁRIO ATUAL DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ACERVO DE DISSERTAÇÕES E TESES DA CAPES

Aline Nogueira Batista Moura (Rede particular de ensino. alinenogueiramoura@gmail.com)
Ana Cristina Gomes de Jesus (IFGOIÁS – Câmpus Goiânia. ana.jesus@ifg.edu.br)
Rafaela Gonçalves de Sousa (Seduc. souzafaelaa23@gmail.com)

Resumo

Este artigo aborda o estado atual da Educação Financeira com base em dissertações e teses da CAPES, analisando pesquisas recentes sobre o assunto. Destaca a importância crescente da Educação Financeira na sociedade brasileira, especialmente devido ao endividamento das famílias. A pesquisa busca responder a questões como o estado atual da Educação Financeira no Brasil, principais desafios apontados, como a matemática pode ser usada no ensino financeiro e recomendações para a formação de professores nessa área. A Educação Financeira é definida como um processo para aprimorar o entendimento financeiro, promover escolhas informadas e melhorar o bem-estar financeiro. A OCDE tem interesse nesse tema, e autores como Almeida e Lopes destacam sua importância na formação de cidadãos conscientes e na promoção da inclusão social. A pesquisa revisou 30 dissertações e teses de 2015 a 2020, revelando tendências como a preocupação com a formação de professores, o uso de tecnologias inovadoras e a avaliação da aprendizagem em Educação Financeira. No entanto, há lacunas na pesquisa, como a relação com desigualdades sociais e a necessidade de práticas educativas inclusivas. A análise dos dados foi feita através da Análise de Conteúdo (AC) na perspectiva da Bardin (2009), foram construídas 6 categorias de análise a saber: EF, Economia e Finanças; EF e Conteúdos de Matemática; EF e Formação de Professores; EF, Consumo e Mercado; Educação Financeira na Vida do Cidadão e EF e a Psicologia do Dinheiro.

Palavras-chave: Educação Financeira. CAPES. OCDE. Formação de Professores. Inclusão social.

1. Introdução

Esse artigo versa sobre o estado da arte da educação financeira no banco de dissertações e teses da CAPES, o mesmo é fruto da pesquisa de trabalho de conclusão de curso, de autoria de Moura (2022), como requisito parcial para obtenção do título de licenciada em Matemática do IFG, Câmpus Goiânia. O estudo apresenta uma análise das pesquisas mais recentes sobre o tema, com o objetivo de contribuir para o desenvolvimento de práticas educativas mais efetivas e inclusivas na área de Educação financeira.

A Educação Financeira (EF) está se tornando cada vez mais relevante na sociedade brasileira, especialmente devido ao crescente endividamento das famílias e à importância do planejamento financeiro para assegurar a estabilidade econômica. Integrar a Educação Financeira no currículo do ensino básico é uma das principais abordagens para cultivar cidadãos conscientes e responsáveis, capacitando-os a gerir suas finanças pessoais de maneira saudável e sustentável.

Varias indagações estimularam a pesquisa, tais como: Qual é o estado da arte da educação financeira no Brasil? Quais são os principais desafios apontados pelas pesquisas em relação à educação financeira no Brasil? Como a matemática pode ser utilizada como ferramenta para o ensino de finanças pessoais? Quais são as principais recomendações dos estudos analisados para a formação de professores na área de educação financeira?

Reconhecendo a importância desse assunto, uma vez que ele pode desempenhar um papel significativo na transformação socioeconômica ao cultivar cidadãos reflexivos e críticos, bem como indivíduos financeiramente educados, o objetivo da investigação foi revisar a pesquisa acadêmica publicada nos últimos seis anos, de 2015 a 2020, relacionada a dissertações e teses sobre Educação Financeira.

2. Educação financeira: algumas definições e esclarecimentos

A EF possui na atualidade possui várias definições, contudo, tem-se uma básica proferida pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) em 2005, que afirma que EF é:

> [...] o processo pelo qual consumidores/investidores financeiros aprimoram sua compreensão sobre produtos, conceitos e riscos financeiros e, por meio de informação, instrução e/ou aconselhamento objetivo, desenvolvem as habilidades e a confiança para se tornarem mais conscientes de riscos e oportunidades financeiras, a fazer escolhas informadas, a saber onde buscar ajuda, e a tomar outras medidas efetivas para melhorar seu bem estar financeiro (ON-LINE[1], OCDE, 2005, p.5).

[1] Disponível em: <https://www.oecd.org/daf/fin/financial-education>. Acesso em jan. de 2022.

Partindo dessa definição pode-se compreender Educação financeira como um processo de aprimoramento do conhecimento e das habilidades financeiras das pessoas, por meio de informações, instruções e/ou aconselhamento objetivo. O objetivo é capacitar as pessoas a tomar decisões informadas sobre suas finanças, gerenciar seus riscos e oportunidades financeiros, e melhorar seu bem-estar financeiro.

Percebe-se que a OCDE demonstra uma clara preocupação em relação às finanças pessoais e aos produtos financeiros, refletindo-se não apenas em sua própria definição, mas também na abordagem de seus países membros dentro do sistema capitalista que molda a economia global. É evidente que a Educação Financeira (EF) se destaca como um elemento crucial na formação de indivíduos mais críticos e conscientes em relação às suas escolhas financeiras.

Autores como Silva e Powell (2013),enfatizam a importância da Educação Financeira na formação de cidadãos conscientes e responsáveis, enquanto TRALDI(2018). O Estado do Conhecimento de 2009 a 2017: revelações da Educação financeira a partir da Educação Básica. 12/11/2018 70 f. Mestrado em ENSINO DE CIÊNCIAS Instituição de Ensino: Universidade Cruzeiro Do Sul, São Paulo Biblioteca Depositária: Haddock Lobo.destaca sua relevância na promoção da inclusão social e na redução das desigualdades. Isso ratifica a conexão entre a Educação Financeira e a cidadania, enfatizando a necessidade de desenvolver práticas educativas que promovam a inclusão social e a redução das disparidades.

Em relação à implementação da Educação Financeira nas escolas, embora a OCDE já tenha destacado sua importância em 2005, o Brasil só a transformou em lei em 2018, por meio da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Apesar de outras entidades terem se empenhado na divulgação desse conhecimento, o processo de incorporação nas instituições de ensino brasileiras tem sido mais lento em comparação com outros países.

É evidente a importância da Educação Financeira não apenas nas escolas, mas também na formação de professores. Novamente, autores como Silva e Powell (2013), ressaltam a necessidade de capacitar os educadores para promover a Educação Financeira nas escolas. Existem algumas iniciativas e programas governamentais, como o Programa Nacional de Educação Financeira (PNEF) e o Programa de Educação Financeira nas Escolas (PEFE), que buscam promover a Educação Financeira nas instituições de ensino.

Dessa forma, fica claro que é crucial desenvolver práticas educativas inclusivas e acessíveis a diferentes públicos, especialmente aqueles em situação de vulnerabilidade social. Além disso, é importante avaliar a eficácia das políticas públicas voltadas para a Educação Financeira e investir em pesquisas e práticas educativas que promovam uma Educação Financeira crítica e reflexiva.

3. Metodologia da pesquisa

A presente pesquisa adotou os seguintes percursos metodológicos: a natureza da pesquisa se trata de uma pesquisa qualiquantitativa, de revisão bibliográfica, do tipo Estado da Arte. Os critérios de seleção dos trabalhos analisados incluiu a busca por dissertações e teses relacionadas à Educação Financeira na base de dados da CAPES, a leitura dos resumos e dos textos completos dos trabalhos selecionados, e a categorização dos dados coletados.

Para a análise dos dados, foi adotado a AC na perspectiva de Bardin (2009) como embasamento teórico, utilizando a técnica de Análise do Conteúdo para identificar as categorias temáticas presentes nos trabalhos analisados. As etapas do processo de análise incluíram a leitura e a categorização dos resumos e dos textos completos das dissertações e teses encontradas na base de dados da CAPES.

A respeito da pesquisa bibliográfica, Gil (2002, p.45), destaca:

> A principal vantagem da pesquisa bibliográfica reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente. (...) essas vantagens da pesquisa bibliográfica têm, no entanto, uma contrapartida que pode comprometer em muito a qualidade da pesquisa. Muitas vezes, as fontes secundárias apresentam dados coletados ou processados de forma equivocada. Assim, um trabalho fundamentado nessas fontes tende a reproduzir ou mesmo a ampliar esses erros.

Percebe-se que a pesquisa bibliográfica atende muito bem, quando o objetivo é fazer a varredura sobre determinada temática, como no caso referido, sobre a temática em tela.

A pesquisa bibliográfica precedente envolveu uma revisão de literatura em sites especializados. Para a elaboração do Estado da Arte, a plataforma escolhida foi a biblioteca de teses e dissertações da CAPES. Para constituir o conjunto de dados da pesquisa, optamos por conduzir uma revisão bibliográfica, extraindo informações de teses e dissertações no período de 2015 a 2020. A análise dos dados foi conduzida utilizando a metodologia da Análise de Conteúdo, conforme proposta por Bardin (2009).

O objetivo principal desta pesquisa foi mapear as discussões e abordagens predominantes durante esse período, oferecendo uma visão abrangente das publicações relacionadas à Educação Financeira no banco de teses e dissertações da CAPES, no âmbito da Educação Matemática.

Os objetivos específicos foram:

a) Identificar a quantidade e analisar as pesquisas sobre educação financeira no banco de dissertações e teses da CAPES por meio dos títulos, resumos e palavras-chaves.

b) Organizar e analisar os dados coletados por meio de tabelas e gráficos através da Análise de Conteúdo (AC) na perspectiva de Bardin (2009).

c) Sistematizar os dados coletados, construindo categorias de análise para entender de forma ampla o que se tem pesquisado sobre a temática: Educação Financeira.

De tal forma que esses foram os caminhos percorridos.

4. Resultados

A análise dos dados coletados permitiu identificar as principais tendências e lacunas na produção acadêmica sobre Educação Financeira no Brasil. Entre as tendências, destacam-se a crescente preocupação com a formação de professores para a Educação Financeira, a utilização de tecnologias e recursos didáticos inovadores, e a avaliação da aprendizagem em Educação Financeira. Já entre as lacunas, a pesquisa destaca a falta de estudos que abordem a relação entre Educação Financeira e desigualdades sociais, bem como a necessidade de se desenvolver práticas educativas mais inclusivas e acessíveis a diferentes públicos.

Foram examinadas 30 dissertações e teses disponíveis na plataforma da CAPES, abrangendo o período de 2015 a 2020. Dados relevantes sobre esses estudos foram extraídos para a pesquisa e organizados em tabelas e gráficos, incluindo informações como títulos, resumos, autores, palavras-chave e ano de publicação, entre outros. O trabalho completo contém todos esses detalhes e lista as unidades de registro utilizadas na criação das categorias temáticas. Foram construídas 6 categoria de análise a saber: EF, Economia e Finanças; EF e Conteúdos de Matemática; EF e Formação de Professores; EF, Consumo e Mercado; Educação Financeira na Vida do Cidadão e EF e a Psicologia do Dinheiro.

A seguir, apresentamos alguns dos resultados obtidos:

Observou-se que o número de trabalhos publicados provenientes de instituições de ensino público totalizou dezenove, enquanto as instituições de ensino privado contribuíram com um total de onze trabalhos, destacando uma diferença significativa entre as duas redes de ensino.

No que diz respeito à distribuição geográfica, a região Sudeste liderou com quinze trabalhos, seguida de perto pela região Sul, que contribuiu com dez trabalhos. Isso sugere que essas regiões continuam sendo centros de pesquisa proeminentes. Nos últimos cinco anos, a região Noroeste registrou apenas um trabalho publicado.

Em relação ao tema de Educação Financeira nos últimos cinco anos, observou-se um considerável interesse, com vinte e seis dissertações de mestrado e quatro teses de doutorado abordando o assunto.

Também é notável que houve uma representação equitativa entre os gêneros feminino e masculino, com 15 trabalhos de autoria feminina e 15 de autoria masculina, um avanço histórico a ser destacado.

Segue abaixo um quadro com os títulos analisados.

Quadro 1-Títulos e Ano de publicação de cada Trabalho

Títulos	Ano
O ENSINO DE MATEMÁTICA ALIADO A EDUCAÇÃO FINANCEIRA	2015
UM ESTUDO DIAGNÓSTICO SOBRE A PERCEPÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE EDUCAÇÃO FINANCEIRA E MATEMÁTICA FINANCEIRA	2015
EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR: PLANEJAMENTO FINANCEIRO	2015
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA ABORDAGEM SOCIOECONÔMICA NO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO POLITÉCNICO	2016
EDUCAÇÃO FINANCEIRA PARA O ORÇAMENTO FAMILIAR NO CÂMPUS DA UTFPR: INSTRUMENTO DE GESTÃO PESSOAL	2016
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: CONSTRUÇÃO DE ATIVIDADES ENVOLVENDO CALCULO DO CUSTO DE VIDA	2016
INVESTIGAÇÃO SOBRE AS CONTRIBUIÇÕES DA MATEMÁTICA PARA O DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA ESCOLA	2016

PROGRAMA DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA NAS ESCOLAS DE ENSINO MÉDIO: UMA ANÁLISE DOS MATERIAIS PROPOSTOS E SUA RELAÇÃO COM A MATEMÁTICA	2017
PERCEPÇÃO DA CRITICIDADE FINANCEIRA DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO SOB A ÓTICA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	2018
EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA SALA DE AULA: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO	2018
EDUCAÇÃO FINANCEIRA DE IDOSOS APOIADA POR TECNOLOGIAS DIGITAIS	2018
UMA PROPOSTA DE PLANO DE AULA EM EDUCAÇÃO FINANCEIRA PARA O ENSINO MÉDIO	2018
O ESTADO DO CONHECIMENTO DE 2009 A 2017: REVELAÇÕES DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA A PARTIR DA EDUCAÇÃO BÁSICA	2018
EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: CONTRIBUIÇÕES DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA	2018
CONTRIBUIÇÕES DAS EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA, SOCIOEMOCIONAL E FINANCEIRA PARA A SAÚDE DO CIDADÃO	2018
A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA PÚBLICA DE GOIÁS JATAÍ/GO	2018
EDUCAÇÃO FINANCEIRA E PERCEPÇÃO SOBRE TESTE DE ESTRESSE	2019
A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO BRASIL: GÊNESE, INSTITUIÇÕES E PRODUÇÃO DE DOXA	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA: MENSURAÇÃO DO CONHECIMENTO FINANCEIRO DE ALUNOS DE UMA UNIVERSIDADE FEDERAL E SUA CORRELAÇÃO COM OS CINCO GRANDES FATORES DE PERSONALIDADE	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA: UM ESTUDO DE CASO NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA: O USO DO MOODLE COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA CRÍTICA: A GESTÃO DO ORÇAMENTO FAMILIAR POR MEIO DE UMA PRÁTICA PEDAGÓGICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS	2019
A EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO FERRAMENTA EDUCATIVA FRENTE AO CONSUMO ALIMENTADO PELAS AGÊNCIAS FINANCEIRAS	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA: INVESTIGAÇÃO COM UMA TURMA DE 1º ANO DO ENSINO MÉDIO POR MEIO DE PRÁTICAS COLABORATIVAS	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: UMA PROPOSTA PARA AS AULAS DE MATEMÁTICA	2019

POSSIBILIDADES DIDÁTICAS COM EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR CRÍTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	2020
EDUCAÇÃO FINANCEIRA CRÍTICA: O CASO DOS ALUNOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO DE UMA ESCOLA DE BOCA DO ACRE - AM COM MEDIAÇÃO DE APLICATIVOS MÓVEIS	2020
COMO IDOSAS DO RIO GRANDE DO SUL COM PROBLEMAS FINANCEIROS LIDAM COM SUAS FINANÇAS	2020
EDUACAÇÃO FINANCEIRA: ALGUMAS REVELAÇÕES EXPRESSAS EM DOCUMENTOS CURRICULARES OFICIAIS E LIVROS DIDÁTICOS'	2020
CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA	2020

Fonte: Moura (2022, p. 34-35)

Por fim, apresenta-se uma discussão sobre os resultados encontrados, destacando a importância de se investir em pesquisas e práticas educativas que promovam uma Educação Financeira crítica e reflexiva, capaz de contribuir para a formação de cidadãos conscientes e responsáveis.

Os resultados da análise foram organizados em categorias temáticas e interpretados à luz da literatura sobre Educação Financeira. As categorias identificadas incluem: concepções e práticas de Educação Financeira, formação de professores para a Educação Financeira, tecnologias e recursos didáticos para a Educação Financeira, e avaliação da aprendizagem em Educação Financeira. Destaca-se a importância dessas categorias para o desenvolvimento de práticas educativas mais efetivas e inclusivas em Educação Financeira.

5. Algumas considerações

Os resultados enfatiza-se a relevância da Educação Financeira como um instrumento essencial para fomentar a cidadania e a inclusão social, destacando a importância de investir em pesquisas e práticas educativas que promovam uma Educação Financeira crítica e reflexiva.

Dentre as conclusões-chave do estudo, destacam-se a necessidade de formar professores para a Educação Financeira, a incorporação de tecnologias e recursos didáticos inovadores, e a avaliação da aprendizagem em Educação Financeira. Além disso, ressalta-se a importância de desenvolver práticas educativas mais inclusivas e acessíveis a diversos grupos, especialmente àqueles em situação de vulnerabilidade social.

Por fim, sugere-se algumas direções para pesquisas futuras relacionadas ao tema, como a investigação da interação entre Educação Financeira e desigualdades sociais, a análise de práticas educativas inovadoras e inclusivas, e a avaliação da eficácia das políticas públicas voltadas para a Educação Financeira. Do estudo conclui-se o trabalho com a esperança de que esta pesquisa possa contribuir para uma Educação Financeira mais saudável e para a formação de cidadãos conscientes e responsáveis.

Bibliografia

BARDIN, Laurence. **Analise de Conteúdo**, Edição Revista e Atualizada,2009.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ed. _São Paulo: Atlas 2002

MOURA, Aline Nogueira Batista. **Estado da arte sobre educação financeira no banco de dissertações e teses da CAPES**. Monografia de graduação em Matemática do Instituto Federal de Goiás. Goiânia, p.105. 2022.

OECD. **Recomendação sobre os Princípios e as Boas Práticas de educação e Conscientização Financeira**. Disponível em: <https://www.oecd.org/daf/fin/financial-education>. Acesso em jan. de 2022.

SILVA, A. M.; POWELL, A. B. **Um Programa de Educação Financeira para a Matemática**. Escolar da Educação Básica. XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba, 2013.

TRALDI, MARCOS JOSE. **O Estado do Conhecimento de 2009 a 2017:** revelações da Educação financeira a partir da Educação Básica. 12/11/2018 70 f. Mestrado em ENSINO DE CIÊNCIAS Instituição de Ensino: Universidade Cruzeiro Do Sul, São Paulo Biblioteca Depositária: Haddock Lobo.

EXPLORANDO O ENSINO DESENVOLVIMENTAL PARA A APROPRIAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS

Mariana Lemes Silva (IFG – Câmpus Goiânia. marianalemespaulino@gmail.com)
Simone Ariomar de Souza (IFG – Câmpus Goiânia. simone.souza@ifg.edu.br)

Resumo

Fundamentada na Teoria Histórico-Cultural a presente pesquisa teve por objetivo compreender e discutir as contribuições e desafios proposta de Davydov para a apropriação dos conceitos científicos e, em particular dos conceitos matemáticos. Mais especificamente, esse trabalho, contempla os estudos de Davydov sobre o método de ensino desenvolvimental, a respeito do papel da educação e do ensino, na construção do psiquismo humano e desenvolvimento geral do aluno. Procurar-se-á responder as seguintes indagações: quais as contribuições e desafios para o ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos na perspectiva desenvolvimental de Davydov? Qual é o papel do professor nesse contexto? Para tanto, a pesquisa bibliográfica foi o caminho metodológico contemplado. Conclui-se que o Ensino Desenvolvimental de Davydov é uma possibilidade promissora de ensino-aprendizagem de conceitos científicos, em particular, conceitos dos matemáticos, visando o desenvolvimento integral do aluno. Tal instrução ocorre quando o professor por meio de uma atividade intencional estimula as ações mentais e intelectuais dos seus alunos para o objeto do conhecimento. Isso se justifica porque à medida que o aluno se apropria do conhecimento mediado pelo professor, são estabelecidas em seu intelecto, ações mentais que resultam em conexões entre os fatos e autonomia para que novos conhecimentos sejam construídos a partir do processo de ensino-aprendizagem do próprio conhecimento científico.

Palavras-chave: Ensino Desenvolvimental, ensino-aprendizagem, conceitos matemáticos.

1 Introdução

Esta pesquisa tem como objetivo trazer uma nova perspectiva, afim de analisar possibilidades e desafios no ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos, especificamente de conceitos matemáticos, baseando-se nas teorias de Davydov.

Figura 1- Vasily Vasilyevich Davydov

Fonte: KUDRYAVTSEV, 2022

A questão das dificuldades de apropriação dos conceitos de matemáticos pelos alunos evidenciada nas avaliações oficiais, a nosso ver está substancialmente ligada entre outros fatores ao método de ensino privilegiado e a qualidade das interações aluno/professor e aluno/colegas.

- Apropriar-se da Teoria do Ensino Desenvolvimental;
- Apontar um caminho para organização dos conceitos de matemáticos;
- Contribuir com os educadores da matemática e da didática, fomentando novas reflexões e apontando meios para se pensar melhor o ensino- aprendizagem dos conceitos de matemáticos.

Atividades que foram desenvolvidas para atingir os objetivos:

- Pesquisa bibliográfica sobre Vasily Vasilyevich Davydov
- Analise da biografia de Davydov e a teoria de Esnsino Desenvolvimental
- Entrega do relatório final deste projeto de pesquisa.

Nesta pesquisa falaremos deste grande pesquisador em psicológia pedagógica, que faz parte da terceira geração da Escola Científica e apartir de 1950 desenvolveu seu trabalho, Vasily Vasilyevich Davydov, um russo que fundamentou toda sua pesquisa nos postulados de Lev Semenovitch Vigotski e em sua teoria histórico-cultural. Sua teoria, acerca do ensino-aprendizagem evidencia como a educação influencia o desenvolvimento de seus alunos, auxiliando-os a desenvolver-se criticamente, com pensamentos abstratos e dialéticos.

Davydov destaca a importância da conexão entre educação e desenvolvimento, portanto por meio do convívio com adultos e os demais, as crianças vão desenvolvendo suas funções psíquicas dentro da escola, e a longo prazo, a criança se apropria das aprendizagens, tornando assim parte de si, destacando o aprendizado como inerente com base no desenvolvimento histórico-cultural. Ainda de acordo com Libânio e Freitas (2013, p. 325), Davydov defendia que "o aprendizado não é, em si mesmo, desenvolvimento, mas se organizado corretamente, ativa processos de desenvolvimento mental da criança que seriam impossíveis fora do processo de aprendizagem".

Em suas pesquisas, Davydov concluiu que para as crianças, em idade escolar, carecem ser fomentada "transformações básicas por meio da atividade de estudo, do pensamento teórico abstrato e da livre regulação da conduta" (Libânio, Freitas, 2013, p. 325). Sendo assim, é indispensável que o ensino seja organizado de acordo com as zonas de desenvolvimento proximal, um conceito central na psicologia histórico-cultural de Vigotski.

Na busca de um método de ensino que atingisse o desenvolvimento proposto por Vigotski, de zona proximal, dando ênfase na sistematização da aprendizagem do conhecimento teórico–científico, assim como Vigotski, Davydov e seus seguidores partilham dos mesmos ideais da teoria sociocultural ligado a este ideal Davydov começa a realizar pesquisas acerca da construção do Ensino Desenvolvimental.

O Ensino Desenvolvimental é focado na formação conceitual das temáticas apresentadas incorporando assim aos alunos o conhecimento de maneira prática. Baseada pelos ideais da teoria histórico-cultural de Vigotski, a teoria de Davydov visa o ensino por meio da formação integral e o desenvolvimento cognitivo do aluno, formando o pensamento para munir o desempenho e produzir conhecimento, denominado como pensamento diáletico, conduzindo o aluno a pensar teoricamente, dominando conteúdos novos, apropriando-se das ferramentas mentais e forjando assim a independência nos conhecimentos adquiridos.

> A compreenção materialista diáletica dos processos de desenvolvimento histórico e ontologênico da atividade humana, da psique e da personalidade humana, formada na filosofia e psicologia soviéticas, fornece a base para a teroria psicológica do ensino desenvolvimental das gerações jovens. A ideia fundamental desta teoria criada na escola científica de L. S. Vigotski é a proposição de que a educação e o ensino constituem as formas universais do desenvolvimento psiquico das crianças, as quais são expressoês da cooperação entre adultos e crianças dirigida a apropriação das riquezas da cultura espiritual e material elaborada pela humanidade.(DAVYDOV, 1988c. p. 37).

Para Davydov o ensino necessita se delinear de uma forma que possibilite ao aluno transformar os conceitos em ferramentas, para serem aplicadas nos problemas do cotidiano. O que Davydov propõe é um ensino que promova as potencialidades do aluno. Assim, o ensino Desenvolvimental coloca o professor como mediador, entre a apropriação conceitual dos alunos.

> O mais importamte na atividade científica não é a reflexão, nem o pensamento, nem a tarefa, mas a esfera das atividades e emoções (...). Emoções são muito mais fundamentais do que pensamento, elas são base para todas as diferentes tarefas de pensar.(...) O mais importante é que as emoções capacitam uma pessoa a decidir, desde o início, se de fato, há meios físicos, espirituais e morais necessários para que ela alcance seu objeto. (DAVYDOV, 1999, p. 45, grifo meu)

A teoria desenvolvimental está ligada a atividade de estudo, pois orientada por ela o aluno consegui construir ações mentais para o desenvolvimento do conceito científico, visando o objeto de estudo e moldando em sua realidade, e a mesma também auxilia o professor na elaboração do plano de aula, com objetivo de apontar um caminho para a organização dos conceitos.

> (...) No processo de aprender um objeto científico, o seu conceito, isto é, sua forma idealizada vem sempre primeiro, antecedendo sua forma particular. Por exemplo, aprender o conceito de número enquanto mais gereal expresso das relações de quantidade e a condição para que o aluno possa lidar com todos

> tipos particulares de números suas particularidades expressões de relações de quantidade (LIBÂNEO; FREITAS, 2013 p. 335).

Ao elaborar uma atividade, é importante que o professor medie o conceito teórico para depois o aluno usá-lo de diferentes formas e contextos e apartir da abstração, o aluno chega aos conceitos. Davydov destaca que se a abstração ocorrer de forma generalizada, o aluno conseguirá lidar com os objetivos de conhecimento aplicando-os na resolução de problemas nas particularidades do seu cotidiano. Nessa passagem de conceitos para o concreto, existe ainda o pensamento impírico. De acordo com Libânio e Freitas (2013, p. 336), “a formação do conceito impírico ocorre pela passagem do concreto sensorial ao abstrato, imaginável, levando a uma generalização impírica”, o que permitirá que os alunos realizem operações mentais significativas.

A ideia trazida por Davydov, está na prerrogativa do pensamento teórico do aluno. Para ele, o pensamento teórico, o concreto se apresenta tanto no início como no resultado. Ainda é preciso que no processo de aprendizagem o aluno identifique a essência do objeto, fazendo assim suas próprias inferências. Desse modo, Davydov oferece aos estudiosos da didática o suporte teórico e prático para o desenvolvimento escolar.

2 Metodologia

A metodologia de ensino desenvolvimental de Davidov é uma abordagem educacional que se baseia nas teorias do psicólogo russo Davidov e é amplamente utilizada na educação infantil e no ensino fundamental. Essa metodologia visa promover o desenvolvimento cognitivo, social e emocional das crianças, proporcionando um ambiente de aprendizado estimulante e desafiador. A qual sua implementação pode ser resumida da seguinte maneira:

- Compreensão dos princípios fundamentais: essencial entender os princípios fundamentais dessa abordagem. Isso inclui a compreensão dos estágios de desenvolvimento cognitivo das crianças, a importância da mediação do professor e a ênfase na interação social como parte integral do aprendizado.

- Avaliação individual: cada criança é única e se desenvolve em seu próprio ritmo. Portanto, é crucial realizar uma avaliação individual de cada aluno para identificar seu nível de desenvolvimento cognitivo, habilidades, interesses e necessidades específicas de aprendizado.
- Criação de um ambiente de aprendizado enriquecedor
- Atividades de Mediação: Os professores desempenham um papel fundamental como mediadores no processo de aprendizado. Eles devem interagir com as crianças, fazer perguntas abertas para estimular o pensamento crítico, fornecer feedback construtivo e criar desafios apropriados ao nível de desenvolvimento de cada aluno.
- Planejamento de atividades sócio-culturais: o ensino desenvolvimental de Davidov enfatiza a importância da interação social no aprendizado. Planeje atividades que envolvam a colaboração entre os alunos, como projetos em grupo, discussões e brincadeiras cooperativas.
- Integração de conteúdo e contexto: certifique-se de que o conteúdo do currículo seja relevante e significativo para as crianças. Relacione os tópicos de estudo com a vida cotidiana e experiências das crianças para tornar o aprendizado mais envolvente.
- Acompanhamento e avaliação contínua: monitore o progresso de cada aluno de perto e faça ajustes no ensino conforme necessário. Use uma variedade de métodos de avaliação, como observações, portfólios e avaliações formativas, para entender o desenvolvimento individual e o crescimento das crianças.
- Desenvolvimento de competências sociais e emocionais: promova o desenvolvimento das habilidades sociais e emocionais das crianças, incentivando a empatia, a resolução de conflitos e a autorregulação emocional.
- Parceria com os pais: mantenha uma comunicação aberta e colaborativa com os pais, envolvendo-os no processo educacional de seus filhos e compartilhando informações sobre o desenvolvimento deles.

- Aprendizado ao longo da vida para educadores: professores devem se comprometer com o aprendizado contínuo e atualização de suas práticas pedagógicas de acordo com as teorias e avanços na área da educação.

Diante das vantagens supracitadas, compreende-se tamanha importância do estuda da teoria desenvolvida por Davidov. Para o alcance dos objetivos propostos, o caminho percorrido está sendo a pesquisa bibliográfica fundamentada nos trabalhos recentes (teses, dissertações, trabalhos de conclusão de curso e artigos) que contemplem Davydov como referencial teórico.

Percebe-se que a metodologia de ensino desenvolvimental de Davidov é centrada no aluno e visa não apenas transmitir conhecimento, mas também promover o desenvolvimento integral das crianças. É uma abordagem flexível e adaptável que se ajusta às necessidades individuais de cada aluno, criando um ambiente de aprendizado estimulante e enriquecedor.

3 Resultados e Discussão

Dentre os resultados alcançados, destaca-se o empenho na busca de apropriação de um sistema de ensino que favoreça o ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos, trazendo como proposta o método de Davydov.

Entendendo a importância de conhecimentos anteriores, como por exemplo, o domínio de conceitos básicos de matemática, destaca-se que grande parte dos alunos tende a desenvolver dificuldades em conceitos do Ensino Médio, pois não aprendem matemática básica, essas lacunas impedem uma construção plena do conhecimento matemático uma vez que este depende da base para a construção de novos conhecimentos.

Não esquecendo de evidenciar o planejamento de estratégias (metodologias) de aprendizagem que possibilitem o pleno desenvolvimento do aluno na trajetória escolar. Nesse sentido, o principal desafio da proposta de Davydov e a organização e regência das aulas, tendo em vista que o método demanda mais tempo que o caminho tradicional da exposição.

4 Considerações Finais

Esta pesquisa trouxe algumas contribuições de Vigotski e de seus seguidores, especialmente Vasily Vasilyevich Davydov para o ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos. Seu propósito foi de expor, de forma sucinta, a teoria histórico-cultural e a proposta do Ensino Desenvolvimental para a apropriação de conceitos matemáticos.

Trazendo a evidêcia de que a escola deve pensar em estratégias (metodologias, métodos) de aprendizagem que viabilizem o pleno desenvolvimento sócio-cultural do aluno.

Conclui-se esta pesquisa, evidenciando aos professores a importância de promoverem em seus alunos o desenvolvimento do pensamento crítico, destacando que a diáletica nesse processo de ensino-aprendizagem é essencial para a troca de experiências. Através da mediação de conhecimentos, o crescimento histórico-cultural acontecerá tanto para o aluno como para o professor.

5 Agradecimentos

Gostaria de agradecer primeiramente à Deus, agradecer ao Instituto Federal de Ciências e Tecnologia pela oportunidade de obter novos conhecimentos, agradecer a professora Simone Ariomar de Souza por toda ajuda e orientação, gostaria de agradecer meu esposo Luis Antônio e minhas filhas Gabriela e Rafela por todo apoio e compreenção.

6 Referências

DAVYDOV, V.V. **Problemas do Ensino Desenvolvimental – A Experiência da Pesquisa Teórica e Experimental na Psicologia**. Tradução de José Carlos Libânio e Raquel A. M. da Madeira Freitas 1988.

LIBÂNEO, J. C.; FREITAS, Raquel Aparecida Marra da Madeira. **Vasily Vasilyevich Davydov: a escola e a formação do pensamento teórico científico**. In: LONGAREZI, Andréa Maturano;

PUENTES, Roberto Valdes (Orgs). **Ensino desenvolvimental: vida, pensamento e**

obra dos pricipais representantes russos. Uberlândia: Editora Edufu, 2013, v.1, p. 315 – 350.

KUDRYAVTSEV, Vladimir. **In Davydov’s school, you yourself must prove it, and not “report” what has already been proven by others ...”** (2022). Disponível em <https://www.marxists.org/archive/davydov/biography.htm> Acesso em 30 de agosto de 2023.

PANORAMA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA BIBLIOTECA DIGITAL BRASILEIRA DE TESES E DISSERTAÇÕES: UM RECORTEDE 2019 À 2022

Rafaela Gonçalves de Sousa (Seduc. souzafaelaa23@gmail.com)
Ana Cristina Gomes de Jesus (IFG – Câmpus Goiânia.ana.jesus@ifg.edu.br)
Aline Nogueira Batista Moura (Rede particular de ensino. alinenogueiramoura@gmail.com)

Resumo
Este estudo buscou mapear pesquisas realizadas entre 2019 e 2022 sobre Educação Financeira no Brasil, utilizando a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). Foram identificados 77 trabalhos, que foram analisados por meio da Análise de Conteúdo. Três categorias foram criadas: "EF e Educação", "EF e Sociedade" e "EF e Planejamento Financeiro". Essas categorias destacam a importância da Educação Financeira em escolas, na formação de professores, na família e na sociedade. Autores como Mello (2018) e Azevedo (2019) enfatizam a relevância da Educação Financeira em todas essas áreas e a necessidade de políticas públicas eficazes. A BNCC (2019) também respalda a importância de iniciar a Educação Financeira na infância, de preferência no ambiente familiar, mas reconhece que a escola desempenha um papel vital. Essa educação precoce tem o potencial de influenciar escolhas mais conscientes, não apenas na vida individual, mas também na sociedade, no consumo e na economia em geral.

Palavras-chave: Educação Financeira. BNCC. BDTD.

1 Introdução

Este texto traz um recorte dos resultados da pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) sobre a temática de Educação Financeira (EF) de Sousa (2023) cujo título foi: Estado da Arte sobre Educação Financeira na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações.

O referido trabalho teve como objetivo analisar estudos recentes sobre Educação Financeira utilizando a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) como fonte de pesquisa, com um período de análise de 2019 a 2022. Essa escolha temporal se baseia na disponibilidade do texto da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e na compreensão de que esse documento pode orientar a Educação Financeira (EF). A pesquisa foi motivada pelo convite da orientadora e pela relevância do tema para futuros professores de Matemática.

A Educação Financeira abrange um conjunto de habilidades, conhecimentos e hábitos que auxiliam as pessoas na gestão eficaz de suas finanças pessoais. Isso inclui o planejamento financeiro, a compreensão de conceitos financeiros básicos, como orçamento, poupança, investimento, crédito e dívida, bem como estratégias para reduzir despesas, aumentar receitas e tomar decisões financeiras informadas.

A importância da Educação Financeira reside na capacidade de ajudar as pessoas a tomar decisões financeiras mais acertadas, evitar o endividamento excessivo, economizar dinheiro e investir no futuro. Com habilidades financeiras sólidas, as pessoas podem gerenciar suas finanças de maneira mais eficaz, proteger-se contra fraudes financeiras e se preparar para desafios financeiros imprevistos, como desemprego ou doença.

A Educação Financeira é relevante em todas as fases da vida, desde a infância até a idade adulta, podendo ser ensinada em diversas instituições, como escolas, universidades, instituições financeiras e entidades sem fins lucrativos. Idealmente, ela deve começar em casa, com os pais e responsáveis, para estabelecer uma base sólida para a compreensão financeira ao longo da vida.

De tal forma que a pesquisa tem relevância social e acadêmica contribuindo para formação de professores de Matemática, o que vai refletir na qualidade da EF na Educação Básica (EB).

2 Metodologia

Neste estudo, foi adotada uma abordagem qualitativa e quantitativa, combinando aspectos descritivos (qualitativos) com a organização e análise de dados estatísticos (quantitativos). A pesquisa qualitativa enfoca o processo mais do que o produto, enquanto a quantitativa ajuda na organização e no tratamento estatístico dos dados.

Esta pesquisa é uma revisão bibliográfica, especificamente um Estado da Arte, com um recorte temporal de 2019 a 2022. A revisão bibliográfica envolve o levantamento de toda a literatura publicada sobre um determinado assunto, incluindo livros, revistas, publicações e outras fontes escritas. O objetivo foi identificar, analisar e resumir as informações já disponíveis sobre o tema de pesquisa na plataforma da BDTD trazendo um panorama das publicações no recorte temporal escolhido. A análise do *corpus* da pesquisa se deu utilizando a Análise de Conteúdo (AC) na perspectiva de Bardin (2011).

3 Resultados e Discussão

Os resumos das teses e dissertações foram selecionados como Unidades de Contexto. A partir desses resumos, foram extraídas as palavras-chave destacadas, que serviram como Unidades de Registro. Em seguida, as palavras foram agrupadas com base em semelhanças, contabilizando sua frequência para criar os Eixos Temáticos. Com base na análise dos Eixos Temáticos, foram formuladas as categorias de análise que contribuíram para a conclusão dos objetivos desta pesquisa.

Neste estudo, foi coletado um total de 77 trabalhos relacionados ao tema de Educação Financeira, abrangendo o período de 2019 a 2022, foram analisados na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). 73 dissertações e 4 teses.

Quadro 1-Títulos e Ano de publicação de cada Trabalho

Títulos	**Ano**
EDUCAÇÃO FINANCEIRA: MENSURAÇÃO DO CONHECIMENTO FINANCEIRO DE ALUNOS DE UMA UNIVERSIDADE FEDERAL E SUA CORRELAÇÃO COM OS CINCOS GRANDES FATORES DE PERSONALIDADE	2019
O PAPEL DO COMPORTAMENTO FINANCEIRO E DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENDIVIDAMENTO	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA: DESAFIOS DE NOSSO TEMPO	2019
A PRODUÇÃO DE PROJETOS DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR	2019
A MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO COMO FATOR DE FOMENTO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS LETRAMENTO FINANCEIRO EM UM CONTEXTO CRÍTICO	2019
A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO BRASIL: GÊNESE, INSTITUIÇÕES E PRODUÇÃO DE DOXA	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA E PERCEPÇÃO SOBRE TESTES DE ESTRESSE	2019
A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO CONTEXTO ESCOLAR DO ENSINO FUNDAMENTAL	2019

EDUCAÇÃO FINANCEIRA: CONSTRUINDO UM FUTURO DIGNO PARA AS NOVAS GERAÇÕES	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR E O USO DE PLANILHAS DE ORÇAMENTO FAMILIAR	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR: A NOÇÃO DE POUPANÇA NO ENSINO FUNDAMENTAL	2019
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO FINANCEIRA A PARTIR DO TEMA INFLAÇÃO	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA E MATEMÁTICA FINANCEIRA: COMPREENDENDO POSSIBILIDADES A PARTIR DE UM GRUPO DE ESTUDO COM PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO	2019
AVALIAÇÃO DO CONHECIMENTO FINANCEIRO DOS PARTICIPANTES DO PROGRAMA DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA DO COLÉGIO HELYOS EM FEIRA DE SANTANA - BAHIA	2019
O IMPACTO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA SOBRE A VULNERABILIDADE ECONÔMICA EM IDOSOS DE BAIXA RENDA. UMA AVALIAÇÃO DO PROGRAMA “EU E MINHA APOSENTADORIA - ORGANIZANDO A VIDA FINANCEIRA”	2019
PROPONDO UM CURRÍCULO TRIVIUM PARA A EDUCAÇÃO FINANCEIRA FUNDAMENTADO NO PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA (LDM): CONCEPÇÃO DOCENTE E PRÁTICA PEDAGÓGICA	2019
ESTUDOS SOBRE AS CRENÇAS DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM RELAÇÃO À EDUCAÇÃO FINANCEIRA.	2019
UM ESTUDO DE CASO SOBRE O CONHECIMENTO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA E SUSTENTABILIDADE AMBIENTAL: UMA REFLEXÃO EM AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO	2019
APOSENTADOS DO INSS: SUA RELAÇÃO COM O MICROCRÉDITO E A EDUCAÇÃO FINANCEIRA EM BANCOS PRIVADOS DE VAREJO	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA: INVESTIGAÇÃO COM UMA TURMA DE 1° ANO DO ENSINO MÉDIO POR MEIO DE PRÁTICAS COLABORATIVAS	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR: A NOÇÃO DE POUPANÇA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA CRÍTICA: A GESTÃO DO ORÇAMENTO FAMILIAR POR MEIO DE UMA PRÁTICA PEDAGÓGICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS	2019

EDUCAÇÃO EMPREENDEDORA E EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR: DESENVOLVIMENTO DE COMPORTAMENTOS EMPREENDEDORES EM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO	2019
GAMIFICAÇÃO COMO PROPOSTA PARA O ENGAJAMENTO DE ALUNOS EM MOOC SOBRE EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR: POSSIBILIDADES E DESAFIOS PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO YOUTUBE: UMA ANÁLISE DE CONTEÚDO BASEADA EM APRENDIZAGEM DE MÁQUINA COM MODELOS DE TÓPICOS	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA: CONTRIBUIÇÕES DE UMA PROPOSTA DE PRÁTICA PEDAGÓGICA INTEGRADORA PARA O FORTALECIMENTO DO ENSINO MÉDIO INTEGRADO	2019
AS CONTRIBUIÇÕES DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELABORADA À LUZ DO MODELO EPISTEMOLÓGICO DE REFERÊNCIA (MER), NA CONSTRUÇÃO DOS CONHECIMENTOS RELATIVOS À EDUCAÇÃO FINANCEIRA	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA: OLHAR SOBRE A PRÁTICA DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	2019
A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NOS CURSOS DE FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DAS UNIVERSIDADES PÚBLICAS DO ESTADO DE SÃO PAULO	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA [RECURSO ELETRÔNICO]: UMA PROPOSTA DE TRABALHO PARA OS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	2019
EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO DA MATEMÁTICA	2020
UMA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM PARA A EDUCAÇÃO FINANCEIRA	2020
MATEMÁTICA FINANCEIRA EMPREENDEDORA: UMA PROPOSTA DE ENSINO, DESENVOLVENDO A EDUCAÇÃO FINANCEIRA E O EMPREENDEDORISMO PESSOAL	2020
UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM DA MATEMÁTICA FINANCEIRA E EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO	2020
AÇÕES DO ESTADO PARA A PROMOÇÃO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA UMA ANÁLISE DA ESTRATÉGIA NACIONAL DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA- ENEF	2020
EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: VIVÊNCIAS NO INSTITUTO FEDERAL DE GOIÁS (IFG)	2020
A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO FUNDAMENTAL E O DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES PARA O 9°ANO	2020
A CONEXÃO ENTRE EDUCAÇÃO FINANCEIRA E SEGUROS PARA JOVENS NA CIDADE DE SÃO PAULO	2020
EDUCAÇÃO FINANCEIRA: UMA PROPOSTA DE CENÁRIO PARA INVESTIGAÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL	2020
EDUCAÇÃO FINANCEIRA: UMA ABORDAGEM NO ENSINO FUNDAMENTAL - ANOS FINAIS	2020
EMPRÉSTIMO CONSIGNADO NO ÂMBITO DA SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO DO DISTRITO FEDERAL: CARACTERÍSTICAS E DESAFIOS DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA	2020

PROGRAMAS DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA: EFEITOS TRANSVERSAIS E LONGITUDINAIS NO COMPORTAMENTO DE CRIANÇAS E ADULTOS	2020
DIÁLOGOS ENTRE EDUCAÇÃO FINANCEIRA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA : UMA PESQUISA BIBLIOGRÁFICA ANALISANDO DISSERTAÇÕES DE DEFENDIDAS EM MESTRADOS PROFISSIONAIS DE MINAS GERAIS	2020
O ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO POSSIBILIDADE DE REFLETIR SOBRE EDUCAÇÃO FINANCEIRA VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	2020
UMA PROPOSTA DE ENSINO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA CRÍTICA: UTILIZANDO INFLAÇÃO E SEUS ÍNDICES	2020
APRENDIZAGENS DE ALUNOS QUE PARTICIPAM DE AULAS EXPLORATÓRIO-INVESTIGATIVAS COM FOCO NA EDUCAÇÃO FINANCEIRA	2020
EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA): BUSCANDO UMA VISÃO EMPREENDEDORA PARA ESTUDANTES ADULTOS NO MUNICÍPIO DE IRUPI - ES	2020
CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA	2020
SIGNIFICADOS EXTERNALIZADOS POR ALUNOS DA EJA FRENTE À RESOLUÇÃO DE QUESTÕES SOBRE O TEMA EDUCAÇÃO FINANCEIRA	2020
EDUCAÇÃO FINANCEIRA	2021
EDUCAÇÃO FINANCEIRA PARA JOVENS ESTUDANTES	2021
EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR: A TOMADA DE DECISÃO FINANCEIRA NAS EXPERIÊNCIAS COTIDIANAS	2021
ESTRATÉGIAS COOPERATIVISTAS NA MENSURAÇÃO E PROMOÇÃO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA DA COMUNIDADE: ESTRUTURAÇÃO DO CENTRO DE EXCELÊNCIA SICOOB EM EDUCAÇÃO FINANCEIRA	2021
EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR: A NOÇÃO DE INVESTIMENTO NO ENSINO MÉDIO	2021
EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR: O VALOR DO DINHEIRO NO TEMPO	2021
ESTRATÉGIAS DIDÁTICO-PEDAGÓGICAS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA PELA ABORDAGEM DAS METODOLOGIAS ATIVAS E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA - CONTRIBUIÇÕES PARA A EDUCAÇÃO FINANCEIRA	2021
AGENTE DE MPO E A EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO INSTRUMENTO DE APOIO À ADIMPLÊNCIA: UM ESTUDO DE CASO EM AGÊNCIAS DE UMA INSTITUIÇÃO FINANCEIRA	2021
EDUCAÇÃO FINANCEIRA ASSOCIAÇÃO ENTRE O ÍNDICE DE CONHECIMENTO FINANCEIRO E FATORES DE PERSONALIDADES DOS ALUNOS RESIDENTES EM UM INSTITUTO FEDERAL	2021
EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: LEVANDO CONHECIMENTOS FINANCEIROS E EMPREENDEDORES A ALUNOS ADOLESCENTES DO MUNICÍPIOS DE UBÁ - MG	2021

PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA AUTOINSTRUCIONAL SOBRE EDUCAÇÃO FINANCEIRA PARA USO ESCOLAR OU COTIDIANO	2021
A INSERÇÃO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA EM AÇÕES DE EXTENSÃO: UM ESTUDO NAS UNIVERSIDADES PÚBLICAS	2021
EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO INTEGRAL E INTEGRADO: UM ESTUDO DA PRÓPRIA PRÁTICA	2021
EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO FUNDAMENTAL DO MUNICÍPIO DE MACAÉ - RJ: EXPERIMENTOS COM ALUNOS DO OITAVO ANO	2021
EDUCAÇÃO FINANCEIRA E UNIVERSITÁRIOS: UMA ANÁLISE COM OS BENEFICIÁRIOS DO PROGRAMA BOLSA PERMANÊNCIA EM UM INSTITUTO FEDERAL DE ENSINO	2021
A EDUCAÇÃO FINANCEIRA DE SERVIDORES PÚBLICOS FEDERAIS DO IFMG CAMPUS BAMBUÍ: CARACTERIZAÇÃO E PROPOSIÇÃO DE AÇÕES	2021
ANÁLISE DO NÍVEL DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA DOS PROFESSORES DO INSTITUTO FEDERAL DE MINAS GERAIS DO CAMPUS BAMBUÍ	2021
EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: ALGUMAS REFLEXÕES E UMA PROPOSTA	2021
EDUCAÇÃO FINANCEIRA: UMA ESTRATÉGIA DE COMO AUMENTAR A SUA APOSENTADORIA	2021
UEPS PARA A INVESTIGAÇÃO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA)	2021
GAME BASED LEARNING PARA EDUCAÇÃO FINANCEIRA: O USO DO JOGO MONOPOLY	2021
A EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO MITIGAÇÃO DO SUPERINDIVIDAMENTO: UM ESTUDO DE CASO COM SERVIDORES PÚBLICOS	2021
IMPLEMENTAÇÃO DE UM CURSO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA PRA SERVIDORES PÚBLICOS	2022
EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: A DESIGUALDADE SOCIAL NO BRASIL	2022
PESQUISA ESTATÍSTICA PARA DESENVOLVIMENTO DE SENSO CRÍTICO: UMA PROPOSTA ENVOLVENDO EDUCAÇÃO FINANCEIRA	2022

Fonte: Sousa (2023, p.28-32)

O processo de tratamento dos dados, partiu dos resumos das teses e dissertações dos trabalhos citados acima, informações de domínio público encontrados no site da BDTD, considerou-se os resumos como unidades de contexto, desses foram extraídos com um total de 1430 unidades de registro, passando por um processo de aglutinação resultou em 29 eixos temáticos, e que por sua vez foram divididos em 3 categorias de análise, sendo: EF e Educação, EF e sociedade, e por último, EF e Planejamento financeiro.

Em relação a primeira categoria EF e Educação, ressalta-se que as palavras mais frequentes nessa categoria estão relacionadas à educação, representando aproximadamente

17,09% do total dos eixos temáticos encontrados nos resumos. Esta categoria compreende cerca de 43,77% de todos os eixos temáticos coletados, tornando-a a categoria mais abrangente em termos de eixos temáticos. A Educação Financeira desempenha um papel fundamental na educação, pois pode capacitar os estudantes para a vida adulta, permitindo-lhes tomar decisões informadas e sábias para gerenciar suas finanças. Isso contribui para que eles se tornem cidadãos responsáveis, estáveis e com capacidade crítica (SOUSA, 2019).

Em relação a segunda categoria EF e sociedade, destaca-se: identificou-se 8 eixos temáticos, sendo que os mais predominantes são "cotidiano" e "sociedade," com 24,92% e 25,82% de frequência, respectivamente, dentro dessa categoria. Dentro desses eixos, encontram-se temas como família, sociedade, inflação, capitalismo e outros. De tal forma que a Educação Financeira não se limita ao âmbito pessoal; ela desempenha um papel crucial na contribuição para a sociedade como um todo. Isso ocorre porque aborda questões que afetam diretamente os cidadãos, como a inflação, reajustes do salário-mínimo e o custo da cesta básica. Além disso, a EF não apenas aborda questões financeiras, mas também está ligada a questões ambientais, devido ao impacto do consumo excessivo. Portanto, é fundamental que a Educação Financeira seja praticada pelos cidadãos, pois o consumo pessoal pode ter consequências para as futuras gerações e afetar a sociedade como um todo (SOUSA, 2019).

E por fim e não menos importante a terceira categoria: EF e Planejamento financeiro. Essa categoria enfatiza a importância de um planejamento financeiro eficaz, bem como a influência das emoções nas decisões financeiras. Ela abrange nove eixos temáticos, com os tópicos financeiros, Educação Financeira, emoções, planejamento financeiro e recursos financeiros sendo os mais proeminentes. Em relação ao conjunto das três categorias, essa categoria representa aproximadamente 33,21%, posicionando-se como a segunda com maior quantidade de eixos temáticos. A análise desta categoria ressalta a importância de iniciar o planejamento financeiro desde a infância, preferencialmente no ambiente familiar, abordando aspectos emocionais e práticas financeiras, como controle de gastos e poupança. Esse planejamento deve evoluir ao longo da vida, adaptando-se a metas e objetivos em constante mudança.

É fundamental que a Educação Financeira comece em casa, não dependendo exclusivamente da escola, para que as crianças desenvolvam habilidades financeiras sólidas e consciência de consumo. Além disso, destaca-se como emoções mal administradas podem afetar negativamente o planejamento financeiro, influenciando nas relações interpessoais e no bem-estar psicológico. (SOUSA, 2023).

4 Considerações Finais

Através da revisão bibliográfica, o estudo apresentou uma análise crítica da produção acadêmica sobre educação financeira no Brasil, identificando lacunas e oportunidades para futuras pesquisas. O estudo destaca a importância da educação financeira para a sociedade, pois ajuda a promover a estabilidade financeira, a prevenção do endividamento excessivo e a melhoria da qualidade de vida das pessoas.

6 Referências

AZEVEDO, Suedy Santos de. **Educação financeira nos livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental.** 2019. 131 f. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Pernambuco, 2019 Biblioteca Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/34457>. Acesso em 12.set.2022.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**, Edição Revista e Atualizada, 2011.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular. Brasília**: MEC, 2019. Disponívelem:<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518 versaofinal_site.pdf>

BRASIL. **Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações.** Disponível em: <http://www.bdtd.ibict.br/vufind/>. Acesso em fev de 2023.

MELLO, Cristiane Neves. **Educação financeira escolar e o uso de planilhas de orçamento familiar.** 2018, 114 p. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciência Exatas. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Juizde Fora, 2018 Biblioteca Disponível em: <https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/9305>. Acesso em 12.set.2022.

SOUSA, Rafaela Gonçalves de. **Estado da Arte sobre Educação Financeira na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações**. 111 f. TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Goiânia, 2023.

SOUZA, Silva Helena da Silva e. **Educação financeira: olhar sobre a prática do professor que ensina matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.** 2019. 142 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas) – Programa de Pós-graduação em Educação e Científica, universidade Federal do Pará, Belém, 2019

Biblioteca Disponível em: <
http://repositorio.ufpa.br:8080/jspui/handle/2011/12443>. Acesso em 12.set.2022.

DESCOBERTAS DESTACADAS NA PESQUISA SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA A PROMOÇÃO DA EDUCAÇÃO INCLUSIVA

Luiza Barbosa Godinho (IFGoiás – Câmpus Goiânia. luizagodinho24@hotmail.com)
Ana Cristina Gomes de Jesus (IFGoiás – Câmpus Goiânia. ana.jesus@ifg.edu.br)

Resumo
Este trabalho trata-se de uma exposição dos dados mais significativos de uma pesquisa de trabalho de conclusão de curso (TCC) realizada por Godinho (2022). O TCC elaborado tratou-se de um Estado da Arte sobre o Ensino da Matemática para Atuação na Educação Inclusiva que consistiu em analisar teses e dissertações para fazer um apanhamento geral do que se tem estudado sobre o assunto. Ao todo foram encontrados na plataforma da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) 44 dissertações e 9 teses. A pesquisa foi realizada na perspectiva de Bardin (2011), onde foram tomados como Unidades de Contextos (UC) os resumos dos trabalhos, a partir deles conseguiu-se abstrair 772 Unidades de Registro (UR), 29 Eixos Temáticos (ET) e 3 categorias de análise, sendo elas: Inclusão, Educação Matemática e Formação de Professores. Através da síntese das etapas descritas neste trabalho, foi possível compreender os diversos tipos de pesquisas que estão sendo conduzidas sobre o tema. Isso nos permitiu destacar as principais áreas de estudo e fornecer orientações para futuros pesquisadores interessados em ampliar o conhecimento em matemática para promover a educação matemática inclusiva.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino de Matemática. Inclusão. Pesquisa bibliográfica.

1 Introdução

Este artigo trata-se de uma exposição dos resultados de um TCC, a saber: Estado da Arte Sobre o Ensino de Matemática para Atuação na Educação Inclusiva da autoria de Godinho (2022).

Este trabalho realizado se justificou de maneira pessoal, com o objetivo de ampliar o conhecimento da autora sobre o ensino na matemática para alunos com deficiências devido a experiência pessoal de uma carência de conhecimento na graduação sobre o tema.

Podemos observar que, na Constituição Federal, há a lei que garante o acesso a educação para todos de forma igualitária e inclusiva e que visa o "(...) pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho"

(BRASIL, Art. 205, p.123). Assim, pela lei, os alunos com deficiência estão assegurados de poder estudar, mas o que tem sido feito pelos professores para conseguir garantir o aprendizado desses alunos?

> As dificuldades de aprendizagem de matemática no ensino básico podem ter vários causadores, tais como a falta de interesse dos alunos, os paradigmas já pré-estabelecidos de que a matemática é difícil de dominar ou também por falta de qualificação adequada dos professores de matemática (ALMEIRA, 2006 Apud GODINHO, 2022, p.18).

A necessidade de se compreender e se estudar sobre o ensino da matemática fica clara quando observado o índice do Sistema de Avaliação do Ensino Básico (Saeb) de 2019, que diz que 95% dos estudantes terminam a escola sem saber o esperado de matemática (Godinho, 2022). Para tanto, salienta-se maior importância ainda na qualificação adequada dos professores para conseguirem ensinar a todos seus alunos. Assim, compreendemos este trabalho como uma avaliação e um estudo do que vem sendo feito e o que mais pode ser feito para que o ensino de matemática para alunos com deficiência seja de qualidade.

2 Metodologia

O trabalho realizado tratou-se de uma revisão bibliográfica de teses e dissertações da plataforma BDTD com recorte temporal de 2017 a 2021 e teve como principal objetivo entender o que se tem pesquisado sobre a matemática para atuação na educação inclusiva. Os critérios de análise seguidos foram:

> a) Pesquisar a quantidade de teses de dissertações disponíveis na BDTD sobre o assunto educação matemática inclusiva;
> b) Organizar os dados coletados, por meio de seus títulos, resumos e palavras-chave.
> c) Analisar os dados coletados sob o olhar da Análise de Conteúdo na perspectiva de Bardin (2011).
> d) Interpretar os dados coletados por meio de análises realizadas para compreendermos o que se tem pesquisado sobre Educação matemática inclusiva. (GODINHO, 2022, p.19)

A pesquisa foi realizada seguindo a perspectiva qualiquantitativa, a qual aborda tanto a análise qualitativa, quanto a quantitativa. De acordo com Bardin (2011, p.45)

> A abordagem quantitativa e a qualitativa não têm o mesmo campo de ação. A

> primeira obtém dados descritivos por meio de um método estatístico. Graças a um desconto sistemático, esta análise é mais objetiva, mais fiel e mais exata, visto que a observação é mais bem controlada. Sendo rígida, esta análise é, no entanto, útil nas fases de verificação das hipóteses. A segunda corresponde a um procedimento mais intuitivo, mas também mais maleável e mais adaptável a índices não previstos, ou à evolução das hipóteses. Este tipo de análise deve ser então utilizado nas fases de lançamento das hipóteses, já que permite sugerir possíveis relações entre um índice da mensagem e uma ou diversas variáveis do locutor (ou da situação de comunicação).

A pesquisa qualitativa é geralmente adotada por pesquisadores da área de Educação, pois geralmente tem um viés mais detalhista se preocupando com o processo e não só com os resultados, a quantitativa foi agregada a essa pesquisa na perspectiva de enfatizar resultados mais significativos para apoiar a pesquisa qualitativa.

Foram coletados 53 trabalhos entre teses e dissertações e as mesmas forma analisadas através da Análise de Conteúdo (AC) na perspectiva de Bardin (2011). Seguiu-se os passos do método da AC: a pré-análise; a exploração do material; c) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação;

A partir da organização dos dados, foi possível fazer a analise que consistiu na elaboração dos eixos temáticos e as categorias de análise para que o leitor pudesse compreender de maneira objetiva os principais assuntos abordados em cada trabalho.

3 Resultados e Discussão

No quadro abaixo, mostra o título dos trabalhos coletados na plataforma da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) nos anos de 2017 a 2021 referente a Educação inclusiva no ensino de Matemática.

Quadro 1-Títulos e Ano de publicação de cada Trabalho

Títulos	Ano
Educação Matemática e Educação de surdos: tecendo memórias na perspectiva da educação inclusiva	2017
Histórias de vida de alunos com deficiência visual e de suas mães: um estudo em Educação Matemática Inclusiva	2017
Formação inicial de professores de matemática na perspectiva da educação inclusiva: contribuições da disciplina de Libras	2017
Educação matemática inclusiva: musicalidade, modificabilidade cognitiva estrutural e mediação docente	2017

Saberes docentes e educação matemática inclusiva: investigando o potencial de um curso de extensão voltado para o ensino de matemática para surdos	2017
Saberes docentes e ensino de matemática para alunos com deficiência visual: contribuições de um curso de extensão	2017
Tecnologia assistiva no ensino de Matemática para um aluno cego do Ensino Fundamental: Desafios e possibilidades	2017
Educação Matemática e deficiência intelectual, para inclusão escolar além da deficiência: uma metanálise das dissertações e teses 1995 a 2015	2017
Comunicação ativa na leitura e interpretação de situações problemas envolvendo figuras geométricas planas para crianças cegas	2017
A formação inicial de professores de matemática e os desafios dos processos didáticos para atuação com pessoas com deficiências	2017
O ensino de geometria plana para uma aluna com surdocegueira no contexto escolar inclusivo	2017
O desafio da inclusão de alunos com NEE em aulas de matemática: o caso dos anos iniciais do ensino fundamental	2017
Investigação sobre o trabalho de professores de matemática da rede pública estadual de Santa Maria (RS) que possuem alunos incluídos em suas salas de aula	2017
Praxeologias adotadas no ensino de Matemática na perspectiva da educação inclusiva em Aracaju	2018
O ensino de funções do 2º grau para alunos com deficiência visual: uma abordagem para a educação matemática inclusiva	2018
Introdução ao conceito da função exponencial: um olhar para a educação inclusiva	2018
Matemática inclusiva: formação de professores para o ensino de Matemática em classes hospitalares	2018
Estratégias e mediações para o ensino de geometria plana à luz do desenho universal pedagógico na perspectiva da educação matemática inclusiva	2018
Nenhum a menos na aula de matemática: representações sociais de inclusão de estudantes com deficiência visual e seus impactos na aprendizagem de razões trigonométricas	2018
Avaliação e surdez: um olhar dos professores de matemática de alunos surdos	2018

Ensino de Geometria: Construção de materiais didáticos manipuláveis com alunos surdos e ouvintes	2018
Avaliação da aprendizagem em processo para nortear as aulas de matemática para alunos com deficiência intelectual	2018
Introduções ao sistema de numeração decimal a partir de um software livre: um olhar sócio-histórico sobre os fatores que permeiam o envolvimento e a aprendizagem da criança com TEA	2018
Teorema de Pitágoras: uma proposta de ensino e aprendizagem para alunos deficientes visuais	2018
Educação inclusiva : ensino de matemática para estudantes com síndrome de Down na escola regular	2019
Licenciaturas em matemática na Unesp: legislações, reestruturações e a disciplinarização da educação inclusiva	2019
Educação matemática inclusiva : o material didático na perspectiva do desenho universal para área visual	2019
Educação especial e inclusiva : saberes e prática dos docentes licenciados em matemática do município de Canoas	2019
A ludomatemática na educação de estudantes surdos(as) na perspectiva inclusiva	2019
Formação de professores de matemática e o ensino de matemática para estudantes surdos: reflexões acerca da educação inclusiva	2019
Matemática inclusiva: um estudo colaborativo sobre jogos com regras	2019
Educação matemática no caminho da inclusão: Percepção docente na prática com alunos surdos	2019
A aprendizagem da Matemática pela pessoa com síndrome de Down	2019
Recursos didáticos e as mediações necessárias para uma aprendizagem significativa para estudantes com NEE em aulas de Matemática	2019
Escolas inovadoras e criativas e inclusão escolar: um estudo em Educação Matemática	2019
O ensino de matemática para alunos do 9º ano com deficiência intelectual atendidos na sala de recursos multifuncional	2019
Possibilidades inclusivas do diálogo entre videntes e alunos com deficiência visual em uma sequência didática sobre Função Afim	2019

A utilização de materiais didáticos como recurso facilitador no processo de ensino e aprendizagem da matemática para alunos com deficiência visual	2019
Uma análise de tarefas que envolvem interpretações de números racionais em uma escola pública de educação bilíngue para surdxs em Santa Maria/RS	2019
Déficit/deficiência intelectual e suas relações com a educação matemática: uma análise de pesquisas acadêmicas.	2019
Ensino de ciências da natureza e matemática: perspectivas de inclusão escolar em aulas de ciências...	2019
Raciocínio Lógico-Matemático em um aluno do ensino fundamental com Síndrome de Asperger: dupla excepcionalidade?	2019
A formação de conceitos das operações matemáticas fundamentais por estudante com deficiência...	2019
A articulação entre o AEE e o professor de ensino de Ciências e Matemática: Um estudo na Microrregião de Itajubá-MG.	2019
Uma ferramenta para elaboração de conceitos matemáticos para estudantes com deficiência visual: gráfico em pizza adaptado	2019
Uma proposta de formação de professores de Matemática e de Ciências na UEG : Anápolis para a escola inclusiva	2020
Alunos com deficiência visual ensinando Matemática a alunos videntes: O plano cartesiano no jogo Batalha Naval	2020
Inclusão intelectual no ensino regular: perímetros e áreas de regiões poligonais	2020
O encontro entre surdos e ouvintes em cenários para investigação: das incertezas às possibilidades nas aulas de Matemática	2020
Análise do registro das atividades matemáticas para alunos cegos: da tinta ao braile	2020
Matemática e surdos: o software GeoGebra como recurso para auxiliar o ensino de geometria	2020
Math2Text: ferramenta tecnológica para acessibilidade de estudantes cegos a expressões matemáticas	2021
Contribuições de uma sequência de atividades para o ensino das operações de adição e subtração de números inteiros para alunos com TDAH	2021

Fonte: (GODINHO, 2022, p.32-35)

É importante dar destaque aos títulos dos trabalhos, pois a partir dele pode surgir o interesse na leitura completa do trabalho, auxiliando o conhecimento do educador matemático podendo auxiliar na formação de um professor de matemática mais inclusivo.

A pré-análise tratou-se da leitura “flutuante” dos títulos e resumo, ou seja, uma leitura breve e compreensão do que se trata cada trabalho de forma sucinta.

A segunda parte, que consistiu na exploração do material faz referencia a uma análise mais aprofundada de cada trabalho com o objetivo de se compreender melhor o assunto de cada tese e dissertação, a fim de colher dados que foram utilizados para o tratamento dos resultados na terceira etapa da coleta de dados.

3.1 A pré-análise

Para a discussão das informações coletados dos 53 trabalhos, foram organizadas tabelas para expor o que foi observado de maneira que o leitor possa compreender de maneira rápida e organizada.

Tabela 1: Quantidade de Publicações por Ano

Ano	Quantidade de trabalho
2017	13
2018	11
2019	21
2020	6
2021	2
Total	53

Fonte: (GODINHO, 2022, p.30)

A tabela 1 expõe a quantidade de publicações por ano de acordo com os 53 trabalhos coletados. Pode-se observar que a frequência de publicações caiu drasticamente no ano de inicio da pandemia e que o ápice de publicações foi no ano de 2019.

Tabela 2: Origem dos trabalhos – instituições públicas e privadas

Ano	Pública	Privada	Total

2017	12	1	13
2018	11	0	11
2019	21	0	21
2020	5	1	6
2021	1	1	2
Total	50	3	53

Fonte: (GODINHO, 2022, p.30)

Na tabela 2 é possível observar uma comparação sobre a quantidade de trabalhos publicados em instituições publicas e privadas, a qual podemos notar a disparidade de publicações em instituições privadas ao se analisar os 53 trabalhos utilizados nessa pesquisa.

Tabela 3: Quantidade de Publicações por Região

Região	Quantidade de trabalho
Sul	13
Sudeste	15
Norte	2
Nordeste	15
Centro-Oeste	8
Total	53

Fonte: (GODINHO, 2022, p.31)

A tabela 3 nos apresenta a quantidade de trabalhos publicados por região no Brasil. Podemos observar que a região dominante de publicações é a região Nordeste e Sudeste, ambas com 15 publicações, e o Norte ficando com menos publicações, sendo apenas 2.

Tabela 4: Tipo de Trabalho

Tipo	Quantidade de trabalho
Dissertações	44

Teses	9
Total	53

Fonte: (GODINHO, 2022, p.31)

A quarta tabela faz um quantitativo de quantas teses e dissertações foram coletadas para a análise da pesquisa.

Tabela 5: Gênero dos autores

Mulher	Homem	Total
39	14	53

Fonte: (GODINHO, 2022, p.32)

Já a tabela 5 veio com o intuito de analisar "a participação das mulheres em produções acadêmicas na área da educação matemática (...). É possível percebermos o quanto as mulheres predominam nessa área de pesquisa" (GODINHO, 2022, p.32).

Tabela 6: Tipos de deficiência abordada de acordo com o título

Tipos de deficiência	Quantidade
Surdez	11
Deficiência visual	13
Síndrome de Down	2
TDAH	1
Superdotação	1

Fonte: (GODINHO, 2022, p.35)

Por fim, a tabela 5 nos mostra o que foi possível identificar do assunto dos trabalhos e qual o tipo de deficiência abordado nos trabalhos pelo título deles.

3.2 A exploração do material

Sendo assim, com as tabelas acima foi possível finalizar a primeira etapa: a préanalise, partindo assim para a segunda etapa que consistiu na leitura mais profunda para conseguir encontrar as unidades de registro.

> O primeiro passo foi definir os resumos dos trabalhos coletados como Unidades de Contextos, pois a partir deles encontramos as Unidades de registro, tomamos a priori, as palavras-chaves como unidades de registro e acrescentamos outras, a partir da leitura exaustiva dos resumos. Seguimos os passos da AC na perspectiva de Bardin (2011), para o encontro das UR (GODINHO, 2022, p.71)

Foram encontradas 772 unidades de registro, todos retirados dos resumos e, a partir deles, foram condensadas essas 772 unidades de registro e 29 eixos temáticos. “As unidades de registros são os registros sem suas repetições” (GODINHO, 2022, p.104).

As unidades de registro consistem em coletar as palavras que melhor definem cada trabalho, seria como as “palavras-chaves” de cada trabalho de acordo com os resumos. Já os eixos temáticos são elaborados na junção dessas unidades de registro, condensando palavras semelhantes, sinônimas ou que abordam o mesmo assunto.

3.3 O tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação

Por fim, com todo esse longo processo de análise, chegou-se na construção das categorias de análise, criadas a partir dos eixos temáticos, sendo: Inclusão, Educação Matemática e Formação de Professores.

A categoria Inclusão, composta de 9 dos 29 eixos temáticos, nos permitiu fazer uma observação de quais deficiências vinham sendo pesquisadas e estudas e quais mais sofriam carência de estudos. A mais investigada para o ensino da matemática para alunos com deficiência foi a deficiência auditiva e visual, e a mais carente de pesquisa foi a de Síndrome de Down, Superdotação com comorbidades e TDAH.

A categoria Educação Matemática que contém 9 eixos temáticos nos permitiu analisar os conteúdos matemáticos que estavam sendo estudados para a atuação na educação inclusiva.

> Alguns dos conteúdos de matemática abordados foram: Função do 2° graus, Geometria plana e espacial, Teorema de Pitágoras, Plano cartesiano e Álgebra, ou seja, podemos perceber que não foi abordado conteúdos muito complexos, mas sim, (...) mais simples e possíveis de um ensino palpável (GODINHO, 2022, p.113).

Essa informação é bastante útil para leitores e futuros pesquisadores que buscam compreender o que já vem sendo pesquisado e o que não está sendo pesquisado.

Já a última categoria de Formação de Professores ressalta como a formação de professores deixa a desejar no quesito de preparar os professores para ensinar alunos com deficiência e o déficit que as escolas tem com relação a professores especializados e intérprete para a inclusão de todos os alunos em sala de aula.

4 Considerações Finais

A partir dos resultados obtidos, pode-se concluir que a importância de se continuar pesquisando sobre o ensino da matemática para atuação na educação inclusiva se vê escancarada nos dados, devidos aos inúmeros déficits de pesquisas sobre algumas deficiências como Síndrome de Down. Todas as deficiências devem ser englobadas nos estudos para um melhor ensino-aprendizados dos alunos, sejam elas intelectuais ou motoras.

Pesquisas sobre o tema abordado neste trabalho também demonstrou que a variedade de assuntos matemáticos abordados também é escassa, sendo limitados a conteúdos mais básicos e não englobando todos os assuntos, o que pode ser também analisados e compreendido por futuros pesquisadores do tema.

A educação inclusiva pode beneficiar todos os alunos os que tem uma necessidade específica e aos alunos com carência na aprendizagem de matemática ao proporcionar um ambiente de aprendizagem mais acolhedor e acessível, que valorize as diferenças e promova a participação ativa de todos os alunos. Além disso, a educação inclusiva pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades sociais e emocionais, que são fundamentais para o sucesso acadêmico e pessoal dos alunos.

Por fim, levantou-se a problemática da formação de professores de matemática e suas carências em preparar os professores de maneira adequada a ter o conhecimento para ensinar todos os alunos com suas infinitas divergências. Cabe compreendermos que essa pesquisa trouxe conhecimentos suficientes para entendermos o que está sendo pesquisado, o que não está e o que deveria ser pesquisado para que a ciência no Brasil possa cada vez mais melhorar qualidade de ensino no Brasil para que od alunos tenham todos direitos iguais e ensino de qualidade independente de sua deficiência.

5. Referências

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo.** Edição Revista e Atualizada, 2011.

GODINHO, Luiza Barbosa. **Estado da Arte Sobre o Ensino de Matemática para Atuação na Educação Inclusiva.** Trabalho de Conclusão de Curso – Instituto Federal de Goiás – Campus Goiânia. Goiás: IFG, 2022.

MAPA TEÓRICO DO USO DA ROBÓTICA EDUCACIONAL PARA ESTUDO DE FUNÇÕES NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Marcos Antônio Alvarenga Pereira[1]
Kariton Pereira Lula[2]

Resumo
Este trabalho consiste em realizar um levantamento bibliográfico de acordo com a teoria do mapa teórico buscando entender como o uso da Robótica Educacional contribui para o processo de ensino-aprendizagem do conceito de Função nas aulas de matemática, com o objetivo de buscar textos de divulgação científica no formato online, cuja temática central seja a de Robótica Educacional em aulas de Matemática para o estudo de Funções e tecer comentários sobre as possíveis aplicações dos conceitos abordados. O desenvolvimento cognitivo de Jean Piaget foi essencial para a criação dos primeiros kits de Robótica Educacional e foram revisadas por Seymour Papert, sendo utilizado para atualizar as práticas pedagógicas tradicionais e conservadoras de acordo com o referencial teórico deste trabalho. A pesquisa foi realizada na Base Bibliográfica Portal de Periódicos da CAPES e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, tendo como resultado artigos e dissertações de mestrado. Concluindo, a maioria dos textos encontrados são advindos do programa de mestrado em Matemática em Rede Nacional, de professores regentes do ensino básico. Em praticamente todos os trabalhos foram utilizados kits de Robótica Educacional da marca LEGO® e o produto educacional mais produzido pelos pesquisadores foram Sequências Didáticas, com utilização de robôs para modelar conceitos de Funções. Portanto, a utilização da Robótica Educacional auxilia no processo de ensino-aprendizagem de Funções nas aulas de Matemática.

Palavras-chave: Robótica Educacional. Estudo de Funções. Ensino de Matemática.

1 Considerações Iniciais

Segundo Scheller, Vialli e Alexandre Lahm (2014, p. 2), “o método como fomos ensinados não serve mais para ser utilizado com nossos estudantes. Os professores, em sua maioria, foram pegos pela revolução digital enquanto os seus estudantes já nasceram na mesma”. Sendo assim, este trabalho busca responder a seguinte questão problema: Como a Robótica Educacional contribui para o processo de ensino-aprendizagem do conceito de Funções nas aulas de Matemática?

[1] Instituto Federal de Goiás – Câmpus Inhumas. E-mail para contato: alvarengapereira.marcos@gmail.com
[2] Instituto Federal de Goiás – Câmpus Inhumas. E-mail para contato: kariton.lula@ifg.edu.br

Sendo assim, este trabalho busca analisar como o uso da Robótica Educacional pode auxiliar nas aulas de matemática durante o processo de ensino-aprendizagem do conceito de Funções, e possui os seguintes objetivos específicos: Buscar textos de divulgação científica no formato online, cuja temática central seja a de Robótica Educacional em aulas de Matemática para o estudo de Funções e tecer comentários sobre as possíveis aplicações dos conceitos abordados.

2 Fundamentação Teórica

Este trabalho trata da temática de Robótica Educacional no ensino de Matemática com foco no estudo de Funções. Segundo Biembengut (2008), é importante compreender os conceitos e definições envolvidos, pois eles serão necessários para conduzir o mapeamento teórico.

Para uma compreensão do conceito de Robótica Educacional deve-se antes conceituar o Pensamento Computacional. De acordo com Raabe, Couto e Blikstein (2020) esse termo é amplamente utilizado para referir à introdução de novas tecnologias na educação, como os computadores, por meio de processos de pensamentos ajudando na elaboração de problemas e suas soluções. Desta forma, o aluno resolve problemas de forma autônoma utilizando computadores; isso é assegurado na proposta da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), publicada em 2018.

Para Castilho (2002) a Robótica Educacional é para projetos educacionais envolvendo a construção de robôs e sua manipulação, com o grande objetivo de dar ao aluno um ambiente de aprendizagem onde ele desenvolve seu raciocínio e criatividade nas diferentes áreas do conhecimento. A utilização da robótica educacional não deve ser deixada de lado, pois “nós professores nos deparamos com o desafio de empregar em nossa prática docente uma tecnologia que, muitas vezes, não nos é usual” (SOUTO; BORBA, 2016, p. 54).

Os primeiros kits de robótica educacional foram construídos de acordo com o desenvolvimento cognitivo de Jean Piaget e revisadas por Seymour Papert, onde este último acredita ser fundamental a manipulação e construção de objetos no processo de ensino-aprendizagem, ampliando assim o conhecimento sobre o conteúdo ensinado (SANTOS; MENEZES, 2005), tornando a robótica um instrumento poderoso.

A Robótica coloca o aluno no centro do processo de ensino-aprendizagem, principalmente por dar a oportunidade de ele vivenciar na prática o aprendizado da teoria,

> a Robótica, na perspectiva freireana, é um instrumento poderoso para passar da "consciência real" para a "consciência do possível". Ela nos permite perceber, nas imperfeições do mundo, oportunidades para invenção, criação, construção. Ela nos faz olhar a tecnologia como um instrumento para emancipação e para ajudar o próximo e não para a opressão em escola industrial (CAMPOS; LIBARDONI, 2020, p. 23).

Buscando usar este recurso para as aulas de matemática, torna-se como foco as aplicações diretas com o conceito de Função. Segundo Dante (2018), as funções encontram-se no nosso cotidiano em diversas situações, das mais simples as mais complexas. Situações como o valor pago no posto de combustível depender da quantidade de gasolina colocada no carro, ou o valor pago para um taxista depender da distância percorrida são exemplos de Funções Afim. Situações mais complexas de funções são encontradas, por exemplo, na fórmula de Torricelli do Movimento Uniformemente Variado (MUV) estudado nas aulas de Física utilizando a Fórmula de Resolução da Equação Quadrática – conhecida no Brasil como Fórmula de Bhaskara – aprendida nas aulas de Matemática.

O conceito matemático de Função é: "Dados dois conjuntos A e B (*), não vazios, uma relação *f* de A em B recebe o nome de **aplicação de A em B** ou **função definida em A com imagens em B** se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$." (IEZZI; MURAKAMI, 2013, p. 81, grifo do autor). As funções, por sua vez, podem ser classificadas em diversos tipos, a depender de suas características, como: função constante, função identidade, função afim, função quadrática, função exponencial, dentre outras. Ao analisar os trabalhos publicados, será levado em consideração a forma de ensinar os conceitos/aplicações sobre este tema durante as aulas de matemática com a utilização de Robótica Educacional.

3 Metodologia

O trabalho será desenvolvido por meio de uma pesquisa bibliográfica com a realização de um Mapa Teórico. Segundo Biembengut (2008), um mapeamento teórico é uma busca sobre um tema, proporcionando ao pesquisador um vasto domínio sobre o conhecimento existente da área investigada, não sendo apenas um mero levantamento e organização de dados. Primeiramente, será determinada as fontes a serem consultadas e as palavras-chaves do objeto de pesquisa.

Dessa forma, foi definido palavras-chave para auxiliar na busca por pesquisas associadas diretamente com o objeto de estudo. No campo de busca foram utilizadas as seguintes palavras-chave: robótica educacional, matemática, função; funções. As fontes consultadas foram online e de livre acesso: Base Bibliográfica Portal de Periódicos da CAPES[3]; Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações[4].

Após a identificação dos produções existentes, elas foram classificadas e organizadas. De acordo com Biembengut (2008), não devemos apenas listar as pesquisas em ordem cronológica de publicação, mas identificar pontos importantes como objetivos, procedimentos metodológicos, referencial teórico utilizado, conceitos e definições utilizados, como ocorreu a coleta de dados e os principais resultados. Também é importante organizar os trabalhos por datas, local e contexto das pesquisas realizadas, para identificar símbolos culturais e sociais influenciando em seus resultados. Além disso, será identificado em uma estrutura possíveis similaridades e divergências nos dados de cada situação, buscando compreender cada um desses trabalhos. Assim, é possível ter uma análise mais criteriosa proporcionando outros estudos a partir da pesquisa realizada.

4 Resultados

No Portal de Periódicos da CAPES, a pesquisa foi realizada com o termo: *robótica educacional matemática função*. Foi retornado 4 artigos e 1 dissertação de mestrado:

Tabela 1 – Resultados na CAPES

Título	Autor(es)	Ano
O uso da robótica educacional em atividades de matemática: o que dizem as dissertações do PPGFCET sobre esta temática	Marco Aurélio Kalinke	2021
Matemática e Física em experiências de Robótica Livre: explorando o sensor ultrassônico	Marcelo Pires da Silva; Fernando da Costa Barbosa	2021
Ensino de Funções Exponenciais por Engrenagens Robóticas	Fernando Kennedy da Silva; Cristhian Pires da Costa	2020
Inserção da Robótica Educacional nas aulas de Matemática: desafios e possibilidades	Caroline Maffi	2018

Fonte: Elaborada pelos autores

[3] Base Bibliográfica Portal de Periódicos da CAPES: Disponível em https://www.periodicos.capes.gov.br/
[4] Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações: Disponível em https://bdtd.ibict.br/

Na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, a pesquisa foi realizada buscando o termo: *robótica educacional matemática funções.* Foi retornado cinco dissertações de mestrado:

Tabela 2 – Resultados na Biblioteca Digital

Título	Autor(es)	Ano
Robótica Educacional: socializando e produzindo conhecimentos matemáticos	Maritza Costa Moraes	2010
O ensino de Funções Lineares: uma abordagem Construtivista/Construcionista por meio do Kit LEGO® Mindstorms	Abrahão De Almeida Silva	2014
O uso da Robótica Educativa e o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas	Carlos Alves de Almeida Neto	2014
O ensino da Função Linear e do Torque através de interações de engrenagens	Elmo de Abreu Vilarinho	2020
A abstração da Função Exponencial de interações entre engrenagens LEGO®	Cristhian Pires da Costa	2020

Fonte: Elaborada pelos autores

Em termos de quantidade, podemos resumir os resultados da pesquisa de acordo com a Tabela 3:

Tabela 3 – Quantidade de resultados encontrados por fonte pesquisada

Fonte	Artigos	Dissertações	Teses
Portal de Periódicos da Capes	3	1	0
Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações	0	5	0

Fonte: Elaborada pelos autores

5 Análises dos resultados

No artigo de Kalinke (2021) é apresentado um Mapeamento Sistemático de algumas dissertações do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica Educacional e Tecnológica (PPGFCET) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O uso de Robótica Educacional foi o foco de sua pesquisa. Foram criadas categorias para realizar o mapeamento: o respaldo na literatura para uso da Robótica Educacional nos processos de ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos, o uso da Robótica Educacional em atividades de ensino de conteúdos matemáticos e como o trabalho com a Robótica Educacional tem acontecido.

Um dos resultados mostram por exemplo metodologias específicas, como a resolução de problemas, exige o maior protagonismo de professores da área da matemática, usando a Robótica Educacional no ensino de conteúdos com Funções. O Mapeamento Sistemático, possui como metodologia uma investigação bibliográfica qualitativa, e utilizando desta metodologia, Kalinke (2021) identificou três trabalhos dentro de seus objetivos. Ambos os trabalhos abrangem toda educação básica, deste o início do Ensino Fundamental até o fim do Ensino Médio.

Silva e Barbosa (2021) abordaram em seu artigo como os estudantes aprendem Matemática e Física com utilização da Robótica Educacional a partir do construtivismo, com foco na utilização de um sensor ultrassônico. Um estudo de caso foi realizado pelos autores com caráter qualitativo, com uma pesquisa de campo em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental. O artigo é resultado de uma Dissertação de Mestrado do PROFMAT da UFG, onde foi abordado a utilização da Robótica Educacional, com uma filosofia de perspectiva Livre, ocasionando na utilização da plataforma Arduíno e outros hardwares livres. Desta forma, qualquer pessoa pode replicar o experimento e sequências didáticas descritos no artigo sem infringir alguma lei de direito autoral.

As aulas e sequências didáticas incluíam a montagem e programação dos robôs. Desta forma, os alunos já podem desenvolver o lado criativo, e melhorar a capacidade de resoluções de problemas, como os de Funções. O sensor ultrassônico é utilizado para medir distâncias, a partir da emissão e recepção de ondas sonoras. O conteúdo de Função é inserido, pois o programador do robô deve considerar uma comparação na variação do tempo da emissão e reflexão do som em um objeto, e a distância deste mesmo objeto. Somente com este conceito, as possibilidades são várias. Então, Silva e Barbosa (2021) continuam explorando na programação do robô o conceito de função.

No artigo de Silva e Costa (2020) o foco de pesquisa é a Função do tipo exponencial, com utilização da interação entre engrenagens do kit de Robótica Educacional da marca LEGO®, chamado Mindstorms NXT. Diferente do trabalho de Silva e Barbosa (2021), este trabalhou o ensino de Matemática a partir da montagem do robô, e não pela sua programação. O robô em questão imita o sistema de câmbio manual de um carro.

No início foi utilizado os giros das engrenagens em sequência, e foi gerado uma Progressão Geométrica, a qual é associada posteriormente à Função Exponencial. Em um primeiro momento é proposto aos professores mostrarem o material aos alunos, neste caso as peças do kit da LEGO®, pois desta forma os estudantes aprendem a como encaixar e montar as peças dos robôs. Em outro momento, é apresentada pela teoria, mostrando as definições formais e propriedades a serem aprendidas, para finalmente, quando apresentados os exercícios, os alunos resolvam utilizando a Robótica Educacional.

Sendo assim, após 6 aulas propostas na sequência didática será possível apresentar o material, definir o conteúdo, resolver problemas e modelar a função exponencial a partir dos giros das engrenagens.

A dissertação de mestrado de Maffi (2018) trata-se de uma investigação com objetivo de analisar as repercussões da integração da Robótica Educacional para os processos de ensino-aprendizagem de Matemática. A pesquisa foi realizada no interior do Rio Grande do Sul, em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular, utilizando o método de Análise Textual Discursiva, dividida em três categorias: Aprendizagem Autônoma, Interdisciplinaridade e Problematização.

A autora concluiu a necessidade de utilização da contextualização como princípio norteador do planejamento pedagógico para o uso da Robótica Educacional, possibilitando os alunos aprenderem de forma integrada. Portanto, este trabalho não trata do ensino do conteúdo de Funções, e ele deve ter aparecido nos resultado das buscas devido à grande aparição no texto da palavra "função" no significado de "obrigação que se deve executar" (FUNÇÃO, 2023). Desta forma, Maffi (2008) não será considerado na análise desta pesquisa.

Na dissertação de Moraes (2010) foi investigada o uso da Robótica Educacional e como pode-se usá-la na Ciência. A pesquisa foi realizada com participação de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular de Rio Grande. No total foram feitos três experimentos, onde houveram atividades realizadas na sala de robótica e problematizadas nas aulas de Matemática, com utilização do método clínico de Piaget.

Apesar de Moraes (2010) tratar do uso da Robótica Educacional nas aulas de Matemática, o trabalho desenvolvido não pesquisa sobre o uso do conteúdo de funções. O texto somente aparece nos resultados de busca pelo uso da palavra função em seu outro significado.

Por outro lado, na dissertação de Silva (2014), foi apresentado uma abordagem sobre função linear com a utilização de kits de Robótica Educacional, por meio da concepção pedagógica do Construtivismo. O texto inicia discorrendo sobre como o professor deve mudar sua prática em sala de aula, e faz um levantamento histórico da Robótica Educacional, assim como tópicos matemáticos teóricos sobre função. O trabalho propôs uma sequência didática como produto educacional, apresentando assim uma metodologia nova aos professores, com objetivo de motivá-los.

O objetivo pretendido por Silva (2014) é buscar uma nova abordagem para o processo de ensino-aprendizagem da matemática, mais especificamente vinculados à Robótica Educacional. O autor buscou alternativas ao ensino expositivo tradicional explorando um relógio analógico feito com o kit de Robótica Educacional Mindstorms NXT LEGO®, focando no uso de engrenagens. A prática pedagógica proposta baseia-se no conceito do Construtivismo, apresentado na forma de Sequência Didática. Este produto educacional possui o 9º ano do Ensino Fundamental e 1ª série do Ensino Médio como alvo, sendo necessário uma média de 7 aulas de matemática para aplicar o conceito de Função Inversa e Função Composta, a partir do giro das engrenagens de diferentes tamanhos, e quantidade de dentes.

Para os últimos dias de aula da Sequência Didática, é proposto montar um relógio analógico como o kit robótico explorando assim como cada ponteiro, dos minutos e o das horas, devem se comportar a partir da construção das engrenagens e do giro do motor. São explorados vários conceitos de composição de funções, tudo a partir de apenas um motor girando em velocidade constante. Além da utilização na construção do robô, também é explorado modelagem de Funções Afim no momento da programação. Concluindo, a Sequência Didática serviu de inspiração para outras atividades e outros conteúdos de variadas disciplinas, incentivando assim novas práticas pedagógicas utilizando Robótica Educacional.

A dissertação de Neto (2014) foi resultado de duas experiências na área da educação. A primeira experiência foi enquanto o autor atuava como professor de Matemática, onde utilizava a Robótica Educacional como ferramenta pedagógica em turmas de Ensino Fundamental de uma escola municipal de Fortaleza, no período de 2010 a 2013. A outra experiência foi quando o autor trabalhava no INEP[5] como Elaborador e Revisor de Itens para composição das Avaliações de Longa Escala do SAEB[6]. O trabalho consiste em fazer uma análise de como a Robótica Educacional pode auxiliar os alunos do Ensino Fundamental a realizarem as provas, assim como lidarem com situações do dia a dia.

O trabalho de Neto (2014) possui o objetivo de mostrar como a robótica pode auxiliar, a partir da montagem e programação dos robôs, a realizarem as avaliações do SAEB. Dentro da Matriz de Referência do Ensino Fundamental destas provas está incluído a aprendizagem de funções, porém Neto (2014) não foca neste conteúdo. Portando não será considerado nesta pesquisa. Já a dissertação de Vilarinho (2020), desenvolvida como parte do programa de mestrado PROFMAT, tem como objetivo introduzir a Robótica Educacional em turmas da 1ª série do Ensino Médio durante as aulas para a aprendizagem de Funções Lineares e Torque, como forma alternativa para o ensino tradicional.

O produto educacional proposto por ele é uma Sequência Didática, com utilização do kit de Robótica Educacional LEGO® EV3, para a construção de um guindaste com engrenagens, polia e motor. Foi esperado, a partir desse trabalho, incentivar os professores utilizar de tecnologias em sala de aula. Em suas pesquisas, Vilarinho (2020) descobriu uma escola brasileira conseguiu boas notas no PISA[7], porque utilizaram a Robótica Educacional em suas salas de aulas.

O trabalho possui questionamento de quais conteúdos podem ser trabalhados a partir do robô construído. Assim como Silva (2014) a abordagem utilizada para desenvolver o trabalho de Vilarinho (2020) foi o construtivismo. A construção do robô é mostrada fazendo a relação com vários conceitos matemáticos sobre o conteúdo de Função, com destaque para a Função Afim e Função Composta, a partir do uso de engrenagens. A ideia é mostrar a associação das engrenagens de diferentes tamanhos, e diferentes quantidades de dentes em uma construção chamada de "trem de engrenagem", podemos modelar problemas envolvendo Funções.

A Sequência Didática proposta tem como objetivo compreender os conceitos de Função Linear, Proporcionalidade, Composição de Funções, Inversão de Funções e Torque, tendo 6 aulas previstas para 1ª série do Ensino Médio. Nas primeiras aulas é para o

[5] INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
[6] SAEB: Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
[7] PISA: Programa Internacional de Avaliação de Alunos

desenvolvimento da parte teórica do conteúdo, na 3ª aula é feito a análise de como a Função relaciona-se com as engrenagens, mesclando teoria com a prática a seguir. Na 4ª e 5ª aulas foi reservado para resolver alguns problemas com a utilização do robô onde será realizado um experimento com coleta de dados. Concluindo, é positivo ensinar Funções a partir da prática com Robótica Educacional.

Para finalizar, a dissertação de Costa (2020) estuda a abstração das Funções Exponenciais de interações entre engrenagens do kit de Robótica Educacional LEGO® NXT. Este trabalho já foi citado nesta pesquisa no artigo de Silva e Costa (2020) tratando-se de um texto escrito pelo orientador e o autor dessa dissertação. Portanto o trabalho já foi explanado anteriormente.

6 Conclusão

A pesquisa na Base Bibliográfica Portal de Periódicos da CAPES e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações sobre trabalhos usando a Robótica Educacional nas aulas de matemática sobre Funções retornou 5 resultados úteis, e 4 resultados onde a palavra função citada significava apenas "obrigação que se deve executar" (FUNÇÃO, 2023). Dos 5 trabalhos considerados, podemos concluir que a maioria dos trabalhos são advindos do programa de mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

A maioria dos kits de Robótica Educacional utilizado são da marca LEGO®, onde foi criado uma linha de produtos chamada Mindstorms voltada para o uso na educação formal. Especificamente, foram utilizadas as peças de engrenagens dos kits, para serem trabalhadas as relações delas quando utilizadas em conjunto. Desta forma os conceitos de Função Linear e Função Composta foram modelados e utilizados em sala de aula.

Tratando-se das dissertações, o produto educacional com maior frequência foram as Sequências Didáticas. Praticamente todos os autores pretendiam incentivar o uso de metodologias diferentes das expositivas tradicionais utilizando recursos didáticos tecnológicos e atuais, como a Robótica Educacional. Desta forma, foram propostas aulas onde no início havia um momento para a explanação teórica, e depois havia um momento de experimentação com uso dos robôs, para modelar algum problema envolvendo Função.

O uso de Robótica Educacional para o ensino-aprendizagem de Função mostrou ser promissor, principalmente utilizando os kits LEGO® nas aulas de matemática. Há muito material disponível para consulta pelos professores, e desta forma podem utilizar em suas aulas de matemática. O desafio fica quanto à disponibilidade de recursos para aquisição do material didático, pois não fica claro como adquiriram os kits em nenhum artigo ou dissertação pesquisada.

7 Referências Bibliográficas

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Mapeamento na pesquisa educacional**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 2018.

CAMPOS, Flávio Rodrigues; LIBARDONI, Glaucio Carlos. Investigação em Robótica na Educação Brasileira: o que dizem as dissertações e teses. In: SILVA, Rodrigo Barbosa; BLIKSTEIN, Paulo. (Orgs.). **Robótica Educacional**: Experiências Inovadoras na Educação. Porto Alegre: Penso, 2020. p. 21-45.

CASTILHO, Maria Ines. **Robótica na educação**: com que objetivos? Porto Alegre. Monografia de Especialização em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2002.

COSTA, Cristhian Pires da. **A abstração da função exponencial de interações entre engrenagens LEGO®.** Dissertação - Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Catalão, 196 f. 2020.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris matemática, 9º ano:** ensino fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018.

FUNÇÃO. *In*: **DICIO**: Dicionário Online de Português. Porto: 7Graus, 2023

IEZZI, Gelson., MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de matemática elementar, 1**: conjuntos, funções. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

KALINKE, Marco Aurélio. O uso da robótica educacional em atividades de matemática: o que dizem as dissertações do PPGFCET sobre esta temática. **ACTIO: Docência em Ciências**, Curitiba, v. 6, n. 3, p. 1-21, set./dez. 2021. ISSN 2525-8923. DOI: 10.3895/actio.v6n3.14412.

MAFFI, Caroline. **Inserção da Robótica Educacional nas aulas de matemática**: desafios e possibilidades. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Escola de Ciências, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 106 f. 2018.

MORAES, Maritza Costa. **Robótica Educacional:** socializando e produzindo conhecimentos matemáticos. Dissertação – Programa de Pós- Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, Universidade Federal do Rio Grande, Instituto de Educação, Rio Grande, 144 f. 2010.

ALMEIDA NETO, Carlos Alves de. **O uso da robótica educativa e o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas.** Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Juazeiro do Norte, 105 f. 2014.

RAABE, André.; COUTO, Natália Ellery Ribeiro; BLIKSTEINS, Paulo. Diferentes abordagens para a computação na Educação Básica. In: RAABE, André.; ZORZO, Avelino Francisco.; BLIKSTEINS, Paulo. (Orgs.). **Computação na Educação Básica**: Fundamentos e Experiências. Porto Alegre: Penso, 2020. p. 3-15.

SANTOS, Carmen Faria; MENEZES, Crediné Silva de. A Aprendizagem da Física no Ensino Fundamental em um Ambiente de Robótica Educacional. **Anais do Workshop de Informática na Escola**, jan. 2005. ISSN 2316-6541.

SCHELLER, Morgana; VIALI, Lori.; ALEXANDRE LAHM, Regis. A Aprendizagem No Contexto Das Tecnologias: Uma Reflexão Para Os Dias Atuais. **Renote**, Porto Alegre, v. 12, n. 2, 2014. DOI: 10.22456/1679-1916.53513.

SILVA, Abrahão de Almeida. **O ensino de funções lineares**: uma abordagem Construtivista/Construcionista por meio do Kit LEGO® Mindstorms. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Departamento de Matemática, Catalão, 61 f. 2014.

SILVA, Marcelo Pires da; BARBOSA, Fernando da Costa. Matemática e Física em experiências de Robótica Livre: explorando o sensor ultrassônico. **Texto Livre**, Belo Horizonte, v. 14, n. 3, p. e29629, 2021. DOI: 10.35699/1983-3652.2021.29629.

SILVA, Fernando Kennedy da; COSTA, Cristhian Pires da. O ensino de funções exponenciais por engrenagens robóticas. **Texto Livre**, Belo Horizonte, v. 13, n. 2, p. 238–270, 2020. DOI: 10.35699/1983-3652.2020.24890.

SOUTO, Daise Lago Pereira; BORBA, Marcelo de Carvalho. Aprendendo com a Produção de Vídeos para Aulas de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, v. 21, n. 51, p. 54-63, 7 jul. 2016.

VILARINHO, Elmo de Abreu. **O ensino da função linear e do torque através de interações de engrenagens**. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Catalão, 84 f. 2020.

MATEMÁTICAS NOTÁVEIS: UMA ANÁLISE DAS CONTRIBUIÇÕES HISTÓRICAS E A NECESSIDADE DE RECONHECIMENTO

Anna Júlia Alves de Oliveira (Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia. annajuliaalvesdeoliveira2002@gmail.com)
Ana Cristina Gomes de Jesus (Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia.ana.jesus@ifg.edu.br)

Resumo
Este estudo, realizado com uma abordagem descritiva e análise qualitativa, empregou pesquisa bibliográfica por meio de livros e artigos científicos para esclarecer as biografias de matemáticas históricas, revelando suas contribuições pioneiras frequentemente negligenciadas. Assim, enfatizando a importância de reconhecer e homenagear essas mulheres notáveis, destacando seu impacto no desenvolvimento da matemática e ressaltando a relevância acadêmica de suas histórias para promover aigualdade de gênero na academia e ampliar a compreensão da matemática em seu contexto histórico.

Palavras-chave: História. Mulheres. Matemática. Gênero.

1 Introdução

A questão é que toda vítima de injustiças guarda dentro de si uma fúria que, se for alimentada, pode afetar outras vítimas, provocando revoltas que nenhum homem é capaz de paralisar. Diante disso, segundo Simone de Beauvoir "toda opressão cria um estado de guerra" (BEAUVOIR, 1960, p.486). Como consequência da luta feminina, em 1879, as mulheres obtiveram permissão para acessar o ensino superior. No entanto, ainda não eram bem vindas em espaços públicos; o discurso de que deveriam permanecer em suas casas, em segurança e sob a proteção paterna, persistia. Além disso, como resultado dessa luta, o voto feminino foi um dos temas abordados pelos deputados que elaboraram a primeira constituição republicana 1891. No entanto, mesmo diante disso, muitas mulheres eram silenciadas ou influenciadas pela figura masculina em seu pensamento político.

Contudo, essa opressão às mulheres perdurou por um período extenso até os dias atuais. Em 1916, o primeiro Código Civil brasileiro estabelecia que a mulher perdia sua capacidade civil plena após o casamento, cabendo ao marido a autorização para que ela pudesse trabalhar, realizar transações financeiras e fixar residência. Analisando esse contexto nos dias atuais, a opressão e a superioridade masculina ainda são marcantes, uma vez que as mulheres desempenham 66% de todo o trabalho no mundo, produzem 50% de toda a comida, mas recebem apenas 10% do rendimento e possuem aproximadamente 2% das propriedades (ALCANTARA, 2020). Além dessa desvalorização, muitas mulheres não conseguem se dedicar plenamente ao trabalho ou aos estudos devido ao seu papel doméstico, que ocupa grande parte do seu tempo e dedicação, demonstrando resquícios de um passado que nunca foi completamente deixado para trás, um passado que continua mais presente no presente do que no próprio passado.

As mulheres foram fortemente limitadas na esfera científica, sendo seu papel socialmente estabelecido como responsáveis pelos afazeres domésticos e familiares. No entanto, isso não impediu que algumas mulheres desenvolvessem conhecimentos no campo da matemática. Portanto, é de relevância significativa escrever biografias de mulheres que se dedicaram ao estudo da Matemática, uma vez que por meio delas é possível repensar a participação e a contribuição feminina para essa ciência.

É evidente que existiram mulheres que se dedicaram ao estudo da Matemática e da Ciência, tendo fortes contribuições para essas áreas, mas que não receberam o devido reconhecimento ao longo da história. De acordo com Schiebinger, o problema do reconhecimento científico das mulheres é antigo e muitas delas, que colaboraram de forma invisível nos trabalhos de seus irmãos e parceiros, foram injustamente deixadas de lado na narrativa histórica (SCHIEBINGER, 2001). Um exemplo notável é a esposa de Albert Einstein (1879- 1955), cujas contribuições foram negligenciadas (CAVALARI, 2007).

Este trabalho apresenta resultados parciais do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) em andamento da primeira autora e no qual se constitui em uma pesquisa qualitativa, que se fundamenta no método bibliográfico, com o propósito de esclarecer as biografias de várias matemáticas que desempenharam papéis significativos na história. A meta central desta pesquisa é proporcionar o devido reconhecimento e homenagens a essas mulheres excepcionais, cujas contribuições muitas vezes foram subestimadas ou negligenciadas.

2 Metodologia

Este estudo adota uma abordagem descritiva, com foco na análise qualitativa de informações. A pesquisa é baseada em uma revisão bibliográfica extensa, envolvendo a consulta de livros e artigos científicos relevantes. O processo de coleta de dados concentra-se na análise crítica e na síntese das informações contidas nas fontes selecionadas, a fim de obter uma compreensão aprofundada das histórias das professoras em questão.

A escolha da abordagem qualitativa se justifica pela natureza exploratória do estudo, que busca não apenas descrever, mas também interpretar e compreender as informações disponíveis na literatura científica. A análise qualitativa permite a exploração de nuances, tendências e interpretações dentro do contexto da pesquisa, contribuindo para uma compreensão mais completa e contextualizada do assunto em estudo (MARTINS, 2004).

Os principais instrumentos de pesquisa utilizados neste estudo são livros e artigos científicos pertinentes ao tema. A seleção criteriosa dessas fontes se baseia na relevância, na atualidade e na qualidade das informações disponíveis, garantindo a confiabilidade e a validade dos dados coletados.

O processo de pesquisa consiste na revisão crítica e na análise sistemática da literatura, com o intuito de identificar padrões, tendências e insights relevantes relacionados às matemáticas em destaque na história. A metodologia adotada proporcionará uma base sólida para a consecução dos objetivos desta pesquisa, permitindo uma abordagem abrangente e aprofundada das biografias das matemáticas em questão.

3 Uma breve bibliografia de algumas Mulheres importantes para a Matemática

Nesta seção, será mencionado e exposto grandes colaboradoras como Hipátia de Alexandria, Maria Gaetana de Agnesi, Maria-Sophie Germain, Mary Ellen Rudin. Nesse sentido, é de extrema relevância adquirir conhecimento sobre suas biografias e descobertas para uma compreensão mais abrangente de seus feitos.

As informações apresentadas foram extraídas dos autores Fernandez (2019) e Cavalari (2007).

Hipátia de Alexandria: nasceu por volta do ano 370 em Alexandria, Egito. Seu pai, Theon de Alexandria, era professor de Matemática e permitiu que Hipátia fosse educada não apenas nas Artes, Literatura, Ciências, Filosofia e Retórica, mas também na prática de exercícios físicos, acreditando que o corpo de sua filha deveria acompanhar seu desenvolvimento intelectual.

Hipátia dedicou sua vida ao trabalho científico, declarando-se "casada com a verdade". Em Matemática, suas pesquisas foram registradas em numerosos manuscritos, como os "Comentários sobre a aritmética de Diofanto". Além disso, ela colaborou com seu pai, Theon, na elaboração de comentários sobre os "Elementos de Euclides", sendo ele especialista nesse campo de estudo. Vale ressaltar que Hipátia nunca se casou, o que permitiu que ela se dedicasse inteiramente à sua carreira e pesquisas científicas.

Em um trágico evento ocorrido em 415, Hipátia foi brutalmente assassinada por ordem de Cyril de Alexandria (376-444). Ela foi submetida a um terrível destino, sendo esquartejada e queimada. O motivo desse ato de violência foi atribuído à dedicação de Hipátia aos estudos de diversas religiões, o que levou os cristãos da época a considerá-la uma herege. Esse triste episódio representa um momento sombrio na história, marcado pela intolerância e perseguição às ideias divergentes.

Hipátia, reconhecida como uma das últimas intelectuais a atuar na Biblioteca de Alexandria, foi também a primeira mulher matemática registrada na história. Sua trágica morte, ocorrida de forma violenta, é considerada simbolicamente o fim do período antigo da matemática grega. A perda de Hipátia representou um marco significativo, encerrando uma era em que seus conhecimentos e contribuições matemáticas desempenharam um papel fundamental na cultura e no avanço do conhecimento da época (FERNANDEZ, 2019).

Maria Gaetana de Agnesi: nasceu em Milão, em 16 de maio de 1718, como a primogênita de uma família composta por 21 filhos. Seus pais, Pietro Agnesi e Anna Fortunata Agnesi, pertenciam a famílias abastadas de mercadores da cidade de Milão. Pietro, além de adquirir o título de nobreza, era professor de Matemática na Universidade de Bolonha. Desde o nascimento de Maria, seus pais planejaram cuidadosamente sua educação, proporcionando-lhe uma formação abrangente e profunda. No entanto, é importante ressaltar que essa oportunidade de estudo não era um privilégio concedido às mulheres pobres, que frequentemente não tinham acesso a uma educação semelhante.

Aos catorze anos de idade, Maria Agnesi empenhou-se na elaboração de comentários sobre a obra "Traitéanalytique dês sectionsconiques" de L'Hospital (1661- 1704), que, apesar de receber reconhecimento elogioso de alguns professores, nunca chegou a ser publicada. Além disso, Agnesi dedicou-se ao estudo das contribuições de renomados matemáticos como Newton (1642-1727), Leibniz (1646-1716), Euler (1707- 1783), Fermat (1601-1665), Descartes (1595-1650), bem como dos irmãos Bernoulli, abrangendo também a Física e outras áreas científicas.

Ao longo de um período de dez anos, Maria Agnesi dedicou-se de forma intensa à Matemática e, em 1748, alcançou um marco significativo ao publicar sua obra mais importante: "Instituzionianalitche ad uso dellagioventù", um livro em dois volumes com um total de 1070 páginas. Essa obra foi elaborada com o intuito de educar seu irmão mais novo, que demonstrava interesse em estudar Matemática. De acordo com Osen (1994), Agnesi expressa humildemente na introdução do livro que nem todas as ideias apresentadas são originais. Além disso, de acordo com essa mesma autora, o primeiro volume aborda tópicos como Álgebra, Aritmética, Geometria Analítica, Trigonometria e, especialmente, Cálculo, enquanto o segundo volume se concentra em Séries Infinitas e Equações Diferenciais.

Além de suas contribuições para a Matemática, Maria Agnesi recebeu reconhecimento do Papa Benedito XIV, que a elogiou por seu trabalho matemático. Em 29 1750, ela foi nomeada leitora honorária em análise na Universidade de Bolonha e, posteriormente, foi nomeada para a cadeira de matemática. No entanto, Agnesi nunca chegou a assumir o cargo nem recebeu os rendimentos da nomeação. Pode-se afirmar que ela foi a primeira mulher a ter a oportunidade de ocupar um cargo na Universidade, mesmo que não tenha efetivamente exercido essa posição.

Após a morte de seu pai em 1752, Maria Agnesi tomou a decisão de abandonar seus estudos em ciência e se dedicar à vida religiosa. Ela fundou uma instituição de caridade e se afastou de sua família, adotando um voto de pobreza. A partir desse momento, seu objetivo principal era ensinar o catecismo e cuidar dos pobres e doentes em sua paróquia. Essa missão de servir aos necessitados se tornou seu trabalho constante até sua morte em 9 de janeiro de 1799, aos 80 anos de idade.

Infelizmente, apesar de suas contribuições significativas no campo da Matemática, Maria Agnesi não recebeu o devido reconhecimento. Ela é principalmente lembrada pela "Curva de Agnesi", uma curva cúbica cuja equação leva seu nome. No entanto, é importante destacar que sua obra vai além dessa curva específica, abrangendo suas realizações na análise matemática e seu papel como educadora e filantropa. Maria Agnesi foi uma mulher notável que deixou um legado valioso tanto na ciência quanto no serviço aos necessitados (CAVALARI, 2007).

Marie-Sophie Germain: nasceu em Paris, França, no dia 1º de abril de 1776. Desde muito jovem, ela desenvolveu um profundo interesse pela história de Arquimedes e decidiu se dedicar à geometria. No entanto, mesmo possuindo um notável conhecimento e talento em Matemática, Sophie enfrentou obstáculos de gênero que a impediram de ingressar na renomada Escola Politécnica de Paris, que era exclusiva para homens na época.

Apesar dessa adversidade, Sophie Germain perseverou e fez importantes contribuições em diversos campos do conhecimento. Sua obra abrangeu três áreas distintas: teoria dos números, elasticidade (incluindo o estudo da curvatura das superfícies) e filosofia. Ela realizou pesquisas notáveis na teoria dos números, explorando problemas relacionados a primos e equações diofantinas. Além disso, Sophie fez avanços significativos no estudo da elasticidade, aplicando conceitos matemáticos para compreender o comportamento das estruturas sólidas. Sua dedicação e intelecto marcaram seu legado como uma das grandes matemáticas de sua época.

No ano de 1831, Carl Friedrich Gauss, renomado matemático, recomendou à Universidade de Göttingen que concedesse a Sophie Germain o título honorário de doutor em reconhecimento às suas notáveis contribuições para a matemática. Infelizmente, antes de receber essa honra tão merecida, Sophie Germain faleceu após uma corajosa batalha contra o câncer de mama (FERNANDEZ, 2019).

Mary Ellen Rudin: nasceu em 1924, no estado do Texas, Estados Unidos. Reconhecida como uma das principais topologistas contemporâneas, ela deixou uma marca significativa na área da matemática. Sua excelência acadêmica e contribuições notáveis renderam-lhe o cargo de Vice-Presidente da Sociedade Americana de Matemática durante o período de 1980 a 1981. Além disso, Rudin foi agraciada com o prestigioso prêmio NoetherLecture em 1984, uma honra concedida anualmente pela Associação por Mulheres na Matemática (AWM). Seu reconhecimento e prestígio no campo da matemática também a levaram a ser eleita membro honorário da Academia de Ciências Húngara em 1995.

Em 1954, Mary Ellen Rudin deu à luz sua primeira filha, Catherine, seguida do nascimento de Eleanor no ano seguinte. Em 1958, a família se mudou novamente quando Walter, seu marido, foi transferido para a Universidade de Wisconsin. Mary Ellen começou a trabalhar na universidade como professora conferencista em meio período, um ano depois. Ao longo dos anos, ela deu à luz mais dois filhos, Jefferson em 1961 e Charles Michael em 1964.

Apesar de sua impressionante produção acadêmica, Mary Ellen sempre equilibrou sua carreira com sua devoção à família, como afirmado por Carr (2000). Mesmo contando com a ajuda de uma excelente babá chamada Lilá Hilgendorf, Mary Ellen trabalhava em casa para lidar com os afazeres domésticos, caso fosse necessário. Essa habilidade de conciliar suas responsabilidades profissionais e familiares refletia seu compromisso tanto com sua carreira quanto com seu papel como mãe e cuidadora do lar (CAVALARI, 2007).

Através da trajetória de Mary, é possível observar uma exemplar conciliação entre sua maternidade, tarefas domésticas e sua carreira na matemática, o que é uma tarefa desafiadora. É importante ressaltar que Mary contava com o auxílio de uma babá, um privilégio que muitas mulheres de recursos limitados não possuem, tornando ainda mais difícil a conciliação entre estudos, maternidade e as responsabilidades domésticas.

4 Considerações Finais

Ao final deste estudo, é possível extrair conclusões significativas em relação ao trabalho realizado, as quais estão intrinsecamente alinhadas com os objetivos propostos inicialmente. A análise crítica e a síntese das informações contidas nas fontes selecionadas revelaram um panorama rico e diversificado da contribuição das matemáticas ao longo da história. As biografias de diversas mulheres notáveis nesse campo, muitas vezes negligenciadas pela historiografia convencional, foram destacadas e dissecadas, proporcionando uma compreensão mais profunda de suas realizações e do contexto em que viveram.

Nesse sentido, as principais conclusões deste estudo indicam a importância de reconhecer e homenagear essas matemáticas notáveis, não apenas como uma questão de justiça histórica, mas também como um estímulo para a inclusão e a igualdade de gênero no campo acadêmico e científico. Suas contribuições foram significativas, muitas vezes pioneiras, e lançaram as bases para o desenvolvimento subsequente da matemática.

Além disso, este trabalho também enfatiza a relevância acadêmica de investigar e divulgar essas histórias, uma vez que amplia nossa compreensão do progresso científico e nos inspira a reconhecer a diversidade de vozes e perspectivas que moldaram a matemática como a conhecemos hoje.

Portanto, as considerações finais deste estudo destacam a importância de reconhecer e valorizar as contribuições das matemáticas ao longo da história, em especial as mulheres, que frequentemente foram subestimadas e esquecidas. Este trabalho não apenas presta homenagem a essas notáveis profissionais, mas também ressalta a relevância acadêmica de continuar a explorar suas vidas e legados, contribuindo assim para um entendimento mais abrangente e inclusivo da história da matemática.

5 Referências

ALCANTARA, A. **A mulher e a Economia**. Pleno.News, 2020. Disponível em: <A mulher e a economia | Opinião | Anderson de Alcantara | Pleno.News> . Acesso em: 17 de set. de 2023.

BEAUVOIR, Simone. O segundo sexo: fatos e mitos. São Paulo: Difusão Européia do Livro, 1960ª, p.486.

CAVALARI, M. F. **A matemática é feminina? Um estudo histórico da presença da mulher em institutos de pesquisa em matemática do Estado de São Paulo**. Rio Claro - SP, 2007. Disponívelem:<unesp.primo.exlibrisgroup.com/discovery/fulldisplay?docid=alma990004942890206341&context=L&vid=55UNESP_INST:UNESP&lang=pt&search_scope=MyInst_and_CI&adaptor=Local Search Engine&tab=Everything&query=any,contains,cavalari 2007&offset=0>.Acesso em: 17de set. de 2023.

FERNANDEZ, C. S.; AMARAL, A. M. L. F.; VIANA, I. V**. A história de Hipátia e de muitas outras matemáticas**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2019.

MARTINS, H. H. T. S.. **Metodologia qualitativa de pesquisa.** *Educ. Pesqui.* [online]. 2004, vol.30, n.02, pp.289-300. ISSN 1517-9702.

SCHIENBINGER, L. **O feminismo mudou a ciência?** / LondaSchiebinger; tradução de Raul Fiker. - Bauru, SP: EDUSC, 2001.

ANÁLISE DAS ATUAIS PUBLICAÇÕES SOBRE EDUCAÇÃO INCLUSIVA EM TRÊS PERIÓDICOS DA ÁREA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Jamille Monteiro de Paula (Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia. jamillemdp@hotmail.com)
Mariana Elias Nascimento Costa (Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia. mari_elias@hotmail.com.br)
Ana Cristina Gomes de Jesus (Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia. ana.jesus@gmail.com)

Resumo
Este trabalho consiste em uma análise qualitativa de pesquisas bibliográficas sobre Educação Inclusiva no contexto da Matemática. Utilizou-se a leitura e coleta de dados de artigos de importantes periódicos matemáticos como método de pesquisa. Os resultados revelaram que a maioria dos artigos aponta para uma defasagem na formação inicial e contínua dos professores em relação à educação especial. Além disso, constata-se que a maioria das escolas não oferece tecnologia assistiva nem materiais didáticos adequados para o ensino de alunos com deficiência, quando esses recursos estão disponíveis, geralmente são insuficientes. Notou-se que os professores demonstraram ser favoráveis à inclusão e reconhecem os benefícios que ela traz tanto para os alunos com deficiência quanto para aqueles sem deficiência, bem como para a comunidade escolar em geral. No entanto, essa atitude positiva é mais acentuada quando se trata de deficiências leves a moderadas. Essas pesquisas destacam a necessidade de aprimorar a formação de professores e melhorar o acesso a recursos e tecnologias assistivas nas escolas, a fim de promover uma Educação Inclusiva mais eficaz na área da Matemática.

Palavras-chave: Educação Inclusiva. Alunos com Deficiência. Pesquisa qualitativa

1 Introdução

Este artigo é resultado de um estudo realizado como parte da disciplina de

Metodologia Científica e tem como objetivo principal conduzir uma análise qualitativa de pesquisa bibliográfica sobre o tema da Educação Inclusiva no contexto do ensino e aprendizado da matemática. Neste trabalho, foram exploradas as publicações mais recentes relacionadas a esse assunto, aprofundado em suas descobertas e contribuições para a melhoria da educação inclusiva.

Entende-se a *educação inclusiva* como uma abordagem educacional contemporânea que visa garantir o direito universal à educação, ao mesmo tempo que estimula a equidade de oportunidades. Essa abordagem propõe a igualdade de oportunidades e o apreço pelas diversidades humanas, envolvendo, desse modo, a variedade de características étnicas, sociais, culturais, intelectuais, físicas, sensoriais e de gênero presentes entre os indivíduos. Pessoas com deficiência têm sido o principal alvo de atenção na área, devido à sua exclusão histórica das redes educacionais. No entanto, é fundamental enfatizar que a educação inclusiva abrange a todos sem exceção.

Um dos pioneiros nesse campo de estudo, perpetuamente lembrado como *"o pai da Educação Especial"*, foi o médico Jean Marc Gaspard Itard. Ficou conhecido por ter desenvolvido o primeiro programa sistemático de Educação Especial, além de ser reconhecido por sua experiência na reabilitação e tentativa de proporcionar educação ao jovem Victor de Aveyron, *"o menino selvagem"*, que vivia em meio aos animais, sem comunicação e/ou comportamento humano.

Através da análise da literatura acadêmica, torna-se evidente que há uma crescente demanda para ampliar a visibilidade da Educação Especial, especialmente no contexto da matemática. Observa-se que alguns educadores têm buscado aprimorar sua qualificação e aprofundar seus estudos neste domínio, mesmo profissionais cuja formação inicial não abordou questões de inclusão estão buscando ativamente se informar e aprimorar suas habilidades para promover uma maior inclusão e, consequentemente, elevar a qualidade social e educacional para todos os seus alunos.

1.1 - Referencial Teórico

Temos o referencial teórico da educação inclusiva na área da matemática baseado nos seguintes princípios:

- Toda criança tem direito a uma educação de qualidade, independentemente de suas condições.
- A educação inclusiva deve promover o desenvolvimento e a aprendizagem de todos os alunos, incluindo aqueles com necessidades especiais.
- O ensino da matemática deve ser acessível a todos os alunos, incluindo aqueles com diferentes estilos de aprendizagem.

Alguns dos autores mais influentes no campo da educação inclusiva na área da matemática são:

- Maria Teresa Eglér Mantoan: pedagoga, mestre e doutora em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), defende a abertura da escola regular a todos os alunos, principalmente àqueles com algum tipo de deficiência.
- Sergio Lorenzato: licenciado em matemática pela Unesp (Rio Claro), mestre em educação pela UnB (Brasília), doutor em educação pela Unicamp (Campinas) e pós-doutor em educação matemática pela Université Laval (Canadá), defende a importância da aprendizagem ativa e significativa na educação matemática.
- Seymour Papert: matemático e educador estadunidense, foi um dos pioneiros do uso de computadores no ensino, defende a abordagem construcionista, na qual os alunos constroem seu próprio conhecimento por meio de experiências práticas.
- Fernando Luis González Rey: doutor em Psicologia pelo Instituto de Psicologia Geral e Pedagógica de Moscou, é um dos principais teóricos da psicologia histórico-cultural, defende uma abordagem da psicologia que considere o contexto social e histórico do indivíduo.
- Elisa Tomoe Moriya Schlunzen: matemática e educadora, é uma especialista em educação digital e inclusão digital, defende o uso das tecnologias digitais como ferramenta para a inclusão e a equidade educacional.

Esses autores contribuem para o desenvolvimento de uma educação inclusiva na área da matemática por meio de suas pesquisas e práticas pedagógicas. Eles enfatizam a importância de aceitar a diversidade dos alunos, proporcionar oportunidades de aprendizagem significativas para todos, adaptar o ensino às necessidades individuais de cada um e usar estratégias pedagógicas que promovam a participação e o engajamento dos alunos.

A educação inclusiva na área da matemática é um desafio, mas é também uma oportunidade de promover a equidade e a justiça educacional. Por meio de uma abordagem inclusiva, todos os alunos podem ter acesso a uma educação de qualidade e desenvolver seu potencial.

.2 Metodologia

Foi conduzida uma pesquisa qualitativa por meio de revisões bibliográficas em três renomados periódicos de educação matemática. Conforme definido pelo site *Significados*, pesquisa qualitativa é compreendida como "[...] uma abordagem de pesquisa que estuda aspectos subjetivos de fenômenos sociais e do comportamento humano. Os objetos de uma pesquisa qualitativa são fenômenos que ocorrem em determinado tempo, local e cultura." (SIGNIFICADOS, 2011).

Foram consultados os seguintes periódicos: Bolema - Boletim de Educação Matemática, EMP - Educação Matemática Pesquisa e REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática.

Quadro 1: Revistas pesquisadas

REVISTA/PERIÓDICO	1ª PUBLICAÇÃO/ANO	QUALIS
BOLEMA	1987	A1
REVEMAT	2006	B4
EMP	1999	A1

Fonte: Elaborado pelas autoras

Segundo o site *METTZER*, "A revisão bibliográfica é, de forma geral, a revisão das pesquisas e das discussões de outros autores sobre o tema que será abordado em seu trabalho. Ou seja: é a contribuição das teorias de outros autores para a sua pesquisa.” (METTZER, 2021).

Durante essa pesquisa, reuniu-se dados relacionados à Educação Inclusiva no contexto do ensino e aprendizado da matemática. Foi observado que a maioria dos artigos analisados preferiu empregar o estudo de campo como a metodologia central para conduzir suas pesquisas. Esta abordagem implicou na realização de entrevistas com professores de escolas de ensino básico, com ênfase na disciplina de matemática.

Por fim, realizou-se uma comparação entre os artigos analisados e se estabeleceu uma relação entre suas semelhanças, levando à conclusão de que uma grande parcela dos professores do ensino básico carece da formação adequada para atender às necessidades, em sala de aula, dos alunos com deficiência.

3 Resultados e Discussão

Sabe-se que a educação inclusiva ainda enfrenta deficiências significativas, especialmente na disponibilidade de materiais pedagógicos adequados que auxiliem em sala de aula. Essa lacuna se torna evidente quando consideramos alunos com deficiência visual, como cegos, que requerem materiais adaptados para um aprendizado efetivo.

Segundo Fernanda Malinosky C. da Rosa, uma das escritora do artigo “O uso de narrativas (auto)biográficas como uma possibilidade de pesquisa da prática de professores acerca da Educação (Matemática) Inclusiva” estudado nessa pesquisa, diz:

> De acordo com algumas leis que recomendam a Educação Inclusiva, (BRASIL, 2001a, 2001b,2008), é crucial que o currículo escolar seja adaptado para que os alunos com necessidades educativas especiais possam aprender Matemática de maneira significativa, e, sobretudo, os alunos cegos necessitam de recursos didáticos táteis, para que possam auxiliar em sua construção do conceito, neste caso, matemático. (PAULA,2023, p.5, apud ROSA,2015, p. 951)

No Brasil, o processo de inclusão no ambiente educacional foi tardio, surgindo em 1988, com a criação do artigo 208 da Constituição Brasileira, que explica o dever do Estado com a educação mediante garantia do inciso **III** "atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino".

Apesar dos desafios, como a falta de qualificação, formação e recursos adequados, a maioria dos professores se esforça para promover a inclusão em suas salas de aula. Os docentes demonstram empenho e persistência em adotar práticas que facilitem a integração e interação dos alunos com deficiências no ambiente escolar. No entanto, é importante ressaltar que essa situação não é generalizada, pois as formações oferecidas durante os cursos de graduação nem sempre fornecem o embasamento prático necessário.

Vale ressaltar que apesar das universidades oferecerem matérias de inclusão aos alunos dos cursos de licenciatura, a lei nº 10.436 de 2002 engloba apenas o ensino de libras,

> Art. 4º O sistema educacional federal e os sistemas educacionais estaduais, municipais e do Distrito Federal devem garantir a inclusão nos cursos de formação de Educação Especial, de Fonoaudiologia e de Magistério, em seus níveis médio e superior, do ensino da Língua Brasileira de Sinais - Libras, como parte integrante dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs, conforme legislação vigente. (BRASIL,2002, Art.4)

Na pesquisa *"O Ensino de Matemática no contexto da Educação inclusiva"*, alguns professores entrevistados elencaram algumas deficiências presentes nos alunos que frequentam suas aulas.

	Tipo de deficiência física
Professor de Matemática da Escola "A"	✓ Interativo; ✓ Deficiente mais alongada; ✓ Algum tipo de mobilidade; ✓ Deficiência em termo de aprendizagem
Professor de Matemática da Escola "B"	✓ Cadeirante
Professor de Matemática da Escola "C"	✓ Um deficiente físico – cadeirante; ✓ Um de uma perna só
Professor de Educação Física da Escola "A"	✓ Paralisia cerebral
Professor de Educação Física da Escola "B"	✓ Autista
Professor de Educação Física da Escola "C"	✓ Paralisia cerebral
Professor da Sala de Recurso Multifuncional da Escola "A"	✓ Dois com Paralisia cerebral; ✓ Um com paralisia infantil
Professor da Sala de Recurso Multifuncional da Escola "B"	✓ Um a deficiência física e intelectual; ✓ Deficiência auditiva.
Professor da Sala de Recurso Multifuncional da Escola "C"	✓ Um com paralisia cerebral; ✓ Dois com deficiências múltiplas
Professor Auxiliar da Escola "A"	✓ Deficiência Mental e tem deficiências físicas também.
Professor Auxiliar da Escola "B"	✓ Tem paralisia cerebral espástica.

Fonte: (SILVA, 2019. p.11)

Assim, torna-se evidente que, embora os cursos de licenciatura nas atuais universidades incluam disciplinas sobre educação inclusiva, é praticamente inviável abordar todas as possíveis deficiências, como as citadas na tabela, que os alunos podem apresentar em uma sala de aula. Cada desafio requer conhecimento e apoio específicos, o que revela uma demanda difícil de ser imposta a um professor de educação básica.

Um dos principais desafios da educação inclusiva na área da matemática é a falta de atenção às diferentes deficiências. Nos artigos analisados, a deficiência mais mencionada foi a cegueira. Isso pode levar à exclusão de outras deficiências, como as deficiências intelectuais, que podem dificultar o aprendizado de conceitos abstratos, como os da matemática.

	Nº de Alunos	%
Expressão	1	8%
Divisão	1	8%
Raiz Quadrada	1	8%
Álgebra	2	15%
Equação	2	15%
Geometria	1	8%
Cálculos	1	8%
Funções	1	8%
Plano cartesiano	2	15%
Estatistica	1	8%
Física	1	8%
Química	1	8%
Todos:	1	8%

Fonte: (ANJOS, 2016, p.36)

Conforme evidenciado na tabela acima da monografia *“As dificuldades enfrentadas por alunos com deficiência visual e professores no Ensino e Aprendizagem da Matemática”* fica evidente essa dificuldade de aprendizagem de conteúdos matemáticos de alunos cegos principalmente devido à escassez de recursos educacionais e de profissionais qualificados para transmitir esses conteúdos.

4 Considerações Finais

É notável que ao longo do tempo, a inclusão de pessoas com deficiência na sociedade e na educação tem evoluído, mas ainda é evidente a necessidade de aprimoramentos e de mais pesquisas na área para tornar a teoria mais acessível e tangível na prática. Essa transformação de uma realidade anteriormente abstrata para algo concreto e efetivo é essencial para a melhoria da qualidade de vida das pessoas com deficiência. Com o passar dos anos, é crucial que a sociedade compreenda cada vez mais que todos merecem igualdade de oportunidades, o que, por sua vez, promove uma vida digna para todos.

Com base nos artigos, embora haja dificuldades, a maioria dos professores buscam promover a inclusão em sala de aula mesmo enfrentando desafios relacionados à falta de qualificação, formação e recursos necessários. Nota-se que os professores que participaram das pesquisas em sua maioria são empáticos e tentam trazer para a sala de aula práticas para facilitar a vivência e socialização dos alunos com deficiências.

No entanto, essa realidade não abrange a totalidade dos educadores nas instituições de ensino. Muitas vezes, as formações oferecidas durante os cursos de graduação não proporcionam o embasamento prático necessário a esses futuros profissionais. Segundo Gomes e Rey (2007, p. 407),

> enquanto não forem compreendidos as crenças, os desejos, as frustrações e os afetos dos professores quanto a sua ação profissional, eles não poderão a assumir o papel de educar todo e qualquer aluno e, dessa forma, a instituição escolar continuará reproduzindo o círculo cruel da diferenciação e exclusão dos alunos.

Mesmo diante desses desafios, é possível enxergar aqueles que estão comprometidos providenciando a inclusão ativa como uma fonte de inspiração. É fundamental tomar esses educadores como referência de persistência e o compromisso com o aprendizado contínuo, através da participação em programas de capacitação abrangentes que abordem os diversos tipos de deficiência, a fim de atender às demandas crescentes de inclusão nas escolas.

5 Referências

BRASIL. **Conselho Nacional de Educação**. Resolução n° 2/2001 de 11 de setembro de 2001. Brasília, DF: CNE/CEB, 2001a.

BRASIL. **Conselho Nacional de Educação**. Parecer n° 17/2001 de 3 de julho de 2001. Brasília, DF: CNE/CEB, 2001b.

BRASIL. **Secretaria de Educação Especial**. Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva. Brasília: MEC, 2008.

GOMES, C., REY, F.L.G ... **Inclusão Escolar:** Representações Compartilhadas de Profissionais da Educação acerca da Inclusão Escolar. Psicologia Ciência e Profissão, 2007, 27 (3), 406-417. http://www.scielo.br/pdf/pcp/v27n3/v27n3a04.pdf

“Inserindo imagens no seu trabalho acadêmico”.Biblioteca Prof. Lydio Machado Bandeira de Mello. Universidade Federal de Minas Gerais Disponível em: https://biblio.direito.ufmg.br/?p=508. Acesso em: 18 de maio de 2021

METTZER, 2021. “**Mão na massa: como fazer revisão bibliográfica no seu trabalho?**”. Disponível em:< https://blog.mettzer.com/revisao-bibliografica>. Acesso em: 19/09/2023

“O que é uma pesquisa qualitativa?”. **Significados**, 2011. Disponível em: https://www.significados.com.br/pesquisa-qualitativa. Acesso em: 10/09/2023

ROSA, F. M. C. da**. O uso de narrativas (auto)biográficas como uma possibilidade de pesquisa da prática de professores acerca da Educação (Matemática) Inclusiva.** Bolema, Rio Claro (SP), v. 29, n. 53, (p. 936-954), dez. 2015. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a08

SANTOS, D. A. do N. dos S. **Educação Matemática: A articulação de concepções e práticas inclusivas e colaborativas.** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.21, n.1, pp. 254-276, 2019. Disponível em: http://dx.doi.org/10.2392**5/1983-3156.2019v21i1p254-276**

SOARES, M. E. **FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA(PEM) NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO INCLUSIVA: O QUE DIZEM AS PESQUISAS STRICTO SENSU.** Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT, Florianópolis, Ed. Especial: Pesq. Form. Prof. Ens. Mat, p. 01-30, jan./dez., 2022. Disponível em: https://doi.org/10.5007/1981-1322.2022.e77797

VASCONCELO, S. C. R. **Percepções de professores que lecionam Matemática sobre a Educação Inclusiva**, Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT, Florianópolis(SC) v.9, n. 1, p. 139-158, 2014.

ANÁLISE DA EFICÁCIA DOS MÉTODOS DE ENSINO EM PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO SUPERIOR: REVISÃO NARRATIVA.

Júnior César dos Santos (Instituto Federal de Goiás – Goiânia. E-mail: czarjuninho5s@gmail.com)
Júllia Vieira Brandão (Instituto Federal de Goiás – Goiânia. E-mail: jujuatalaia@gmail.com)
Ludmilla Pinto Guiotti Cintra Abreu (Instituto Federal de Goiás – Goiânia. E-mail: ludguiotti2@gmail.com)
Flávio Moraes de Miranda (Instituto Federal de Goiás – Goiânia. E-mail: flavio.miranda@ifg.edu.br)

Resumo
Para ensino de Probabilidade e Estatística não é suficiente conhecer a teoria matemática, é importante trazer a realidade para que os alunos produzam um juízo crítico. O objetivo foi analisar através de uma revisão a eficácia dos métodos de ensino em Probabilidade e Estatística na educação superior. Revisão narrativa estruturada conforme o PICo, organizada no *software Mendeley*®. As bases pesquisadas: PubMED; Science Direct; Embase; BVS. Etapas: leitura por títulos e abstracts, posteriormente textos completos, extração de dados, e análise descritiva e de conteúdo. A literatura traz o enfoque na educação básica, e pouco se estudam métodos para o ensino superior. Para Santiago *et al.*(2021) de 16 artigos elegíveis apenas 25% relatavam a educação superior. Rosa *et al.*(2023) verificaram a necessidade de formação adequada de docentes. Para Souza (2019) esse ensino é mais significativo se realizado por resoluções de problemas e análise exploratória de dados. Para Waldmann *et al.* (2017) os dispositivos eletrônicos otimizam o aprendizado em curto tempo, e as mídias tecnológicas tornaram o ensino menos trabalhoso e rápido. Enfatizam um melhor desenvolvimento em atividades computacionais. Identificou-se poucos estudos direcionados aos métodos de ensino em Probabilidade e Estatística paraa educação superior. O método de resolução de problemas e análise exploratória de dadosfoi o mais destacado entre os tradicionais apresentando maior aprendizado significativo. E as tecnologias foram elencadas como favoráveis. Importa destacar a necessidade de mais estudos robustos com essa temática voltados ao ensino superior.

Palavras-chave: Probabilidade e Estatística. Métodos de ensino. Educação Superior.

1 Introdução

A Estatística é uma ciência que tem se destacado nos últimos tempos em virtude de sua presença nas diversas áreas do conhecimento, meios de comunicação, gráficos, tabelas, entre outros. Ela auxilia na tomada de decisão a partir da compreensão da variabilidade contida nos dados, e essas situações exigem raciocínio e induzem ao letramento estatístico. A probabilidade e a estatística são comparadas por esse autor como a aritmética elementar por não dependerem de técnicas complicadas, e ainda destaca que, o seu ensino se realize mediante uma metodologia heurística e ativa, de experimentação, resolução de problemas, observações, registros, coletas e análises de dados (SOUZA, 2019).

O ensino de probabilidade e estatística deve ser repensado para que se obtenha um equilíbrio entre técnicas e significados, sendo que no ensino superior, há um exagero na ênfase matemática, embora deveriam efetuar mais estudos empíricos dos fenômenos aleatórios, da variabilidade amostral e de sua interpretação probabilística, em uma versão mais dinâmica buscando a aprendizagem mais significativa. Ainda, que os docentes trabalhem com projetos contextualizados, em grupo, com uso de software, permitindo a participação efetiva doaluno no processo de ensino-aprendizagem (SOUZA, 2019).

Alguns autores analisaram o contexto de ensino para essa melhoria no ensino-aprendizagem em probabilidade e estatística, e observaram que apesar das produções científicas brasileiras com esta temática serem escassas, apontam que o método híbrido – presencial e remoto -, e o método totalmente remoto, tendem a crescer. Enfatizam a importância da inovação permitindo o exercício da curiosidade intelectual e da aplicação ativa do método científico - investigação, reflexão, análise crítica, imaginação e criatividade – e sugerem o uso das tecnologias digitais da informação (LIMA JÚNIOR; OLIVEIRA, 2022).

E considerando este contexto, o objetivo desta pesquisa foi analisar através de uma revisão a eficácia dos métodos de ensino em probabilidade e estatística na educação superior.

2 Metodologia

Revisão narrativa com finalidade de descrever as informações coletadas e desenvolver de forma crítica o conteúdo do tema. Elaborada segundo as Diretrizes Metodológicas para revisões (BRASIL, 2021), e acrônimo PICo (ARAÚJO, 2020) para pesquisas não clínicas, sendo os critérios de elegibilidade: de inclusão - estudos em sua íntegra, dos últimos 5 anos, que abordassem a temática; e de exclusão - referências duplicadas, e cópia completa indisponível. As bases de dados pesquisadas foram: PubMED; Science Direct; Embase; BVS. A data da pesquisa foi 28 de agosto de 2023.

Inicialmente desenvolvida a pergunta de pesquisa: “Há eficácia dos métodos de ensino em probabilidade e estatística na educação superior?”, prosseguiu-se com a etapa seguinte de formulação da *string* geral de busca nas bases de dados: *(“probability and statistics” AND “teaching method” AND “college education”)*. Posteriormente foram realizadas as leituras de títulos e resumos por dois autores de forma independente e as incompatibilidades solucionadas por um terceiro autor. Finalizando a seleção dos artigos a serem discutidos a última etapa consistiu na leitura dos textos completos e na busca de respostas a questão de pesquisa, sendo que essa leitura também se deu por dois autores de forma independente. Os artigos foram organizados através do *software* Mendeley®.

3 Resultados e Discussão

Foram encontrados 65 estudos nas bases de dados e após serem submetidos aos critérios de elegibilidade, restaram 03 para extração de dados argumentativos, descritivos e de conteúdo para essa análise.

3.1. Artigo de SOARES, J.A.R. *et al.* Limitadores do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de probabilidade. Pesquisa publicada em 2022.

Estes autores realizaram uma análise de estruturação e de problemas, abordaram situações de contextualização e interdisciplinaridade no processo de ensino e aprendizagem da probabilidade. Para este entendimento pontuaram que as habilidades indicadas para se desenvolver o ensino de probabilidade eram:

> • Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral e realizando contagem das possibilidades. • Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos (SOARES *et al.,* 2022).

Atualmente as habilidades necessárias para este ensino envolvem o aluno como ator principal desse processo, proporcionando uma imersão completa do discente para desempenho satisfatório e qualificado. Estes autores citam as visitas técnicas e os trabalhos de campo com a participação efetiva dos discentes como alternativa para minimizar os problemas no processo de ensino e aprendizagem, e enfatizam que:

> A literatura aponta que a abordagem do ensino de probabilidade por meio da Resolução de Problemas que instigue, provoque e convide o aluno a pensar em soluções favoráveis ao seu desenvolvimento cognitivo, propicia um conhecimento instrutivo, robusto e de qualidade (SOARES *et al.,* 2022).

Também foram descritos limitadores relacionados à formação de professores – baixo investimento -, uso mecanizado de fórmulas e problemas sem contexto real prático, de experiência dos alunos. Discorreram sobre a falta de recursos tecnológicos e de melhores infraestrutura para alcance adequado da relação professor-aluno, e sobre procedimentos metodológicos – abordagens e situações problemas – que podem ser sanados inserindo a contextualização da realidade do aluno.

Com relação ao método de ensino, sugerem um tipo específico de metodologia ativa, o Aprendizado Baseado em Problemas (TBL), por facilitar o aprendizado da probabilidade, e o desenvolvimento do processo. Destacam a ação do professor como essencial por promover encaminhamentos pedagógicos favorecendo a organização, apropriação e correlação dos conhecimentos probabilísticos, provocando conflitos cognitivos que levam ao crescimento intelectual. Estes autores concluem que:

> Portanto, acredita-se que procedimentos metodológicos que façam uso de resolução de problemas em contextos vivenciados pelos alunos, interligando as diversas áreas do conhecimento, conduzem os estudantes a participarem ativamente do processo e possibilita uma aprendizagem contundente e vultosa na formação pessoal e acadêmica do educando (SOARES *et al.,* 2022).

O TBL é um método que coloca o aluno no centro do processo de sua aprendizagem, permitindo mais autonomia, protagonismo, autoaprendizagem e colaboração. É muito utilizada em cursos superiores. Favorece a aprendizagem dos estudantes quanto ao conceito, às definições e às equações de Probabilidade. Os alunos apresentam um melhor entendimento e aplicação nas equações de Probabilidade da união de dois ou mais eventos, Probabilidade de Eventos Independentes e Probabilidade Condicional (PALMEIRA JÚNIOR, 2022).

Corroborando com os autores anteriores, foi realizado um estudo com 45 alunos para ensino de estatística e probabilidade, em um curso tecnológico, através do uso de metodologia ativa de aprendizagem, e como resultados foram observados o desenvolvimento de raciocínio lógico e o envolvimento com a matéria aplicada (UZUN, 2019).

3.2. Artigo de DOMINGUES, M.A.F.G. *et al.* Um estudo sobre as abordagens da teoria dos campos conceituais nas pesquisas de ensino de probabilidade e estatística no Brasil. Pesquisa publicada em 2021.

Estes autores discutiram a Teoria dos Campos Conceituais no ensino da probabilidade e estatística - teoria psicológica para o desenvolvimento cognitivo, estruturada no conceito de esquema, situações, invariante operatório (teorema-em-ação ou conceito-em-ação), e necessidade de dominar conceitos em situações distintas-, analisando as teses e dissertações brasileiras de 2010 a 2020 sobre esta temática. Eles pontuam que:

> Todavia, para que os estudantes consigam assimilar melhor os conceitos envolvidos nas áreas de conhecimento de estatística e probabilidade, é necessário elaborar propostas que possibilitem uma maior interação dos alunos com problemas do seu cotidiano, podendo, assim, possibilitar-lhes uma variedade de situações que contribua para uma aprendizagem significativa (DOMINGUES *et al.,* 2021).

Estes autores analisaram o conhecimento estruturado em campos conceituais, com foco no sujeito e ocorrendo pela experiência, maturidade e aprendizagem, desenvolvidas pelos discentes ao longo da vida. O ensino parte de uma situação ou problema, e a partir disso há a tomada de decisão dos alunos, que podem dispor de competências para tratá-la de imediato de forma automatizada, ou não dispor de competências sendo necessário tempo para refletir, explorar e hesitar. Portanto o campo conceitual auxilia os alunos em seus repertórios, considerando os símbolos e a linguagem importantes para o desenvolvimento, e mantendo o professor como mediador deste processo.

Durante a análise das pesquisas, este autores descreveram que para entender melhor o processo de formação do raciocínio estatístico no ensino superior - letramento, pensamento e raciocínio estatísticos - utilizaram a Teoria dos Campos Conceituais e observaram que a afinidade com a matéria proporcionava melhor desempenho.

3.3. Artigo de SANTIAGO, P.V. da S. *et al.* Ensino de Estatística como Objeto de Pesquisa: Uma Revisão Sistemática da Literatura para o período de 2014 a 2021. Pesquisa publicada em 2022.

Estes autores realizaram buscas na literatura científica sobre o ensino de estatística no período compreendido entre 2014 e 2021, e observaram 16 pesquisas importantes em suas análises, sendo 25% apenas que versavam sobre o ensino superior.

A temática de probabilidade e estatística inclui a formação de professores e a contribuição no cotidiano dos alunos, sendo utilizado o método de pesquisa qualitativa em todas os trabalhos estudados pelos autores, percebeu-se que as investigações evidenciaram as dificuldades enfrentadas pelos educadores e educandos no contexto do ensino de aprendizagem das temáticas descritas. A formação inicial de professores como componente é importante, assim como a oportunidade desse conhecimento a todos que se encontram na formação de futuros docentes. Observaram que, a partir dos fichamentos realizados, há uma certa quantidade de publicações nacionais e internacionais que acreditam no desenvolvimento na área de Educação Estatística.

Com a análise dos trabalhos, perceberam que as metodologias e didáticas aplicadas no modelo tradicional de ensino passando por algumas mudanças na aplicação de tecnologias digitais junto ao suporte teórico diante de cada cenário. O ensino de Estatística enseja reflexões pela necessidade de novas observações críticas e reflexivas para flexibilizar modelos de ensino na construção crítica e reflexiva. Reflexões estas que remontam o novo modo de pensar que incluem a formação do professor de matemática, desde a elaboração dos conteúdos até as práticas em sala de aula.

Existem dois tipos de aprendizagem, a significativa e a mecânica, e em uma formação crítica e reflexiva da estatística, espera-se uma aprendizagem significativa que por ser lento e complexo, muitas vezes há a mecanização através de fórmulas sem atribuição de significados. O aluno pode percorrer os dois tipos de aprendizagem, de acordo com seus objetivos pontuais, porém importa que atribua significados psicológicos a logicidade. É essencial promover condições para visualização do conteúdo explorado em situações-problema de sua futura área profissional, buscando estratégias de solução, construindo aprendizagens significativas e configurando formas de expressão e questionamentos sobre os mesmos significados.

O interesse na Estatística e Probabilidade evidencia dificuldades, e deve-se considerar a inclusão da interdisciplinaridade. E observam que:

> Observa-se que, por meio da formação de professores, é possível conquistar novas práticas pedagógicas estruturadas em um produto educacional, contribuir com a inclusão das novas tecnologias digitais educacionais, bem como a integração de dois tópicos a serem desenvolvidos na modelagem matemática. Com isso, percebe-se que a Educação Matemática na formação docente do profissional de Matemática visa suprir um dos principais problemas de aprendizagem dos alunos, que é a resolução de problemas com suporte das tecnologias digitais (SANTIAGO *et al.,*2022).

A incorporação da tecnologia progressiva no ensino, agrega valor e possibilidades para a estatística moderna, então espera-se que mais iniciativas de uso digitais sejam realizadas, principalmente utilizando smartphones e recursos acessíveis para grande parte da população brasileira (LIRMAN; SOBRINHO, 2022).

4 Considerações Finais

Como conclusão identificou-se poucos estudos direcionados aos métodos de ensino em probabilidade e estatística para a educação superior. O método de resolução de problemas e análise exploratória de dados foi o mais destacado entre os tradicionais apresentando maior aprendizado significativo. E as tecnologias foram elencadas como favoráveis. Importa destacar a necessidade de mais estudos robustos com essa temática voltados ao ensino superior.

5 Referências

ARAÚJO, W.C.O. **Recuperação da informação em saúde: construção, modelos e estratégias.** ConCI: Conv. Ciênc. Inform; 3(2):100-134, 2020.

BRASIL. Ministério da Saúde. Secretaria de Ciência, Tecnologia, Inovação e Insumos Estratégicos em Saúde. **Diretrizes metodológicas: elaboração de revisão sistemática e meta-análise de ensaios clínicos randomizados.** Brasília: Ministério da Saúde, 2021.

DOMINGUES, M.A.F.G. *et al*. **Um estudo sobre as abordagens da teoria dos campos conceituais nas pesquisas de ensino de probabilidade e estatística no Brasil**. Revista Espacios, v.42 (15), 2021.

LIMA JÚNIOR, A.S.de; OLIVEIRA, G.F.B.de. **Revisão sistemática da literatura sobre o uso do ensino híbrido em aulas de Probabilidade e Estatística no ensino básico e superior.** Rencima, v.13, n.1, p.1-16, 2022.

LIRMAN, J.C.; SOBRINHO, P. de P.B. **Recursos digitais para o ensino-aprendizagem de estatística no ensino médio.** Caderno Intersaberes, v.11, n.34, p.120-136, 2022.

PALMEIRA JÚNIOR, E.L. **Estudo de probabilidade por meio da estratégia de aprendizagem TBL (Aprendizagem em Equipe).** 2022. 143p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, 2022. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6687&id2=171054474 Acesso em: 20 set 2023.

SANTIAGO, P.V. da S. *et al.* **Ensino de Estatística como Objeto de Pesquisa: Uma Revisão Sistemática da Literatura para o período de 2014 a 2021.** Revista Iberoamericana de Educación Matemática, n.64, p.1-16, 2022.

SOARES, J.A.R. *et al*. **Limitadores do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de probabilidade**. Revista Desafios, v.9, especial, 2022.

SOUSA, J.P de V.; BARBOSA, N.M. **Uma experimentação com metodologia ativa: sala de**

aula invertida como modelo para o ensino de probabilidade. Revmat, v. 15, p.1-23, 2020.

SOUZA, F. dos S. **Ensino de probabilidade e estatística por meio da análise exploratória de dados e resolução de problemas.** Rev. Internac.de Educação Superior, v.5, p.1-20, 2019.

UZUN, M.L.C. **O uso de uma metodologia ativa no ensino de estatística num curso tecnológico.** Revista Thema, v.16, n.2, p.256-266, 2019.

METODOLOGIAS DE ENSINO DE MATEMÁTICA QUE UTILIZAM DE PROBLEMAS COMO FERRAMENTA DIDÁTICA

Andreza Alves Bento do Rosario (Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia. andreza.rosario@estudantes.ifg.edu.br)
Aline Mota de Mesquita Assis (Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia. aline.mesquita@ifg.edu.br)

Resumo
Este artigo visa apresentar as metodologias de ensino de Matemática que utilizam problemas como ferramenta pedagógica para o desenvolvimento das suas propostas. Metodologias de ensino de Matemática que utilizam problemas visam tornar o aprendizado da Matemática mais significativo, prático e envolvente, preparando os alunos para aplicar suas habilidades matemáticas em contextos diferenciados. Elas também promovem o desenvolvimento de habilidades cognitivas essenciais, como resolução de problemas, raciocínio lógico e pensamento crítico, todas essas, dentre outras, descritas e exigidas na Base Nacional Comum Curricular. Desta forma, esta pesquisa se caracteriza como bibliográfica e procura compreender a utilização de problemas no ensino de Matemática. Conclui-se que as diferentes propostas metodológicas que utilizam problemas podem ser aplicadas da educação infantil à pós-graduação, desenvolvendo no aluno autonomia no seu conhecimento e pensamento crítico, dentre outras habilidades.

Palavras-chave: Metodologias de Ensino. Ensino de Matemática. Problemas Matemáticos.

1 Introdução

A matemática é uma disciplina que muitas vezes é percebida pelos estudantes como abstrata e distante do cotidiano, o que pode gerar desinteresse e dificuldades de aprendizagem. Diante desse contexto, metodologias de ensino que utilizam problemas têm se mostrado eficazes na promoção da aprendizagem significativa, ao possibilitar aos alunos a aplicação prática dos conceitos matemáticos em situações reais.

O ensino de matemática baseado em problemas tem ganhado destaque nas últimas décadas como uma abordagem alternativa e eficaz para o ensino dessa disciplina. Acredita-se que o uso de problemas reais ou contextualizados pode estimular o pensamento crítico, a resolução de problemas e a aplicação dos conceitos matemáticos em situações práticas, tornando o ensino mais significativo e envolvente para os alunos.

Além disso, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estimula a utilização de problemas no processo de ensino-aprendizagem nos diversos níveis de ensino, sempre estimulando seu uso relacionado a diversos contextos. Se referindo ao Ensino Fundamental, ela "(...) propõe-se a resolução de problemas envolvendo números naturais, inteiros, racionais e reais, em diferentes contextos (do cotidiano, da própria Matemática e de outras áreas do conhecimento)." (BRASIL, 2018, p. 527). Já para o Ensino Médio, a BNCC diz que

> os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos **processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas**. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados. (BRASIL, 2018, p. 530, grifos do autor)

Diante disso, faz-se necessário conhecer as principais propostas metodológicas para o ensino-aprendizagem de Matemática que utilizem problemas em seus procedimentos, pois é necessário um embasamento teórico consistente que respalde a utilização das metodologias, justificando sua adoção como prática educativa e tendo claro os procedimentos necessários para a utilização da metodologia escolhida, pois o que se percebe é a não compreensão das diferenças entre as diversas propostas metodológicas, confundindo seus procedimentos de execução.

Desta forma, este artigo busca responder à seguinte questão: Quais são as principais metodologias de ensino-aprendizagem de Matemática que utilizam problemas como recurso pedagógico? Para responder a esta questão, este trabalho busca reunir, através de uma pesquisa bibliográfica, essas metodologias a fim de fornecer distinção entre elas, pois é necessário conhecer as diferentes metodologias de ensino baseadas em problemas e seus impactos no desenvolvimento de habilidades, a fim de embasar as práticas educativas e fornecer subsídios teóricos para os professores e futuros professores de matemática, como os licenciandos do curso de Matemática da instituição.

2 O Uso de problemas nas aulas de Matemática e a BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento que estabelece os direitos e objetivos de aprendizagem essenciais que todos os estudantes devem adquirir ao longo da Educação Básica no Brasil. Ela reconhece a importância dos problemas no ensino de matemática, pois eles têm o potencial de desenvolver habilidades cognitivas, promover a compreensão conceitual e o raciocínio lógico.

A BNCC destaca a importância do uso de problemas em diversas perspectivas, iniciando com problemas próprios da Matemática (BRASIL, 2018), ou seja, com problemas que não estão diretamente relacionados com aplicações concretas do mundo real, mas que são utilizados para a construção e desenvolvimento da própria ciência e para o desenvolvimento do pensamento matemático no intelecto do aluno. Ela segue descrevendo o uso de problemas em situações para aplicação de teorias matemáticas:

> Para resolver problemas, os estudantes podem, no início, identificar os conceitos e procedimentos matemáticos necessários ou os que possam ser utilizados na chamada formulação matemática do problema. Depois disso, eles precisam aplicar esses conceitos, executar procedimentos e, ao final, compatibilizar os resultados com o problema original, comunicando a solução aos colegas por meio de argumentação consistente e linguagem adequada. (BRASIL, 2018, p. 355)

Prossegue ressaltando que há processos cognitivos diferentes que podem ser desenvolvidos com propostas metodológicas diferentes que utilizem resolução de problemas:

> No entanto, a resolução de problemas pode exigir processos cognitivos diferentes. Há problemas nos quais os estudantes deverão aplicar de imediato um conceito ou um procedimento, tendo em vista que a tarefa solicitada está explícita. Há outras situações nas quais, embora essa tarefa esteja contida no enunciado, os estudantes deverão fazer algumas adaptações antes de aplicar o conceito que foi explicitado, exigindo, portanto, maior grau de interpretação. Há, ainda, problemas cujas tarefas não estão explícitas e para as quais os estudantes deverão mobilizar seus conhecimentos e habilidades a fim de identificar conceitos e conceber um processo de resolução. Em alguns desses problemas, os estudantes precisam identificar ou construir um modelo para que possam gerar respostas adequadas. Esse processo envolve analisar os fundamentos e propriedades de modelos existentes, avaliando seu alcance e validade para o problema em foco. Essa competência específica considera esses diferentes tipos de problemas, incluindo a construção e o reconhecimento de modelos que podem ser aplicados. (BRASIL, 2018, p. 355-356)

Ressalta-se aqui, que, havendo diferentes formas de se trabalhar com problemas em aulas de matemática, há diferentes propostas metodológicas com técnicas e procedimentos distintos que visem a obtenção de objetivos distintos, cabendo ao professor a análise e escolha da melhor metodologia que propicie a aprendizagem efetiva.

A resolução de problemas desafia os alunos a aplicarem seus conhecimentos matemáticos em situações do mundo real ou situações puramente matemáticas, mas que sempre desafiando os alunos à busca por uma solução, estimulando a sua capacidade de análise, síntese e tomada de decisões. Através dessa proposta, os estudantes são incentivados a buscar diferentes estratégias, experimentar abordagens alternativas e explorar a matemática de forma mais criativa. Isso ajuda a desenvolver a capacidade de pensar de forma crítica, além de promover a autonomia e a confiança dos alunos em sua própria capacidade de resolver desafios matemáticos.

> A resolução de problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos. (LUPINACCI; BOTIN, 2004, p. 1).

Ao lidar com problemas, os alunos são convidados a aplicar seus conhecimentos matemáticos em contextos autênticos, relacionando a matemática com situações do mundo real e/ou que os motivem à resolução. Isso auxilia na compreensão dos conceitos matemáticos e na sua aplicação prática, ajudando os alunos a perceberem a relevância da matemática em suas vidas cotidianas.

A BNCC também destaca a importância do professor no processo de ensino-aprendizagem de matemática por meio de problemas. Ele é visto como um mediador que deve incentivar os estudantes a formular questões, propor desafios e orientar o desenvolvimento de estratégias de resolução. O professor também desempenha um papel fundamental ao promover discussões em sala de aula, estimulando a troca de ideias e o trabalho colaborativo entre os alunos. Isso vai de encontro com o que Vigotski (2001) defende sobre a atuação do professor em sala de aula, desempenhando o seu papel de mediador do processo de ensino-aprendizagem.

Em suma, a BNCC reconhece o valor dos problemas no ensino de matemática, destacando sua capacidade de desenvolver habilidades cognitivas, promover a compreensão conceitual e relacionar a matemática com a vida real. Os problemas são vistos como uma forma de engajar os alunos, desenvolver o pensamento crítico e promover a autonomia, enquanto o professor, além de ser o responsável por toda organização do ensino, desempenha um papel fundamental no apoio e orientação dos estudantes ao longo desse processo, desempenhando o papel de mediador.

Portanto, compreender as propostas metodológicas que utilizam problemas como recurso pedagógico é uma necessidade real do professor e futuro professor de matemática, pois existem várias propostas com esse viés e as diferenças são sutis, levando a uma confusão entre elas durante o seu planejamento e execução.

3 Metodologias que utilizam problemas

Visando conhecer as metodologias de ensino de Matemática que utilizam problemas como uma ferramenta didática, a seguir será listado e apresentado alguns fundamentos das metodologias que são as mais utilizadas por professores e mais possíveis de serem implementadas.

3.1 Resolução de Problemas

A teoria da resolução de problemas é uma abordagem fundamental no campo da educação matemática. Sua concentração é no processo pelo qual os alunos identificam, compreendem e resolvem problemas. Essa metodologia destaca a importância do desenvolvimento das habilidades de solução de problemas para a área da matemática e da vida cotidiana (LUPINACCI; BOTIN, 2004).

Polya (2006) é o autor que se destaca nessa proposta. Segundo ele, a resolução de problemas é dividida nas seguintes etapas:

1ª. Compreensão do problema: Antes de começar a resolver, é essencial a compreensão completa do problema, ou seja, identificar as informações fornecidas, os objetivos da resolução e qualquer dificuldade que se tenha.

2ª. Planejamento da solução: Após a compreensão é essencial planejar o melhor método para resolvê-lo, considerando a definição de variáveis e a formulação de hipóteses.

3ª. Execução da solução: Os alunos aplicam o método planejado para resolver o problema, realizando cálculos, manipulações ou outras estratégias.

4ª. Revisão e verificação: Após encontrar uma solução, é importante revisar e verificar se ela atende aos requisitos originais do problema. Erros podem ser identificados e corrigidos nesta etapa.

A teoria da resolução de problemas na matemática é uma abordagem essencial para o ensino-aprendizado desta disciplina. Vê-se a importância de compreender, planejar, executar e revisar o processo de solução de problemas matemáticos, pois, assim, os estudantes desenvolvem habilidades, para resolver problemas, pensar criticamente e aplicar seu conhecimento matemático em uma variedade de situações.

3.2 Modelagem Matemática

É uma abordagem educacional é voltada para a aplicação da matemática para resolver problemas do mundo real. Envolve a criação de modelos matemáticos que representam situações do mundo real e como pode-se usar esses modelos para analisar, compreender e resolver problemas complexos em diversas áreas (BICUDO; KLÜBER, 2011). Segundo Bassanezi (2002), os princípios da modelagem são:

1ª. Identificação de Problemas do Mundo Real: Inicia-se com a identificação de problemas no mundo real que se pode analisar utilizando a matemática. Esses problemas podem abranger diversas áreas, como econômia, fatores epidemiológicos, entre outros.

2ª. Construção de Modelos Matemáticos: Quando o problema está identificado, matemáticos ou pesquisadores fazem a construção de modelos matemáticos que representam essas relações com situações verdadeiras. Esses modelos variam desde sistemas de equações, representações em gráficos ou outras representações matemáticas.

3ª. Análise e Resolução: Os modelos matemáticos são analisados para obter a compreensão de uma causa específica, fazer previsões ou encontrar soluções para o problema que está sendo trabalhado. E para isso ser verídico, pode-se, também, usar técnicas mais avançadas como cálculo diferencial ou álgebra, entre outros.

4ª. Validação e Interpretação: Esses resultados são válidos após a comparação com os dados do mundo real, quando há essa possibilidade. Essa interpretação é crucial para tirar conclusões úteis e tomar decisões.

5ª. Comunicação: Os resultados devem ser comunicados de forma clara aos interessados e esses interessados podem ser desde o professor em sala de aula até a população.

Ressalta-se que existem outras perspectivas de modelagem matemática, como as de Biembegut, Almeida, Burak e Barbosa, cabendo ao professor, ciente dos objetivos que ele almeja atingir, discernir qual a proposta que mais se adequa à sua aula.

3.3 Investigação Matemática

É uma abordagem que enfatiza a investigação ativa como uma ferramenta central no ensino-aprendizado da matemática. É baseada na ideia de que não devemos dar informações prontas aos alunos, mas sim incentivá-los a explorar, investigar e descobrir de forma “dinâmica” os princípios matemáticos por conta própria (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009). Segundo os autores, alguns aspectos importantes dessa metodologia são:

1. Aprendizado Significativo: Os alunos devem construir o conhecimento de forma ativa, relacionando as novas informações com o que eles já sabem e isso se dá através da resolução de problemas e de investigações matemáticas.
2. Resolução de Problemas: Os problemas devem ser desafiadores e envolver a aplicação de conceitos matemáticos para encontrar soluções, o que conduz ao aprimoramento do raciocínio lógico.
3. Pensamento Crítico: Nesse ponto, os alunos devem questionar, analisar, justificar todo o seu trajeto e as descobertas matemáticas, o que leva ao pensamento crítico e à argumentação baseada em evidências.
4. Colaboração: Trabalhar em equipe é fundamental nesse processo. A maneira conjunta de lidar com o problema e o compartilhamento de ideias contribui para a formação intelectual e social do estudante.
5. Exploração Livre: Os alunos têm a liberdade de explorar tópicos matemáticos de seu interesse, seguindo sua curiosidade e investigando questões que os intrigam.
6. Construção de Conhecimento: A investigação matemática enfatiza a construção ativa do conhecimento. Em vez de receber informações prontas, os alunos desenvolvem uma compreensão profunda dos princípios matemáticos nos momentos que investigam e descobrem, por si mesmos, conceitos ou procedimentos matemáticos.

A Teoria de Investigação Matemática é uma abordagem educacional que coloca os alunos no centro do processo de aprendizado matemático. É utilizado problemas matemáticos como o veículo para promover a investigação ativa, a resolução de problemas, o pensamento crítico e a construção de conhecimento matemático. Ao encorajar os alunos a se tornarem investigadores ativos da matemática, essa abordagem busca criar uma compreensão profunda e significativa dos princípios matemáticos, preparando os alunos para enfrentar desafios matemáticos de forma independente e criativa.

3.4 Aprendizagem Baseada em Problemas

A Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) é classificada como uma metodologia ativa de ensino-aprendizagem, que são abordagens educacionais que englobam os alunos de maneira ativa na construção do conhecimento, diferentemente das abordagens mais comuns nas escolas que envolve uma abordagem passiva. Essa metodologia coloca os alunos no centro do processo de aprendizado para que eles possam resolver problemas do cotidiano. Moran (2015), um autor que se destaca no campo das metodologias ativas, especifica que a ABP é composta dos seguintes elementos:

1. Apresentação de um Problema: É apresentado para os alunos o problema ou um desafio que é um pouco mais complexo, de acordo com o conteúdo e série.
2. Trabalho em Grupo: O problema é trabalhado em grupos, ou seja, eles conversam entre si para discutir e analisar o problema, compartilhando os seus conhecimentos para colaborar em comunhão na solução.
3. Investigação Independente: Nesse momento os alunos precisam seguir sozinhos, para buscar informações necessárias para resolver o desafio/problema. Com isso é trabalhado a autonomia e a responsabilidade com o aprendizado.
4. Discussão e Apresentação: Após a etapa individual, os alunos voltam aos grupos para a discussão e apresentação de suas descobertas e soluções, também é importante o debate para diferentes abordagens.
5. Feedback e Avaliação Formativa: Os professores têm um papel muito importante de guiar todo o processo oferecendo orientação, feedback e avaliações. A avaliação é extremamente importante, pois o aluno se concentra no processo de aprendizado e desenvolve habilidades, além do próprio conhecimento, em vez de apenas ir direto ao produto final.
6. Aplicação do Conhecimento: Essa metodologia enfatiza a aplicação prática através da resolução de problemas, o que ajuda os alunos a saberem o que eles estão estudando e a relevância, juntamente com a utilidade do que estão aprendendo.

A Aprendizagem Baseada em Problemas é considerada uma das metodologias ativas com maior eficiência, pois envolve os alunos em uma aprendizagem significativa, promove o pensamento crítico, a colaboração, a resolução de problemas e a transferência de conhecimento para situações do mundo real (MORAN, 2015). Além disso, pode-se dizer que está alinhada com as tendências educacionais contemporâneas, que buscam promover a aprendizagem ativa e o desenvolvimento de habilidades essenciais para o nosso século e o dia a dia.

3.5 História da Matemática

A história da matemática é uma área que explora o desenvolvimento da matemática ao longo do tempo, destacando as contribuições de diferentes culturas e matemáticos. Ela é uma fonte rica de problemas matemáticos que surgiram com o desenvolvimento das teorias matemáticas.

Esses problemas históricos podem ser utilizados em sala de aula como problema introdutório de um conteúdo ou como ferramenta para os alunos compreenderem a importância de determinado conceito no tempo e no espaço (SOUSA; SANTOS, 2021). Outra forma de utilizar a história da matemática, segundo os autores, é trabalhando-a como motivação aos alunos, mostrando as dificuldades enfrentadas pelos matemáticos que descobriram e desenvolveram aquele conteúdo. Esses são exemplos, dentre outros, de como utilizar a história em sala de aula.

A história da matemática possui muitos problemas que estimularam o desenvolvimento de teorias matemáticas muito importantes e essenciais, os quais oferecem um grande valor para ensinar matemática de uma forma mais contextualizada, mostrando como algumas teorias e teoremas matemáticos surgiram da necessidade de resolver atividades práticas e complexas ao longo da história.

4 Considerações Finais

Trabalhar com problemas em sala de aula de matemática é possuir um arsenal de propostas metodológicas a serem utilizadas. Ao professor cabe a função de pensar no ensino a partir do conteúdo a ser ensinado e, assim, escolher a melhor metodologia que enquadre em seus objetivos.

O objetivo desse texto foi de apresentar algumas possibilidades existentes para utilizar problemas em sala de aula, levantando uma gama de metodologias que os utilizam das mais diversificadas maneiras, com o intuito de despertar no leitor o interesse em aprofundar seus conhecimentos nessas propostas.

Ressalta-se que esse texto é fruto de uma pesquisa que está em fase inicial de desenvolvimento e que ainda há muito a ser feito no aprofundamento dessas propostas metodológicas, destacando suas interseções e contradições. Entretanto, mesmo estando nesse início de pesquisa, vê-se a importância e necessidade de pesquisas nesse campo, visto que a habilidade de resolver problemas, seja ele em que área for, está sendo cada vez mais requisitadas dos alunos, independentemente do nível de ensino em que ele se encontra.

Portanto, as propostas aqui apresentadas podem ser aplicadas desde a educação infantil até à pós-graduação, sendo necessário, apenas, a adequação das metodologias ao nível de ensino e ao conteúdo a ser trabalhado.

5 Agradecimentos

Agradecemos ao IFG pela bolsa de pesquisa concedida através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC).

6 Referências

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática São Paulo: Contexto**, 2002.

BICUDO, M. A. V.; KLÜBER, T. E. **Pesquisa em Modelagem Matemática no Brasil: a caminho de uma metacompreensão.** Cadernos de Pesquisa, v. 41, n. 144, p. 904–927, set. 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

LUPINACCI, M. L. V.; BOTIN, M. L. M. Resolução de problemas no ensino de matemática. **Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**, Recife, p. 1–5, 2004.

MORAN, J. Mudando a educação com metodologias ativas. In: **Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania:** aproximações jovens. Coleção Mídias Contemporâneas. Vol. II, Carlos Alberto de Souza e Ofelia Elisa Torres Morales (orgs.). PG: Foca Foto-ROEX/UEPG, 2015. Disponível em: <http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2013/12/mudando_moran.pdf>. Acesso em: 13 jun. 2023.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação Matemática na Sala de Aula.**2ª.Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.160p.

SOUSA, J. de; DOS SANTOS, A. N. A história da matemática como instrumento de ensino e aprendizagem na educação básica. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, *[S. l.]*, v. 7, n. 20, p. 451–458, 2021. DOI: 10.30938/bocehm.v7i20.2832.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento c da linguagem**. Tradução Paulo Bezerra. - São Paulo: Martins Fontes, 2001.

METODOLOGIAS ATIVAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA PERSPECTIVA POSSÍVEL

Lucas Oliveira Silva (Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia. lucasreal2020@gmail.com)
Aline Mota de Mesquita Assis (Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia. aline.mesquita@ifg.edu.br)

Resumo
Este artigo apresenta os resultados de uma pesquisa bibliográfica que investigou o uso de metodologias ativas no ensino de matemática. O objetivo principal foi compreender os fundamentos das metodologias ativas e destacar metodologias possíveis de aplicação em aulas de matemática. A pesquisa revelou que as metodologias ativas são abordagens pedagógicas que enfatizam a participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem. Elas incluem estratégias como aprendizagem baseada em problemas, sala de aula invertida, gamificação, entre outras. A revisão da literatura demonstrou que essas abordagens têm o potencial de melhorar a compreensão dos conceitos matemáticos, promover o pensamento crítico e aumentar o engajamento dos estudantes. A pesquisa também destaca a importância de adaptar essas abordagens ao contexto específico da sala de aula e de fornecer suporte adequado aos professores que desejam incorporá-las em suas práticas pedagógicas. Assim sendo, este estudo enfatiza a relevância das metodologias ativas como uma ferramenta eficaz para o ensino de matemática, promovendo uma abordagem mais participativa e significativa para o aprendizado dos alunos.

Palavras-chave: Metodologias Ativas. Ensino de Matemática. Aluno Ativo.

1 Introdução

O ensino de Matemática tem sido tradicionalmente marcado por uma abordagem centrada no professor, com ênfase na transmissão de conhecimentos e resolução de exercícios de forma passiva por parte dos estudantes. No entanto, essa abordagem pode resultar em desinteresse, falta de motivação e dificuldades de aprendizagem dos alunos. Tal fato se confirma ao perceber as diretrizes elencadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) indicando o desenvolvimento de habilidades como protagonismo, autonomia, consciência crítica e responsabilidade por parte dos alunos (BRASIL, 2018).

Essas e outras habilidades elencadas na BNCC vão ao encontro às habilidades que o aluno pode desenvolver ao ter contato com metodologias de ensino denominadas de ativas, que são abordagens pedagógicas que visam promover a participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem. Nesse contexto, as metodologias ativas surgem como alternativas pedagógicas promissoras, capazes de envolver os estudantes de forma mais efetiva, proporcionando uma aprendizagem significativa (MORAN, 2015).

Diante disso, faz-se necessário compreender melhor essa proposta de metodologias de ensino e como se estruturam as abordagens que assim são caracterizadas. Visando, então, essa compreensão, esta pesquisa buscará responder à seguinte questão norteadora: Quais são os fundamentos gerais das Metodologias Ativas e quais são aquelas mais possíveis de utilização nas salas de aula de Matemática? Para responder a esta pergunta, este artigo recorre à pesquisa bibliográfica qualitativa, analisando as bases dessa teoria e levantando algumas metodologias que poderão ser aplicadas no processo de ensino-aprendizagem de Matemática.

Salienta-se que existem várias metodologias que são caracterizadas como ativas, entretanto, o foco deste trabalho é apresentar aquelas que têm mais semelhanças com o modo de pensar e fazer Matemática, pois acredita-se que o objetivo primordial de qualquer metodologia de ensino deve ser a formação e o desenvolvimento desse modo de pensar e de fazer a Matemática por parte do aluno.

2 O que são as Metodologias Ativas

As metodologias ativas de aprendizagem são abordagens pedagógicas que envolvem os alunos de forma ativa e colaborativa em seu próprio processo de aprendizagem (MORAN, 2015). Elas vão além da tradicional transmissão de conhecimento, incentivando os estudantes a serem protagonistas na construção do conhecimento, colocando-os no centro do processo de aprendizagem (ALMEIDA, 2018). Os estudantes são incentivados a explorar, questionar, pesquisar, colaborar e construir conhecimento de forma ativa. O professor atua como um facilitador/mediador e guia nesse processo (MORAN, 2015).

As metodologias ativas promovem a colaboração entre os alunos. Eles trabalham em grupos, discutem ideias, compartilham conhecimentos e aprendem uns com os outros. Isso ajuda a desenvolver habilidades sociais e de trabalho em equipe (ALMEIDA, 2018). Essas habilidades são defendidas pela BNCC quando ela fala das competências gerais da educação básica elencada nos itens 8 a 10, como descritos a seguir.

> 8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas. 9. Exercitar a empatia, o diálogo, a

> resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza. 10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. (BRASIL, 2018, p. 10)

Outras habilidades que podem ser desenvolvidas pelas metodologias ativas e que a BNCC estabelece para ser desenvolvida, são aquelas essenciais para o século XXI, como pensamento crítico, resolução de problemas, comunicação eficaz, colaboração, criatividade e habilidades digitais (ALMEIDA, 2018; MORAN, 2015). As tecnologias digitais podem desempenhar um papel importante nas metodologias ativas, fornecendo recursos e ferramentas para apoiar a aprendizagem. Isso inclui o uso de plataformas de aprendizagem online, aplicativos educacionais, recursos multimídia, entre outros, e a BNCC defende o uso de tais tecnologias quando afirma que o aluno deve ser capaz de

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 9)

É importante ressaltar que a implementação das metodologias ativas requer planejamento, preparação e apoio contínuo por parte dos professores. Além disso, é fundamental considerar o currículo, os objetivos de aprendizagem e as características dos alunos ao escolher e adaptar as metodologias ativas.

São várias as metodologias que se enquadram como ativas, dentre elas temos: Aprendizagem Baseada em Problemas, Aprendizagem Baseada em Projetos, Sala de Aula Invertida, Ensino Híbrido, Aprendizado entre Pares, Gamificação, Cultura Maker, Rotação por Estação, dentre outras (SARAIVA EDUCAÇÃO, 2022).

Ressalta-se que essas não são as únicas, outras metodologias também podem se enquadrar como ativas desde que cumpra a proposta do aluno ser ativo no processo de ensino-aprendizagem, tendo o professor como um mediador desse processo.

Assim, faz-se necessário conhecer e compreender as metodologias ativas e suas diferentes propostas pedagógicas. Por isso, apresenta-se, a seguir, algumas dessas propostas metodológicas que podem ser utilizadas no processo de ensino-aprendizagem de Matemática.

2.1 Sala de aula Invertida

A sala de aula invertida é uma metodologia em que, como o próprio nome já diz, inverte-se a ordem do ensino tradicional, a sala de aula torna-se um lugar para a prática do conteúdo que deve ser estudado antecipadamente. Segundo Moran (2015), com essa metodologia, "se aproveita a tecnologia para transformar as práticas de ensino, antes mesmo de o aluno pisar na sala de aula".

Nesta proposta, os conteúdos são disponibilizados aos alunos antes da aula acontecer através de recursos tecnológicos. Assim, os alunos conseguem se preparar com a teoria para a execução dos momentos em sala de aula com o professor, desenvolvendo a sua autonomia. Aqui, a tecnologia assume o papel de recurso auxiliar do processo de ensino-aprendizagem, cabendo ao professor o papel de guia, de orientador, sendo necessário que ele desenvolva uma boa organização do ensino para que o aluno consiga trilhar o caminho dentro e fora da sala de aula. Desta forma, o estudante pode experimentar o protagonismo que não lhe é possibilitado em uma sala de aula convencional.

2.2 Aprendizagem Baseada em Problemas

Na Aprendizagem Baseada em Problemas é apresentado aos estudantes problemas reais em que se faz necessário a contribuição de todos. Nessa abordagem a disciplina é forte aliada no que tange a mostrar que a matemática não é decorar fórmulas e repetir padrões, é necessário compreender os conceitos para resolver problemas reais, nesse ponto é nítido sua importância, pois nela a matemática transcende o limite da sala de aula, apresentando-se como ciência útil e real para questões importantes do cotidiano da sociedade.

A aprendizagem baseada em problemas aproxima o estudo de uma situação possível e existente, representa a matemática como ferramenta de linguagem para a resolução de problemas, que podem ser triviais ou complexos, mas que são enxergados como real e existente, assim é possível apresentar a matemática como ciência próxima da sociedade e do estudante, permitindo relacionar as noções lógicas de aprendizagem de forma bem aparente (MORAN, 2019).

Segundo o autor, a criatividade é a chave para a construção deste modelo pedagógico, as formas distintas de resolver um mesmo problema é ponto crucial para formar o pensamento crítico dos participantes. Além disso, outro aspecto importantíssimo é a contribuição individual dos envolvidos para a solução da questão, não se trata apenas entender o conteúdo, mostra-se que os problemas reais podem ser resolvidos mais facilmente com a contribuição de todos e que cada um pode, de sua maneira, contribuir. Outro ponto especial é que quem tem certo domínio de um aspecto sempre é questionado por outro membro do grupo, o que, comprovadamente, resulta em benefícios tanto para o aluno que pergunta (atiçando a curiosidade) tanto ao que responde (replica o que aprendeu).

2.3 Gamificação

A gamificação é a utilização de jogos digitais, também chamados de games, ou aspectos desses jogos, como suporte ao processo de ensino-aprendizagem, dessa forma é possível conciliar a matéria com diversão. Com essa metodologia, retira-se a abstração inicial e a utilização da tecnologia surge no intuito de fortalecer o vínculo e fomentar a capacidade de resolver problemas, visto que quando o estudante, mesmo em sala de aula, se vê perante algo do seu convívio, no caso, o jogo que ele joga fora da escola, ele não sente dificuldades em explicar conceitos e ainda explica, de forma descontraída, os seus métodos ao professor, fato que conduz a um melhor entendimento do conteúdo científico por parte dos colegas que o ouve (MORAN, 2015).

Assim é possível gerar empatia e atiçar a curiosidade, afinal a matemática está presente em locais diversos, através dos games, realidade virtual, e tecnologias novas. A simples pergunta “Será que isso é matemática?” apresenta uma questão importante e diferente e provoca estímulos e sensações que, somadas a todo processo, mostra o lado divertido de uma ciência que é antes de tudo humana.

2.4 Rotação por Estações

A rotação de estações é uma metodologia ativa de ensino que envolve a divisão dos alunos em grupos que se alternam entre diferentes estações de aprendizagem. Cada estação aborda um tópico ou atividade específica, promovendo a participação ativa dos alunos e a exploração de diversos métodos de ensino, como pesquisa, discussão em grupo, resolução de problemas e uso de tecnologias. Essa abordagem incentiva a autonomia, a colaboração e a individualização do aprendizado, permitindo que os estudantes adquiram habilidades e conhecimentos de maneira mais envolvente e personalizada (MORAN, 2019).

Ela é amplamente utilizada para aumentar o engajamento dos alunos e melhorar a compreensão dos conteúdos. Nesse aspecto cabe salientar que a utilização de estratégias alternativas na educação, promove o fortalecimento do aspecto social, há ganhos não somente na aprendizagem, mas também na maturação do senso coletivo, fortalecendo os aspectos cognitivos, gerando, assim, abordagens lúdicas e que exploram a criação de vínculo social e cultural.

2.5 Aprendizagem Baseada em Projetos

A Aprendizagem Baseada em Projetos é uma abordagem que promove o engajamento dos alunos, a compreensão profunda do conteúdo e o desenvolvimento de habilidades relevantes para a vida real, como pensamento crítico, resolução de problemas, comunicação e colaboração. Auxilia a tornar a aprendizagem mais significativa, pois os alunos veem a aplicação direta do que estão aprendendo em situações do mundo real, de maneira interdisciplinar (MORAN, 2019).

Ao fim do projeto, os alunos geralmente apresentam suas descobertas, soluções ou produtos para seus colegas de classe, professores ou mesmo para um público externo. Isso ajuda a consolidar o aprendizado e a desenvolver habilidades de comunicação. É importante esclarecer que o professor, assume o papel de orientador, mas não de figura principal, ele auxilia oferecendo suporte na organização do projeto, mas jamais interfere na resolução do problema, para que os estudantes possam evoluir o senso crítico de forma individual e coletiva.

3 Considerações Finais

Mediante as propostas metodológicas descritas neste artigo, pode-se destacar a importância de compreender os fundamentos das metodologias ativas e reconhecer seu potencial transformador no contexto do ensino de matemática. Cada uma das abordagens discutidas, sala de aula invertida, aprendizagem baseada em problemas, gamificação, rotação por estações e aprendizagem baseada em projetos, traz consigo características únicas que podem enriquecer o processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

A sala de aula invertida permite que os alunos acessem conteúdos previamente, promovendo discussões e resolução de problemas em sala, tornando o aprendizado mais ativo e colaborativo. A aprendizagem baseada em problemas desafia os estudantes a aplicar seus conhecimentos matemáticos na resolução de situações do mundo real, incentivando a busca pelo entendimento profundo.

A gamificação pode tornar o aprendizado de Matemática envolvente e motivador, através do uso de jogos ou elementos de jogos. A rotação por estações possibilita a personalização da aprendizagem, atendendo às diferentes necessidades dos alunos. Por fim, a aprendizagem baseada em projetos permite que os estudantes apliquem seus conhecimentos em projetos significativos, promovendo a construção de habilidades essenciais, como pensamento crítico e resolução de problemas.

Percebe-se que as metodologias ativas aplicadas no ensino de matemática, não se limita apenas em trazer benefícios no sentido de conteúdo e matéria, expande-se no sentido interdisciplinar, amplia-se no sentido humano do indivíduo, por exemplo, senso crítico, trabalho social, resolução de problemas da comunidade, fortalecimento do vínculo afetivo e afins.

Em conjunto, essas metodologias ativas representam um arsenal valioso para os professores de Matemática. No entanto, é crucial lembrar que a escolha da metodologia deve ser feita com base nos objetivos de ensino, nas características dos alunos e no contexto da sala de aula. Além disso, a formação contínua dos professores é fundamental para a implementação eficaz dessas abordagens. Em última análise, ao adotar metodologias ativas, os educadores podem proporcionar experiências de aprendizagem mais significativas e preparar os alunos para enfrentar os desafios do século XXI.

4 Referências

ALMEIDA, M.E.B. Apresentação. In: BACICH, L; MORAN, J. (org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora:** uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

MORAN, J. Mudando a educação com metodologias ativas. In: **Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania:** aproximações jovens. Coleção Mídias Contemporâneas. Vol. II, Carlos Alberto de Souza e Ofelia Elisa Torres Morales (orgs.). PG: Foca Foto-ROEX/UEPG, 2015. Disponível em: <http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2013/12/mudando_moran.pdf>. Acesso em: 13 jun. 2023.

MORAN, J. **Metodologias ativas de bolso**: como os alunos podem aprender de forma ativa, simplificada e profunda. São Paulo: Editora do Brasil, 2019.

SARAIVA EDUCAÇÃO. **Guia completo para a aplicação de metodologias ativas no ensino superior.** 24 de outubro de 2022. Disponível em: <https://blog.saraivaeducacao.com.br/metodologias-ativas-no-ensino-superior/#tipos>. Acesso em: 13 jun. 2023.

VIDA E OBRA DE SOPHIE-MARIE GERMAIN: AS CONTRIBUIÇÕES DE UMA MULHER MATEMÁTICA PARA A TEORIA DOS NÚMEROS

Patrícia da Silva Costa (Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia. patricia.costa@academico.ifg.edu.br)
Aline Mota de Mesquita Assis (Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia. aline.mesquita@ifg.edu.br)

Resumo

Este texto visa apresentar uma biografia de Sophie-Marie Germain e seus feitos para a área de Teoria dos Números. Ela foi uma matemática mulher que sofreu com o machismo de sua época, que achava que mulheres não poderiam estudar ciências exatas. Com um olhar contextualizado para a vida de Germain, busca-se compreender sua história imersa nas histórias social e cultural que permeiam os acontecimentos de seu tempo, objetivando entender melhor as contradições por ela vivida. Sophie foi, sem dúvida, uma mulher que lutou por seu sonho de estudar matemática e se tornar uma pesquisadora da área, mas que foi impedida por questões culturais de tempo. Sua obra foi muitas vezes não reconhecida pelo simples fato de ser mulher e, mesmo hoje, seu desconhecimento ainda vigora no meio acadêmico e científico, sendo assim, espera-se, com este artigo, torná-la conhecida.

Palavras-chave: Sophie Germain. História da Matemática;. Matemática Mulher.

1 Introdução

Trata-se de uma pesquisa bibliográfica de cunho qualitativo que visa compreender quem foi Sophie-Marie Germain e quais as suas contribuições para a Teoria dos Números. Aqui, apresentaremos os dados obtidos nessa pesquisa, com o intuito de levar ao conhecimento do leitor a existência e notoriedade desta matemática mulher, que não mediu esforços para atingir o seu sonho de estudar Matemática.

Sophie Germain foi uma francesa que, desde criança, foi despertada para os estudos, apesar de ter vivido em uma época de discriminação às mulheres diante das ciências, conforme descreve Santos (2020, n.p.):

> Sabe-se que o século em que a matemática [Sophie Germain] viveu foi marcado por uma sociedade extremamente patriarcal, em que a mulher era tida como inferior e ocupava lugares sociais estereotipados, tais como dona de casa, cuidadora, entre

> outros. O âmbito acadêmico era reservado aos homens brancos com poder aquisitivo, os quais podiam frequentar livremente os espaços dedicados aos estudos avançados.

Em seu primeiro contato com a Matemática, Germain se encantou com a história trágica de Arquimedes, morto em um ataque à sua cidade (EVES, 2011) e decidiu se dedicar a essa ciência. E, mesmo em meio aos conflitos culturais da época, ela não se interessou apenas pela Matemática, mas também pela Psicologia e aprendeu Latim para compreender os estudos de Euler e Newton (FERNANDEZ, 2021), deixando obras pelos campos da Teoria dos Números, Elasticidade, Geometria Diferencial e Filosofia.

Pode-se dizer que a palavra superação descreve bem a vida de Germain, cabendo, assim, um estudo mais aprofundado em suas lutas e feitos com o intuito de conhecer sua obra e fazê-la memorável. Desta forma, cabe a este artigo responder à seguinte questão: como se constitui a obra de Sophie Germain mediante o movimento histórico de sua vida? Para tanto, objetiva-se realizar um estudo da vida e da obra de Sophie-Marie Germain, destacando sua luta, enquanto mulher, para ter a possibilidade de fazer o que sonhava, estudar matemática. Especificamente objetiva-se apresentar informações sobre a vida de Sophie Germain, evidenciando a sua importância como cientista e salientando sua relevância enquanto matemática mulher, bem como levantar e analisar a obra de Germain, focando em suas contribuições para a Teoria dos Números.

2 Quem foi Sophie-Marie Germain

Sophie Germain foi uma parisiense nascida em 1 de abril de 1776. Nada convencional para as mulheres da época, ela viria a se tornar uma mulher pesquisadora, matemática, filósofa e física, contrariando os limites que a sociedade francesa designava para o sexo feminino.

Seu pai, Ambroise-François Germain (1726 – 1821), foi um rico comerciante de seda e, mais adiante, foi eleito deputado do Terceiro Estado (grupo dos proletariados) à Assembleia Nacional no período de 14 de maio de 1789 a 30 de setembro de 1791, para representar o povo que estava descontente com a situação econômica, visto que a monarquia levava uma vida luxuosa enquanto essa classe sofria com a fome e o desemprego. Esse cenário de conflitos na França se deu com o reinado de Luís XVI, que assumiu um país já fracassado economicamente por consequência do reinado anterior (Antigo Regime) que desencadeou o descontentamento do povo plebeu devido ao sistema tributário injusto.

Monsieur Germain teve três filhas com sua esposa Marie-Madeleine Gruguelu: Marie-Sophie Germain era irmã do meio, Marie-Madeleine, a mais velha, e Angélique-Ambroise, a mais nova. A família mantinha uma vida confortável financeiramente como membros da classe burguesa. Sophie dedicou sua vida inteiramente aos estudos, nunca se casou, permaneceu dependente financeiramente de seu pai durante toda sua vida.

Mademoiselle Germain cresceu num cenário onde a França passava pelo declínio do Antigo Regime e quando ela tinha treze anos eclodiu a Revolução Francesa. Aconteceu o evento trágico de guerras sangrentas e massacres com a invasão de furiosos à Bastilha onde até o governador da prisão foi preso e decapitado e o início da Revolução Francesa se desencadeou com a tomada da Bastilha.

É possível imaginar a angústia da família diante dessas revoluções, visto que a residência de Sophie era localizada na *rue St Denis*, geograficamente o epicentro das revoltas brutais. Diante de todos os acontecimentos, Sophie Germain se refugiou, encontrando consolo frente ao caos da Revolução, na biblioteca de seu pai, onde começou a ter contato com estudos matemáticos, como nos relata Musielak (2020):

> O ano de 1789 foi fundamental para Sophie Germain, Hipólito Stupuy escreveu na primeira biografia de Germain que, quando a revolução explodiu, Sophie encontrou refúgio na biblioteca de seu pai. Não é difícil imaginá-la como uma adolescente sensível, encontrando consolo em seus estudos, mergulhando em livros para construir um escudo protetor contra o caos do lado de fora de sua janela. O despertar do interesse de Sophie pela matemática é atribuído ao seu encontro com Arquimedes enquanto lia a história da matemática no livro de Montucla. Jean Étienne Montucla foi um historiador francês da matemática que escreveu um trabalho interessante sobre a história da quadratura do círculo, um problema bem conhecido proposto por geômetras antigos. (MUSIELAK, 2020, p.7, tradução nossa)

Claro que inicialmente sua família não viria a apoiá-la nessa jornada de estudos e Sophie teria que enfrentar obstáculos dentro de casa para conseguir estudar, como relata Bucciarelle e Dworsky (1980, p. 10, tradução nossa):

> Certamente Sophie Germain abordou os estudos matemáticos com paixão e devoção sem limites. G. Libri relata em um obituário como ela superou todos os obstáculos com os quais sua família primeiro tentou impedir um gosto tão extraordinário por sua idade, não menos que por seu sexo, levantando-se à noite em um quarto tão frio que, muitas vezes, a tinta, em seu bom funcionamento, congelava, envolta em cobertas e

> com a luz de uma lâmpada, mesmo quando para forçá-la a descansar, seus pais apagavam o fogo e tiravam suas roupas e velas do quarto.

Sophie Germain teve uma trajetória de muitas contribuições e superação no âmbito matemático e, sendo ela persistente na sua vida intelectual, nunca desistiu de suas investigações e pesquisas. Trabalhou em suas análises até sua morte, ocorrida em 27 de junho de 1831, provocada por câncer de mama, deixando um trabalho inacabado.

3 A *École Polytechnique* e Sophie Germain como *Leblanc*

O Reinado de Terror da Revolução Francesa (1792 – 1794) liderado por jacobinos, um grupo de revolucionários burgueses, foi marcado por perseguições políticas e religiosas, guerras civis e execuções na guilhotina. Em 1794, com o fim desse reinado, foi necessário realizar a reestruturação do governo, então estabeleceu em Paris a *École Polytechnique*, pois se via a necessidade de formar engenheiros, tanto civis como militares para a restauração do país. A Universidade foi aberta apenas às pessoas do sexo masculino, as mulheres estavam completamente proibidas de frequentar a École. Sophie tinha 18 anos quando a *École Polytechnique* foi aberta, exatamente a idade recomendada para o ingresso na Universidade, no entanto o fato dela ser mulher a impediria de frequentá-la. A *École* contava com professores reconhecidos e fundamentais na História da Matemática, e outras áreas, tais como Joseph Louis Lagrange (1736 - 1813)[1], o professor fundador de análise, e Gaspard Riche de Prony (1755 – 1839)[2] de mecânica.

Sophie Germain sabendo das limitações que lhe foram impostas para ingressar na *École*, buscou uma alternativa para conseguir a oportunidade de aprimorar seus estudos se inscrevendo na turma do primeiro ano usando o nome de LeBlanc. Bucciarelle e Dworsky (1980) retrata que Antoine-August LeBlanc era um ano mais velho que Sophie Germain, dezenove anos, havia crescido em Paris e morreu ainda jovem com vinte e dois anos, mas que é desconhecido como

---

[1] Joseph-Louis Lagrange nasceu na Itália em 1736-1813, geralmente considerado um matemático francês que se destacou em todos os campos da análise e teoria dos números e mecânica analítica e celeste. (O'CONNOR; ROBERTSON, 1999)

[2] Gaspard de Prony nasceu na França em 1755-1839, foi um matemático e engenheiro francês, seguido de suas contribuições envolvendo geometria com a produção de tabelas logarítmicas e trigonométricas para o Cadastro, produzindo uma série de textos sobre física matemática, sem contar com uma das suas invenções científicas mais importantes que foi o 'freio de Prony'. (O'CONNOR; ROBERTSON, 1997)

Sophie o conheceu. Lagrange descobriu seu verdadeiro nome após as respostas de LeBlanc à sua palestra, conforme relata Musielak (2020). A primeira palestra que Lagrange deu na *École* foi no domingo, 24 de maio de 1795, mas suas notas de aula só foram publicadas depois de 1798.

Bucciarelle e Dworsky (1980) nos relata como se deu a descoberta da identidade de Sophie:

> Quando ela [Germain] respondeu às suas palestras sob o nome de LeBlanc, Lagrange, impressionado com seu trabalho, soube, então, o verdadeiro nome de seu autor e foi até ela para expressar seu espanto nos termos mais lisonjeiros. Não é registrado como exatamente Lagrange descobriu sua identidade, assim como a resposta de Sophie Germain ou de sua família à descoberta dele. Fica-se tentado a evocar cenas de um professor impressionado procurando um aluno brilhante. (BUCCIARELE; DWORSKY, 1980, p.11, tradução nossa)

A descoberta de sua identidade possibilitou que Sophie pudesse trocar correspondências com grandes nomes da matemática como Lagrange, Legendre (1752 –1833)[3], Gauss (1777 – 1855)[4], Poisson (1781 – 1840)[5], entre outros, alguns tinham total admiração por seu esforço e sentiam entusiasmo em colaborar com seus estudos. Segundo Bucciarelle e Dworsky (1980), *Mademoiselle* Germain não precisou esperar muito para ver cientistas de mérito superior chegando até ela, suas conversas forneceram alimento para sua mente. Mas nem todos a trataram com devido respeito, até mesmo por ser uma mulher jovem e que se interessara pelo caminho de exatas, pois era vista como inferior. Um exemplo foi da visita de Lalande (1732 – 1807)[6] a Sophie, que resultou em descontentamento por parte dela. Como O'Connor e Robertson (2020) mostra:

---

[3] Adrian-Marie Legendre nasceu na França no ano de 1752 e teve seu falecimento em 1833, foi um matemático francês que fez importantes contribuições nos ramos da estatística, teoria dos números, álgebra abstrata e análise matemática. (MARINHO, 2014)

[4] Carl Friedrich Gauss nasceu na Alemanha (1777 – 1855), foi um matemático alemão conhecido popularmente como o ''príncipe dos matemáticos'', foi uma referência incontornável na matemática, na geometria, na física e na astronomia, entre suas maiores conquistas acadêmicas está a invenção do telégrafo. (FUKS, 2020)

[5] Siméon-Denis Poisson nasceu na França (1781 – 1840), foi um engenheiro e matemático francês, famoso por suas equações, publicou trabalhos (1812) que ajudaram a eletricidade e o magnetismo tornarem-se um ramo da física matemática, contribuindo assim para as teorias da eletricidade e do magnetismo e estudou também o movimento da lua. (SÓ MATEMÁTICA, 1998)

[6] Jérôme Lalande nasceu na França em 1732-1807, suas contribuições para o desenvolvimento das ciências matemáticas foram fartas, trazendo assim o título de astrônomo francês que fez importantes medições do Sistema Solar. (O'CONNOR; ROBERTSON, 2003)

> Nem todos a tratavam com o respeito que ela achava que merecia. Um caso foi Jérôme Lalande que visitou Germain em 1797. Ela começou a falar com ele sobre o Laplace *Exposition du système du monde* que só havia sido publicado no ano anterior. Lalande disse a ela que ela não deveria ler tais obras, mas sim a segunda edição de seu livro *Astronomia des dames* (1795). Esta "astronomia para senhoras" não contém uma única equação matemática e Germain sentiu-se insultada por sua sugestão. Lalande enviou-lhe uma carta de desculpas em 4 de novembro de 1797, mas ela nunca o perdoou. (O'CONOR; ROBERTSON, 2020, n.p.)

Nessa época a sociedade francesa já contava com o poder de Napoleão Bonaparte, que, com o golpe de estado, em 9 de novembro de 1799, conseguiu derrubar o Governo e tornar-se Cônsul da República Francesa e posteriormente Imperador. Napoleão tinha um interesse próprio pela ciência, em uma reunião da primeira classe matriculada, ele reorganizou o Instituto da França em 30 de janeiro de 1803, que logo se tornou a Universidade Politécnica. Napoleão foi também um matemático científico, o que revela seu envolvimento com os avanços científicos da sua época e de grande contribuição para o desenvolvimento do país. A Primeira Classe foi dividida em seis seções segundo Musielak (2020, p. 31, tradução nossa):

> (...) geometria, mecânica, astronomia, geografia e navegação, física geral e química. Lagrange, Laplace e Legendre estavam entre os membros da seção de geometria. O próprio Bonaparte era membro da seção de mecânica junto com Monge e de Prony.

Diante dos costumes da sociedade da época, é possível imaginarmos o porquê Sophie Germain havia adotado o nome de LeBlanc para manter correspondências com os matemáticos a respeito de suas pesquisas. Musielak (2020) nos relata uma fala de Napoleão Bonaparte sobre seu ponto de vista acerca das mulheres:

> O que pedimos da educação não é que as meninas pensem, mas que acreditem… Eu quero o lugar para produzir, não mulheres de charme, mas mulheres de virtude: elas devem ser atraentes porque têm princípios elevados e corações calorosos, não porque são espirituosas ou divertidas… Mas o principal é mantê-los todos ocupados, durante três quartos do ano, trabalhando com as mãos. Devem aprender a fazer meias, camisas e bordados, e fazer todo tipo de trabalho feminino. (BONAPARTE, Correspondência, 15, n.12585, 1807, apud MUSIELAK 2020, p. 33, tradução nossa)

No entanto, Sophie Germain, mesmo tendo que adotar um nome falso, não mediu esforços para ir em busca de conhecimentos, visto que sua paixão pelos estudos a impulsionou a lutar pelos seus interesses intelectuais.

4 Caminho do Reconhecimento

Com os avanços matemáticos na França, Pierre-Simon Laplace (1749 – 1827)[7] apresentou os experimentos de Ernest F. Chladni (1774-1827)[8] sobre a vibração de placas a Bonaparte, o que ele achou extraordinário para o avanço da física e análise. Então, em 1809, houve a ideia de fazer uma premiação de 3.000 francos para quem desenvolvesse uma teoria sobre a análise de superfícies elásticas. E o prêmio foi ganho por Sophie Germain em 1816, mas não foi ganho facilmente, a premiação foi adiada duas vezes até que as análises de Sophie foram reavaliadas várias vezes por Legendre através de correspondências, pois, considerando também que Sophie era autodidata em seus estudos, ela possuía certa limitação para desenvolver suas pesquisas.

Mademoiselle Germain também teve contribuição na área de Teoria dos Números. Ela trocou correspondências com Legendre sobre questões e problemas a respeito dos seus estudos após a publicação do livro dele intitulado *Essai sur la Théorie des nombres*. Sophie dedicou-se com entusiasmo em suas pesquisas nessa área. Em 1801 ela conheceu a obra de Gauss *Disquisitiones Arithmeticae,* impressionada com a originalidade do trabalho, ela desenvolveu uma completa compreensão dos métodos que nela apareciam.

Germain também trocou correspondências com Gauss sobre seus estudos feitos a partir da *Disquisitiones Arithmeticae*, inicialmente usando o nome de LeBlanc. A identidade de Sophie foi revelada a Gauss quando houve a ocupação francesa em Braunschweing, Sophie se lembrando de Arquimedes, solicitou a um amigo general francês que cuidasse da segurança de Gauss. Gauss não conhecia nenhuma Sophie Germain, o que o fez ficar sem entender o que havia acontecido, mas ficou grato pela preocupação. Quando o general comunicou tal fato a Sophie, ela tratou de enviar rapidamente uma explicação a Gauss. O que o deixou ainda mais lisonjeado por saber quem estava por trás de tanto conhecimento e capacidade intelectual. Ele não só a incentivou a continuar os estudos, como também contribuiu para que eles fossem

---

[7] Pierre-Simon Laplace nasceu na França em 1749-1827, foi um matemático, astrônomo e físico francês que reuniu os trabalhos de vários cientistas sobre as consequências da gravitação universal, conhecido como "Tratado de Mecânica Celeste", contribuindo assim para a organização da astronomia matemática. (FRAZÃO, 2022)

[8] Ernst Florenz Friedrich Chladni nasceu em 1756 na Alemanha, e faleceu em 1827 na Polônia, foi um físico e músico alemão. Investigou a vibração de placas e o cálculo da velocidade do som para diferentes gases. É atualmente denominado o "pai da acústica". (JENNY, 2013)

enriquecidos. Sophie e Gauss tiveram várias outras trocas de resultados de informações acerca dos estudos de Sophie.

A grande admiração mútua entre Sophie Germain e Gauss é mostrada quando Sophie, pouco antes de morrer, encaminhou uma última carta a Gauss, como relata Musielak (2020). Sua carta para Gauss, em 1829, seria a última, nela Germain agradeceu-lhe por enviar-lhe as memórias sobre resíduos biquadráticos, e ela lamentou por "ter sido privada da correspondência acadêmica" (MUSIELAK, 2020, p. 191) que ela tanto estimava.

6 Contribuições de Germain para a Teoria dos Números

Sophie deixou muitas contribuições na área de matemática, física e filosofia, se destacando nos seus feitos em Teoria da Elasticidade e Teoria dos Números. No ano de 1818, quando Germain ganhou o prêmio por ter desenvolvido a Teoria da Elasticidade, a Academia de Ciências anunciava o Último Teorema de Fermat, como um concurso do ano.

O Teorema anunciado foi enunciado por Pierre de Fermat, que dizia ser impossível encontrar inteiros positivos *x, y, z* tais que $z^n = x^n + y^n$, quando $n > 2$ e pertencente aos inteiros. Ao longo dos anos muitos estudiosos matemáticos entravam na tentativa de prová-lo para casos particulares, feito número a número.

Sophie Germain trabalhou nesse caso considerando $p = n$, onde *p* e *2p+1* são primos, como por exemplo: 2, 3, 4, 11, 23, 29, 41, 43, 83, 89, 113, 131, etc. Ela provou que se existe solução da equação $x^p + y^p = z^p$, para um tal primo *p,* então *x, y ou z* deve ser um múltiplo de *p*. Sendo assim, ela dividiu o problema em dois casos:

Nenhum dos números *x; y; z* são divisíveis por *p;*

Somente um dos números *x; y; z* é divisível por *p.*

Segundo Musielak (2020) ao produzir um primo auxiliar válido, o resultado de Sophie , que se tornou no Teorema de Sophie Germain, pode ser aplicado para muitos expoentes primos para eliminar a existência de soluções para a equação de Fermat envolvendo números não divisíveis pelo expoente *p.*

Musielak (2020) afirma que a proposição de Sophie Germain é o primeiro resultado geral sobre expoentes arbitrários para o Último Teorema de Fermat. Seu teorema provou automaticamente o Caso 1 do Teorema de Fermat sempre que *2p+1* é primo. Hoje, esses números são conhecidos como Primos de Germain.

7 Considerações Finais

Sophie teve uma vida de dedicação a seus estudos, ela se encontrava feliz quando os realizava, apesar de ter passado por uma trajetória de luta para conseguir ser vista como alguém tão capaz de demonstrar seus conhecimentos quanto um homem era. Através de seus esforços e constantes pesquisas, ela nunca foi atrás de sucesso, apenas queria que seus trabalhos tivessem reconhecimento.

Bucciarelle e Dworsky (1980) relata que em uma carta a Gauss ela revela sua felicidade quando se via estudando, mas quando olhava para si mesmo só conseguia ver doença, solidão e incapacidade. Essa carta foi escrita já em seus últimos anos quando ela já sofria com o câncer de mama, motivo de sua morte.

O fato de Sophie Germain ter ultrapassado as barreiras que a sociedade impunha para mulheres em sua época foi muito importante para inspirar outras mulheres a seguir o mesmo e alcançar sua emancipação. Os seus estudos, seus esforços, toda sua trajetória em busca de conhecimentos foram muito importantes para o desenvolvimento da ciência e ela precisa ser lembrada e reconhecida pelos seus feitos. A história de Sophie Germain deve ser vista muito além de uma história de luta feminina, mas como um exemplo de força e determinação para futuras matemáticas mulheres.

4 Agradecimentos

Agradecemos ao IFG pela bolsa de pesquisa no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC), que contribuiu para o financiamento e desenvolvimento do trabalho.

5 Referências

BUCIARELLI. Louis L; DWORSKY. Nancy. **Sophie Germain**: An essay in the history of the theory of elasticity. 1 edition 1980. Holland: Copyright ©, 1980.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** Tradução: Hygino H. Domingues. 5ª ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FERMANDEZ, Isabela V. Viana e Cecília S. **A Vida de Sophie Germain**. 2021. Disponível em: <http://mulheresnamatematica.sites.uff.br/sophie-germain/#footer>. Acesso em: 26 maio 2022.

FRAZÃO. Diva. **Pierre Simon Laplace:** Matemático francês. 2022. Disponível em: <https://www.ebiografia.com/pierre_simon_laplace/ >. Acesso em: 12 out. 2022.

FUKS. Rebeca. **Biografia de Carl Friedrich Gauss.** 2020. Disponível em: <https://www.ebiografia.com/carl_friedrich_gauss/ >. Acesso em: 12 out. 2022.

JENNY. Hans. **Ernst Florens Friedrich Chladni.** 2013. Disponível em: <https://monoskop.org/Ernst_Chladni >. Acesso em: 12 out. 2022.

MARINHO. Carlos. **Adrien-Marie Legendre (1752 - 1833) foi um matemático francês...**. 2014. Disponível em:< https://clube.spm.pt/news/3320#header >. Acesso em: 12 out. 2022.

MUSIELAK. Dora. **Prime Mystery:** The Life and Mathematics of Sophie Germain. 2edition, 2020. Arlington, TX, USA: Springer, 2020.

O'CONNOR. JJ; ROBERTSON. EF. **Marie-Sophie Germain.** 2020. Não paginado. Disponível em: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Germain/ >. Acesso em: 05 out.2022.

O'CONNOR. JJ; ROBERTSON. EF. **Joseph-Louis Lagrange**. 1999. Não paginado**.** Disponível em: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Lagrange/ >. Acesso em: 12 de out. 2022

O'CONNOR. JJ; ROBERTSON. EF. **Gaspard Clair François Marie Riche de Prony.** 1997. Não paginado. Disponível em: < https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/De_Prony/ >. Acesso em: 12 out. 2022.

O'CONNOR. JJ; ROBERTSON. EF. **Joseph-Jérôme Lefrancais de Lalande.** 2003. Não paginado. Não paginado. Disponível em: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Lalande/ >. Acesso em: 12 out. 2022.

SANTOS, Rieli Tainá Gomes dos. **Sophie-Marie Germain** (1776 - 1831). 2020. Disponível em: <https://www3.unicentro.br/petfisica/2020/11/06/sophie-marie-germain-1776-1831/>. Acesso em: 26 maio 2022.

SÓ MATEMÁTICA. **Siméon Denis Poisson.** 1998-2022. Não paginado. Disponível em: < https://www.somatematica.com.br/biograf/poisson.php >. *Acesso em: 14 out. 2022.*

O CALEIDOSCÓPIO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA: DIFERENTES OLHARES SOBRE O LETRAMENTO FINANCEIRO E SUAS IMPLICAÇÕES

Isabella Lissa Ferreira Souza (Instituto Federal de Goiás - Câmpus Goiânia. - isabella.lissa@estudantes.ifg.edu.br)

Ana Cristina Gomes de Jesus (Instituto Federal de Goiás - Câmpus Goiânia - ana.jesus.@ifg.edu.br)

Anna Karolina Moura Tereza (Instituto Federal de Goiás - Câmpus Goiânia - anna.tereza@estudantes.ifg.edu.br)

Fernando Henrique Alves Araújo Rezende (Instituto Federal de Goiás - Câmpus Goiânia - fernando.araujo@ifg.academico.com.br)

Resumo

O estudo em questão tem por objetivo explanar as diferentes abordagens de pesquisa acerca da educação financeira no Brasil após o decreto referente à Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) e os documentos curriculares, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Nesse contexto, a revisão bibliográfica torna-se uma ferramenta fundamental para explorar essas nuances. A pesquisa bibliográfica de revisão narrativa propõe uma exposição descritiva e faz sínteses qualitativas e interpretativas da temática abordada, a saber, a educação financeira. O estudo, portanto, mostrou a riqueza de visões que compõem o caleidoscópio do letramento financeiro no cenário brasileiro.

Palavras-chave: Educação Financeira. BNCC. ENEF.

1 Introdução

O presente artigo objetiva explorar a temática da educação financeira nos diversos periódicos de educação matemática. Pretende-se explorar o tema em suas variadas nuances no que diz respeito às suas abordagens. A cronologia da pesquisa compreendeu o período de 2019 a 2023. As principais revistas cujos temas foram pesquisados são: REVEMAT (Revista Eletrônica de Educação Matemática), REMAT (Revista Eletrônica de Matemática) e a Revista Hipátia. Foram selecionados seis artigos com a mesma temática. O critério para a escolha dos artigos consistiu na busca por artigos que possuíam o termo educação financeira em seus títulos dentro do período supracitado.

Os materiais analisados são: "Educação financeira: uma análise das definições e concepções de alunos do ensino superior" dos autores Andréa Pavan Perin (2022) e Celso Ribeiro Campos (2022), "Educação Matemática Crítica: uma experiência com o tema educação financeira" das autoras Carolina Rodrigues Dias e Clarissa de Assis Olgin, " Educação financeira escolar: uma proposta para o ensino médio" dos autores Aline Reissuy de Moraes, Melina Nymann dos Santos, Arieli dos Santos e Luiz Henrique Ferraz Pereira; "Como os livros didáticos de matemática dos anos iniciais estão abordando a educação financeira após a inclusão desta temática na BNCC?" das autoras Beatriz Oliveira do Livramento, Cristiane Azevedo dos Santos Pessoa, Laís Thalita Bezerra dos Santos. Ressalta-se que os artigos supracitados são da Revista Eletrônica de Educação Matemática.

Já o artigo "Educação Financeira no ensino médio: uma análise das obras dos projetos integradores do PNLD 2021" das autoras Luana Casara Maschio, Karine Perile e Mariele Gabrielli, da Revista Eletrônica da Matemática. E o artigo "Educação financeira na escola básica brasileira: um olhar sociológico" das autoras Luzia de Fátima Barbosa Fernandes e Denise Silva Vilela, da Revista Hipátia.

A revisão das bibliografias citadas acima intenta realizar uma análise dos diferentes olhares sobre a temática da educação financeira buscando ressaltar os pontos de convergência e divergência dessas visões, como também reconhecer as diferentes abordagens e metodologias escolhidas conforme os objetivos que cada artigo apresenta. Por fim, diante da relevância da temática para o contorno da educação brasileira, urge estabelecer um background da educação financeira nas escolas na tentativa de buscar melhores abordagens de ensino dessa temática para conscientizar jovens estudantes de forma que o conhecimento adquirido na sala de aula seja aplicável no cotidiano desses alunos.

2 Metodologia

A metodologia utilizada consiste em uma revisão bibliográfica com viés narrativo. O método consiste basicamente em uma análise descritiva dos estudos selecionados de maneira qualitativa. De acordo com Hart (1998), esse método de pesquisa consiste em uma abordagem qualitativa com o intuito de interpretar os estudos revisados em vez de fazer uma síntese quantitativa.

3 Revisão da literatura

Ao longo da leitura dos artigos publicados no período de 2019 a 2023 percebe-se que a temática da educação financeira ganhou proporções notáveis. Isso se deve ao fato de que a temática foi incluída na BNCC entre 2017 e 2018. Portanto, diante da necessidade de analisar como os materiais didáticos abordam essa temática, vários pesquisadores se propuseram a tecer análises críticas desses materiais e observar como a temática estava sendo trabalhada.

3.1 A Educação financeira e o PNLD 2021

O artigo "Educação financeira no ensino médio: uma análise das obras e dos projetos integradores do PNLD 2021" propõe a análise dos projetos que abordam a educação financeira presentes nos materiais didáticos. De acordo com o estudo, o ministério da educação (MEC) colocou como obrigatório o ensino da educação financeira como tema transversal no ano de 2020. E em 2022 o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) selecionou obras que abordam esse tema no formato do Novo Ensino Médio.

Dessa forma, a pesquisa intenta analisar materiais didáticos em prol da educação financeira. O direcionamento do estudo consiste em perguntar quais as contribuições para o letramento financeiro dos alunos do ensino médio que se apresentam nas obras didáticas do PNLD. Para isso, objetivam analisar e discutir a proposta da estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), tratar dos estudos atuais de educação financeira e avaliar projetos relacionados à ela. Como também verificar se esses projetos contribuem para promover o desenvolvimento do letramento financeiro dos alunos.

Para tecer o assunto com um fundamento o estudo se apoia em autores que defendem a emergência da educação financeira no cenário brasileiro, uma vez que:

> [...] é evidente a importância da Educação Financeira na vida escolar. Ela, além de nos conduzir a processos financeiros mais responsáveis, contribui para o exercício da cidadania, desenvolvendo o pensamento crítico, autônomo, responsável e reflexivo e fornecendo subsídios para cidadãos mais conscientes financeiramente (MASCHIO et al. 2022).

Para discorrer sobre os programas nacionais de educação financeira, o artigo recorreu a dados que denotam o despreparo de brasileiros para lidar com a vida financeira. De acordo com o Serviço de Proteção de Crédito em pesquisa feita em parceria com a Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) e a Confederação de Dirigente Lojistas (CNDL) a maior parte das pessoas com contas em atraso não possuem uma real dimensão do quanto devem realmente.

O artigo aponta, portanto, que comparado a outros países o Brasil não representa um exemplo de cuidado financeiro, se localizando em uma instância muito abaixo do esperado.

Nesse sentido, a Estratégia Nacional de Educação Financeira surge como uma política pública para promover ações conjuntas entre escolas públicas e privadas em torno da educação financeira. Seus objetivos consistem em promover a cultura de educação financeira no país, aumentar a compreensão do cidadão para fazer escolhas conscientes na administração de recursos financeiros como também contribuir para tornar os mercados financeiros eficientes e sólidos. Sabe-se que a ENEF adotou um determinado conceito de educação financeira que precisa ser desenvolvido nas vertentes de orientação, informação e formação.

O artigo compreende em si uma pesquisa qualitativa, que selecionou obras componentes dos projetos integradores que estão presentes no catálogo do PNLD 2021. Portanto, consiste em uma pesquisa bibliográfica que de acordo com Gil(2010) é um trabalho desenvolvido a partir de um material pré-existente, que compõe livros e artigos científicos. Para analisar as obras didáticas foi necessário, segundo o artigo, estabelecer indicadores para observar o nível de contribuição destes materiais para promover o letramento financeiro dos estudantes. Os resultados dessa análise compreendem cinco obras cujas análises comparativas foram feitas das cinco obras investigadas, quatro delas entenderam de maneira satisfatória os critérios estabelecidos.

Ao final do artigo, portanto, os autores concluem que apesar dos livros serem uma importante ferramenta de ensino, não podem ser o único recurso didático a ser utilizado pelo professor, uma vez que é necessário ampliar as discussões sobre essa temática para adaptá-las de maneira eficaz à realidade dos discentes. Para os autores, urge a necessidade de pesquisas futuras a fim de observar como os projetos integradores estão se desenvolvendo.

3.2 A Educação Financeira na BNCC

Do rol de artigos analisados no presente estudo, há outro que aborda a inclusão da temática financeira na BNCC e sua ressonância nos livros didáticos. “Como livros didáticos de matemática dos anos iniciais estão abordando a educação financeira após a inclusão desta temática na BNCC?” relata e discute os resultados de uma pesquisa que analisou a educação financeira em livros didáticos de matemática dos anos iniciais do fundamental depois que o tema tornou-se obrigatório em documentos oficiais, visto que a educação financeira estimula a criticidade e a reflexão sobre a realidade econômica. Apoiado na proposição de Pessoa

(2016), o artigo discorre que

> [...] a Educação financeira adentra nas escolas com o objetivo de ajudar as pessoas a administrarem o dinheiro para que o consumo seja realizado de forma consciente, além de refletir sobre questões éticas, da sustentabilidade, influências da mídia para o consumismo e tomada de decisão em situações cotidianas (LIVRAMENTO, et al. 2021).

O trabalho de pesquisa por sua vez, baseou-se em uma abordagem qualitativa e no método de análise documental. Nesse ínterim foram investigados os livros de matemática aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) 2019. As atividades nesses materiais foram analisadas com base em seu conteúdo. Os resultados dessa pesquisa foram comparados aos de Santos (2017), pesquisador que realizou a mesma investigação sobre a ocorrência do tema da educação financeira antes da mesma se tornar obrigatória nos currículos escolares. Tal comparação levou a conclusão que a quantidade de atividades encontradas foi maior, o que indica que o progresso do espaço de discussão.

O artigo conclui, porém, que apesar do aparente progresso da discussão, torna-se necessário um cuidado maior para tratar da temática, pois as atividades investigadas apresentaram pouca variedade de temas do letramento financeiro e a necessidade do manual do professor diante disso para orientação do trabalho e da reflexão em torno da temática, pois as atividades em si não desempenham um papel reflexivo sem o manual do docente.

3.3 Letramento Financeiro e Educação Matemática Crítica

O artigo "Educação Matemática Crítica: uma experiência com o tema educação financeira" consiste em um recorte de pesquisa para discutir a temática do letramento financeiro nas escolas. Para isso, os autores se apoiaram na educação matemática crítica (EMC) de Ole Skovsmose no intuito de expor uma atividade de ensino que faça a relação dos conteúdos matemáticos com a educação financeira. O artigo aponta, baseado em Skovsmose(2017) que o ensino de matemática é um processo de construção constante, que busca provocar o aluno em questionamentos, a fim de que o mesmo teste e valide hipóteses, modele problemas, brusque exemplos e elaborar formas de raciocínio que provoque um comportamento de reflexão e ação crítica.

O artigo salienta que a visão da matemática crítica enfatiza a importância de pensar situações nas quais os alunos se conscientizem da relevância da educação financeira, a fim de produzir um consumo consciente e reflexivo para promoção da sustentabilidade do planeta. Baseados nos autores Silva e Powell (2013), o artigo enfatiza:

> [..] cabe à educação Matemática apresentar discussões de natureza financeira econômica, bem como problematizar situações que tratem de temas com foco nos produtos financeiros (relações com o mercado financeiro, empréstimos, financiamentos, aposentadorias privadas, tipos de aplicações financeiras, bolsa de valores) e as consequências de seu consumo.(DIAS, OLGIN. 2020).

A metodologia utilizada possui uma abordagem qualitativa. A mesma consiste na proposição de uma atividade em que a educação financeira é o principal tema de uma situação-problema envolvendo compras. Nesse sentido é esperado do discente que faça uso do conhecimento matemático para analisar e avaliar questões que acontecem no seu cotidiano.

Os resultados sinalizam que a temática do letramento financeiro favorece o desenvolvimento da atividade didática quando relacionada ao ambiente de aprendizagem que referencia a realidade através do questionamento de compras à vista e a prazo. Portanto esse ambiente de aprendizagem promoveu nos alunos o desenvolvimento de competências críticas e éticas diante de questões que tangem a realidade.

3.4 Letramento Financeiro e Ensino Médio

O artigo "Educação Financeira escolar: uma proposta para o ensino médio" evidencia as associações possíveis de elementos da educação financeira às aulas de matemática financeira no ensino médio, com o objetivos de promover para os aluno da última fase da educação básica artifícios e conhecimentos que garantam autonomia e segurança na esfera financeira da vida do estudante.

Tal proposta de ensino possui embasamento teórico em Paulo Freire, a saber um expoente teórico da educação no Brasil, que possui uma visão de mundo baseada em pesquisa, curiosidade e esperança no que concerne à educação autônoma. Nesse ínterim a proposta da pesquisa consiste em uma sequência didática que se apoia de maneira metodológica na Engenharia Didática que foi aplicada em turmas do terceiro ano do ensino médio de uma escola pública do estado, por uma das autoras do artigo. Sobre a Engenharia Didática o artigo discorre que "a engenharia Didática é composta por quatro fases, a saber: 1°) análises preliminares; 2°) concepção e análise a priori; 3°) experimentação; 4°) análise a posteriori e validação." (MORAES et al. 2020).

O artigo conclui portanto, que de acordo com os resultados, os objetivos foram alcançados. Ou seja, os alunos demonstraram a compreensão do quanto é importante cultivar uma vida financeiramente saudável e a importância de elaborar e utilizar um planejamento a fim de alcançar sonhos que dependem de uma gestão saudável dos recursos financeiros.

Como consideração final, o artigo ressalta uma certa mudança de comportamento em turmas do terceiro ano após a aplicação da sequência didática. Alunos que antes não estavam satisfeitos com o conteúdo tratado ou com o docente, após a aplicação da sequência didática, se colocaram mais receptivos ao diálogo com uma participação maior nas aulas seguintes.

Outro aspecto interessante foi percebido pelos autores do artigo. Os mesmo salientam que

> [...] a escolha do referencial teórico baseado na obra do educador Paulo Freire, para evidenciar o que foi abordado no tópico sobre o mesmo, onde se defende o afeto na relação professor/aluno para facilitar o aprendizado, bem como oportunizar atividades que propiciem autonomia e criticidade aos educandos, respeitando seus saberes, disponibilizando abertura para o diálogo e não apenas transferindo conhecimento (MORAES et al. 2020).

Tal colocação denota que no processo de aprendizagem os alunos foram os sujeitos principais na sequência didática de forma que o processo de ensino torna-se democrático entre o professor e o estudante.

3.5 Educação Financeira e o Ensino Superior

O artigo “Educação financeira: uma análise das definições e concepções de aluno do ensino superior” promove uma investigação em torno do termo educação financeira entre estudantes do ensino superior. O objetivo consiste em analisar as diferentes concepções acerca da educação financeira dos estudantes das universidades. Para isso, coletaram-se dados de 22 alunos de uma turma do curso optativo de educação financeira de uma instituição privada da cidade de São Paulo.

Na construção do conceito de Educação Financeira, o texto tem seu enfoque em três vertentes que direcionam pesquisas de educação financeira que são: letramento financeiro, competência comportamental e competência crítica. Quanto a essa vertentes os autores do artigo consideram que “elas possuem pontos em comum e que o desenvolvimento de uma favorece o desenvolvimento de outra competência. Como exemplo citamos que o desenvolvimento da competência crítica depende do componente do conhecimento pertencente ao letramento estatístico” (PERIN, CAMPOS. 2022)

Em uma abordagem de pesquisa qualitativa, a técnica empregada foi o Discurso do Sujeito Coletivo. Através dela é possível apresentar e resgatar representações sociais obtidas de pesquisas empíricas. de acordo com o artigo, esse método é notável pois a cada categoria associam-se conteúdos de opiniões que são parecidos semanticamente de forma que constrói-se um depoimento que sintetiza esses conteúdos.

Com a análise desses conteúdos percebe-se duas vertentes de discurso, uma de caráter epistemológico e a outra de caráter comportamental. Pelo que o artigo denota a vertente mais enfática é a de educação financeira em seu âmbito comportamental, o que mostra que os estudantes pretendem aprender um comportamento relacionado à organização financeira ou a um posicionamento em termos monetários. O artigo conclui que os estudantes participantes da pesquisa compreendem que o letramento financeiro objetiva ensiná-los a aproveitar o momento econômico do melhor modo para que possuam satisfação pessoal e construam um plano de vida financeiramente saudável.

3.6 Educação Básica e Letramento Financeiro sob um olhar sociológico

O artigo "Educação financeira na escola básica brasileira: um olhar sociológico" é um recorte de uma tese de doutorado que teve a proposição da educação financeira proposta para a sala de aula da escola básica no Brasil como objeto de estudo. O desenvolvimento deste estudo teve como referencial teórico e metodológico a Sociologia Reflexiva de Pierre Bourdieu. Nesse sentido, a proposta do artigo consistiu na análise das atividades propostas nos materiais didáticos divulgados pelo comitê nacional de educação financeira, cuja iniciativa de criação partiu da Estratégia Nacional de Educação Financeira no Brasil, instituída em 2010.

A interpretação sociológica apresentada compreende que as atividades presentes nos materiais didáticos intentam, de acordo com a teoria de \Bourdieu, adotada pelas autoras, uma performatividade dito também como efeito de teoria que coloca como legítima uma forma de compreensão e comportamento no mundo financeiro, imprimindo nos jovens estudantes tomadas de decisão racionais com interesse em lidar com questões financeiras.

Para explicar esses conceitos, à primeira vista, complexos. O texto recorre às definições de Bourdieu (2008).

> A performatividade é uma mensagem que "visa impor" como legítimo um tipo de discurso que, em nosso caso, seriam as ideias presentes nos documentos oficiais, os quais visam impor um tipo de Educação Financeira para a sala de aula. Desse modo,

> de acordo com o autor, a eficácia desse discurso performativo é “proporcional à autoridade daquele que o anuncia”(BOURDIEU, 2008).

E sobre o efeito teoria: forma de “produzir ou reforçar simbolicamente a tendência sistemática para privilegiar certos aspectos do real e ignorar outros” (BOURDIEU, 2008, p. 125) e, assim, produzir crenças (BOURDIEU, 2015 b), as quais são propagadas e legitimadas pela escola sobre o que é ser educado financeiramente. (FERNANDES, VILELA. 2019)

Segundo a perspectiva dos autores, o desdobramento da performatividade, quando vista em longo prazo, promove a formação de jovens com um determinado habitus econômico comum ao perfil homo oeconomicus. Para Bourdieu a compreensão de habitus diz respeito a um “sistema de esquemas adquiridos” e, nesse ínterim, “funciona no nível prático como categorias de percepção e apreciação, ou como princípios de classificação e simultaneamente como princípios organizadores da ação” (BOURDIEU, 2004, p. 26). Portanto para a teoria econômica o homo oeconomicus compreende um sujeito maximizador de lucros e individualista com ressonância aos conceitos do neoliberalismo.

Em conclusão, as autoras do artigo discorrem que uma investigação de caráter sociológico tem grande potencial de contribuição para diversas pesquisas em educação financeira como também em seu diálogo com pesquisas na área de matemática financeira, de modo a promover uma diferente perspectiva. Ou seja, considerar a Educação financeira como enraizada no tecido social, tornando a abordagem racional pura desnaturalizada.

4 Considerações Finais

A leitura e análise dos artigos proporcionou uma visão panorâmica acerca do letramento financeiro. Fazendo coro aos artigos é válido ressaltar a importância da educação financeira e o quão válida é essa temática para o cotidiano dos estudantes brasileiros. Nesse sentido, uma visão abrangente da educação financeira permite ver o caleidoscópio desse tema diante da realidade. As diferentes abordagens retratadas nos artigos comprovam esse fato.

Além disso, um ponto de convergência perceptível entre os artigos foi a tratativa que apresentaram a respeito da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF). A mesma surgiu para atender as demandas apresentadas pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), que afirma que a população de vários países do mundo deve ser educada financeiramente. Portanto, a ENEF surgiu a partir do decreto n° 7.397 em dezembro de 2010 e objetiva a promoção da educação financeira e previdenciária a fim de contribuir com a qualidade de vida dos cidadãos através do letramento financeiro.

Portanto, é possível inferir, de acordo com as informações abordadas pelos artigos, que a ENEF foi o ponto de partida para planejar a educação financeira da população brasileira e auxiliá-la em suas tomadas de decisão no âmbito monetário.

Ressalta-se também que as distintas abordagens metodológicas contribuíram para que fosse explorado variados pontos de vista sobre o letramento financeiro. Algumas pesquisas foram baseadas em abordagens qualitativas e análises documentais, com extensas investigações bibliográficas, já outras usaram a técnicas como a do Discurso do Sujeito Coletivo que observa as representações sociais dos participantes de uma determinada pesquisa. Portanto, essa diversidade enriquece a visão ao olhar para as nuances do prisma da educação financeira.

5 Referências

DIAS, C. R.; OLGIN, C. A. Educação Matemática Crítica: Uma experiência com o tema Educação Financeira. In: Revista Eletrônica de Educação Matemática **-REVEMAT**, Florianópolis, v. 15, n. 1, p. 01-18, 2020. Universidade Federal de Santa Catarina. ISSN 1981-1322. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2020.e70007>.

FERNANDES, L. F. B; VILELA, D. S. **Revista Hipátia** v. 4, n. 1, p. 176-186, jun. 2019

GIL, A.C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. São Paulo: Atlas, 2010.

HART, Christopher. **Doing a Literature Review: Releasing the Social Science Research Imagination**. London: Sage Publications, 1998.

LIVRAMENTO, B.; PESSOA, C.; SANTOS, L. Como Livros Didáticos de Matemática dos Anos Iniciais Estão Abordando a Educação Financeira após a inclusão dessa Temática na BNCC? In: Revista Eletrônica de Educação Matemática - **REVEMAT**, Florianópolis, v. 16, p. 01-26, jan./dez., 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2021.e80093>

MORAES, A.; SANTOS, M.; SANTOS, A.; PEREIRA, L. Educação Financeira Escolar: Uma Proposta para o Ensino Médio. In: Revista Eletrônica de Educação Matemática- **REVEMAT**, Florianópolis, v. 15, p. 01-22, 2020. Disponível em:<https://doi.org/10.5007/1981-1322.2020.e70255>

MASCHIO, L. C.; PERTILE, K.; GABRIELLI, M. Educação financeira no ensino médio: uma análise das obras dos projetos integradores do PNLD 2021. In: **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 8, n. 2, p. e2001, 9 de novembro de 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.35819/remat2022v8i2id6135>.

PERIN, A. P.; CAMPOS, C. R. Educação Financeira: Uma análise das definições e concepções do ensino superior. In:Revista Eletrônica de Educação Matemática - **REVEMAT**, Florianópolis, v. 17, p. 01-22, jan./dez., 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2022.e86950>

PESSOA, C. (2016). Educação Financeira: O que tem sido produzido em mestrados e doutorados defendidos entre 2013 e 2016 no Brasil? In: CARVALHÊDO, J.; CARVALHO, M. V.; ARAUJO, F. (orgs.). Produção de conhecimentos na Pós-graduação em educação no nordeste do Brasil: realidades e possibilidades. Recuperado de https://ufpi.br/arquivos_download/arquivos/ppged/arquivos/files/TRABALHOS%20ENC25 Revista Eletrônica de Educação Matemática - **REVEMAT**, Florianópolis, v. 16, p. 01-26, jan./dez., 2021. DOI: https://doi.org/10.5007/1981-1322.2021.e80093OMENDADOS_E-BOOK.pdf

SILVA, A. M. & Powell, A. B. (2013). Um programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: RETROSPECTIVAS E PERSPECTIVAS, 11., 2013, Curitiba, Anais. Curitiba. Recuperado de http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2675_2166_ID.pdf

UMA REVISÃO SISTEMÁTICA SOBRE FUNÇÕES DE UMA VARIAVEL REAL: FUNÇÃO LINEAR E QUADRÁTICA

Sara Gabriele Lino Basilio (IF Goiás – Câmpus Goiânia.sara.basilio@academico.ifg.edu.br)
Amanda Lúcio Rodrigues da Silva (IF Goiás – Câmpus Goiânia. amanda.lucio@academico.ifg.edu.br)
Suzee Santana de Faria Souza (IF Goiás – Câmpus Goiânia. suzeefaria@gmail.com)
Regina Célia Bueno da Fonseca (IF Goiás – Câmpus Goiânia. regina.fonseca@ifg.edu.br)
Ana Cristina Gomes de Jesus (IF Goiás – Câmpus Goiânia. ana.jesus@ifg.edu.br)

Resumo
Uma revisão sistemática de literatura é uma atividade de fazer uma revisão de literatura como parte de um trabalho de pesquisa científica. Essa pesquisa aborda um levantamento das estratégias de ensino de duas funções classificadas como afim e quadráticas, com a finalidade de tentar compreender de que forma a geometria é abordada nas propostas didáticas presentes na literatura. Esta pesquisa tem como objetivo revisar os conceitos e fundamentos das funções afim e quadrática, e avaliar como a geometria é abordada nas estratégias de ensino dessas funções. Buscamos apresentar por meio de uma revisão sistemática de literatura o desenvolvimento desse tema dentro da perspectiva no ensino. A metodologia utilizada nessa revisão bibliográfica foi explorativa, abordando a visão geral e identificando as principais dimensões e conceitos da análise e síntese da literatura científica dos artigos selecionados.

Palavras-chave: Funções. Função afim. Função quadrática. Revisão de Literatura. Educação Matemática.

1 Introdução

Uma revisão sistemática de literatura é uma atividade de fazer uma revisão de literatura como parte de um trabalho de pesquisa científica. A revisão sistemática é uma modalidade de pesquisa, que segue protocolos específicos, como: elaborar uma pergunta que delimita a pesquisa, elaborar estratégia de busca, seleção das bases de dados, estabelecimento de critérios de inclusão e exclusão dos artigos, seleção dos documentos, análise da qualidade da literatura selecionada e, sistematização dos resultados (GALVÃO, 2020).

Nesta pesquisa apresentamos uma revisão de literatura, que aborda um levantamento das estratégias de ensino de duas funções classificadas como afim e quadráticas, com a finalidade de tentar compreender de que forma a geometria é abordada nas propostas didáticas presentes na literatura. Na Matemática, o progresso do conhecimento sobre função contribui para a leitura e o estabelecimento de relações que permitem ao indivíduo entender e prever vários fenômenos no meio em que vive (BONFIM, 2019).

Porém, o entendimento do aluno sobre funções matemáticas e o domínio sobre o objeto matemático partem do discernimento das diferentes representações sob as quais ele se expressa. Para entender um dado objeto matemático, o sujeito fundamenta-se na interpretação e na manipulação das informações apresentadas em várias linguagens, procurando traduzi-las para aquelas que lhe são mais familiares, utilizando-as, então, como ferramentas no tratamento de uma situação a fim de solucionar um problema indicado (BONFIM, 2019).

Dentre os principais resultados, destaca-se que a maior parte das pesquisas que abordam funções afim e quadrática sob os aspectos da Teoria de Registros de Representação Semiótica que estão centradas numa perspectiva de investigação sobre o processo de ensino e aprendizagem, nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, principalmente através do desenvolvimento de sequencias didáticas ou estudos exploratórios com estudantes (FERREIRA, 2018)

De acordo com Ferreira (2018) percebeu-se que as dificuldades apresentadas pelos estudantes poderiam estar relacionadas com o fato de não conseguirem compreenderem o conceito de função, coordenar os diferentes registros de representação semiótica das funções e, principalmente, as diversas formas que podemos representar uma função e, consequentemente, trabalhá-los isoladamente.

A pesquisa tem como objetivo revisar os conceitos e fundamentos das funções afim e quadrática, e avaliar como a geometria é abordada nas estratégias de ensino dessas funções presentes nas literaturas. A pergunta que delimitou a pesquisa: Como a geometria é abordada nas estratégias de ensino das funções afim e quadrática presentes nas literaturas?

Teoria de registros de representação semiótica no ensino da função afim:

Na matemática, é fundamental a utilização de representações para compreender os conceitos matemáticos, uma vez que esses conceitos são abstratos e não podem ser percebidos sem o auxílio de representações. As representações semióticas desempenham um papel crucial na comunicação e desempenham papel significativos no pensamento matemático. A análise da literatura realizada por Ferreira (2018), é a referência base que foi selecionada para aprofundarmos essa temática de maneira abrangente.

Fundamentação teórica

Ferreira (2018) se baseou no referencial teórico da teoria de registros de representações semióticas de Raymond Duval para investigar como as pesquisas brasileiras abordam essa teoria no estudo da função afim em dissertações e teses de 2008 a 2018. Contabilizando 23 pesquisas de teses de mestrado que abordam a temática, não sendo encontradas pesquisas de Doutorado. As teses de mestrado encontradas são: Scano (2009), Lucas (2009), Bica (2009), Nascimento (2009), Delgado (2010), Reis (2011), Bernardo (2011), Almeida (2013), Meneses (2014), Domingues (2014), Salin (2014), Ramos (2014), Batista (2015), Cardoso (2015), Pinheiro (2015), Tozo (2016), Mossi (2016), Leite (2016), Gomes (2017), Faria (2017), Pinheiro (2017), Melo (2017), Lago (2018).

Raymond Duval é um pesquisador conhecido por sua contribuição para a psicologia cognitiva e o campo da matemática educacional. Sua teoria de registros de representações semióticas se concentra nas diferentes maneiras pelas quais as pessoas representam e compreendem conceitos matemáticos (DUVAL, 2012).

Duval (2012) utiliza o termo "semiose" para se referir à produção de uma representação semiótica, ou seja, a criação de um símbolo, signo ou representação que possa ser associado a um conceito ou objeto. Fazendo uso do termo "noesis" para se referir à apreensão conceitual de um objeto, isso significa a compreensão intelectual de um conceito matemático. Para que um sistema semiótico seja eficaz na representação de objetos matemáticos, o autor menciona três atividades cognitivas essenciais ligadas à semiose: Formação de uma Representação Identificável, Tratamento, Conversão.

Duval (2012) propôs três perspectivas fundamentais ligadas a noesis, relacionadas à noção de diversidade de registros de representação que ajudam a esclarecer por que é importante para o funcionamento do pensamento humano. Essas perspectivas são: economia de tratamento, complementariedade de registros e a conceitualização.

A pesquisa de Ferreira (2018) visa entender como essa teoria foi aplicada nas pesquisas brasileiras sobre função afim durante o período especificado. Também discute as atividades cognitivas envolvidas na criação e manipulação de representações, como a formação, o tratamento e a conversão. Essas atividades ajudam os estudantes a compreenderem os conceitos matemáticos de forma mais profunda

Análise da pesquisa

A seguir, descrevemos as análises da pesquisa referentes as estratégias de ensino referentes das funções afim e quadrática separadamente.

Com base na revisão literária de Ferreira (2018) foi observado que a maioria das pesquisas abordaram o ensino da função afim na Educação Básica, com apenas duas pesquisas direcionadas ao Ensino Superior (CARDOSO, 2015) e (MOSSI, 2016). Os autores das referências pesquisadas e analisadas, foram motivados por suas experiências como professores de Ensino Básico, enfrentando desafios no ensino do conceito de função afim e suas representações. O referencial da Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval é frequentemente aplicado como base teórica para entender as dificuldades dos estudantes e explorar diferentes abordagens. Sequências didáticas foram desenvolvidas para ajudar os estudantes a realizar conversões e tratamentos em diferentes registros de representação, o que provou ser eficaz na compreensão da função afim. O uso de tecnologia, como recursos tecnológicos, modelagem matemática e resolução de problemas, foram considerados benéfico para o ensino e aprendizagem da matemática (SCANO, 2009).

Diversos referenciais teóricos além da Teoria de Duval foram utilizados nas pesquisas, incluindo a Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 1996), Teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL,1982), e Teoria dos Campos Conceituais (VERGAUD,1996).

Os objetivos comuns das 23 pesquisas analisadas incluíam compreender como o uso de registros de representação semiótica contribuíram para o ensino da função afim, investigar as dificuldades dos estudantes na mobilização de diferentes registros e avaliar o impacto das tendências da Educação Matemática (FERREIRA, 2018).

As atividades de ensino abordaram conceitos-chave da função afim, como a lei de formação, domínio, imagem, coeficientes e gráfico. Também incentivaram tratamentos e conversões entre diferentes registros (FERREEIRA, 2018).

Ficou claro que a coordenação entre registros semióticos é importante para a compreensão, embora muitas pesquisas não tenham mencionado a formação de representações identificáveis. As dificuldades dos estudantes em realizar tratamentos e conversões muitas vezes estavam relacionadas à falta de uma base matemática sólida.

As pesquisas identificaram que a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico e do registro gráfico para o registro algébrico eram áreas problemáticas para os estudantes. A utilização de diferentes registros de representação semiótica na aprendizagem da função afim contribuiu para uma melhor compreensão do objeto matemático.

Estratégias de ensino de função quadrática

No que tange o ensino de funções quadráticas, admitimos que a intensidade da abordagem geométrica na estratégia de ensino corresponde à importância que a geometria euclidiana desempenha na proposta metodológica desenvolvida pelo autor ou enquanto recurso cognitivo para o ensino dessa função (BONFIM, 2019).

Alguns trabalhos fazem uso intenso da abordagem geométrica na estratégia de ensino de função quadrática. Alguns autores fizeram uso de geometria dinâmica em suas propostas de ensino usando *softwares* que permitem a construção e o estudo do comportamento do gráfico a partir da variação de seus coeficientes. E usam a geometria euclidiana de forma intensa nas atividades propostas (BONFIM, 2019).

Percebe-se que na geometria dinâmica foi fundamental para o êxito no processo de aprendizagem de funções e que a compreensão da relação entre os coeficientes de um polinômio do segundo grau e o comportamento do gráfico de uma função quadrática pode se tornar mais eficiente com auxílio de softwares (BONFIM, 2019).

Nessa seção apresentaremos os estudos que não fizeram uso de geometria na estratégia usada para ensinar função. Identificamos 4 (quatro) estudos, a saber, Maio (2015), Maciel e Cardoso (2014), Carvalho (1993) e Lopes (2018).

Maio (2015) detalha com base em dados da Neurociência Cognitiva quão grande é a complexidade do processo que engloba o ensino e aprendizado de Matemática. O autor aponta para o problema da contemporaneidade e sua influência histórica sobre as metodologias de ensino em cada época.

Tais considerações leva-nos a pensar num pós-paradigma emergente e repensar as bases que sustentaram o desenvolvimento das estratégias de ensino, bem como da nossa visão no que tange à construção do conhecimento matemático. Dentro da visão apresentada por Maio (2015), a geometria euclidiana é concebida como apenas mais um enfoque dentre tantas outras geometrias que constituem o universo pictórico que cerca o sujeito. Daí o caráter limitador da proposta metodológica que centra o desenvolvimento do aprendizado geométrico tendo por base a geometria plana de Euclides. Dessa forma, o paradigma levantado pela teoria das representações semióticas nos estudos de Duval (2003), (2006) e (2011).

Quanto à necessidade da diversificação dos registros de representação do mesmo objeto matemático é ampliado no estudo feito por Maio (2015), fazendo-o emergir de um outro paradigma que propõe a substituição da utilização da geometria euclidiana como introdutória ao estudo do mundo iconográfico por experiências com outras geometrias.

Fundamentação teórica: tendência utilizada na proposta

As tendências identificadas nas propostas de ensino de função quadrática constantes no material de estudo coletado para essa pesquisa. Desde o final dos anos 70, com as críticas atribuídas ao Movimento da Matemática Moderna, vários questionamentos em torno dos princípios filosóficos desse movimento, assim como a sua incompatibilidade com a realidade tecnológica em curso, levou ao surgimento do movimento da Educação Matemática ou das tendências em Educação Matemática: a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas, o uso da Tecnologia na Educação Matemática, e a Filosofia e História da Matemática (ZORZAN, 2007).

A compreensão dessas tendências assim como suas abordagens dentro das metodologias de ensino de função quadrática é fundamental para compreendermos a evolução que estas tem causado nas propostas didáticas para o ensino e aprendizagem de matemática no Educação Básica. Vale ressaltar que nos estudos analisados, no que se refere ao ensino de funções quadráticas, aclarou que a Educação Matemática, tem servido de apoio aos estudos que propõem inovação e rompimento com a Tradição da Matemática Escolar (BONFIM, 2019).

A Educação Matemática sob o enfoque da filosofia é a segunda tendência e, enquanto tendência transcende a reflexão em torno da prática, uma vez que, à docência requer o exercício reflexivo cotidiano. A concepção filosófica da Educação Matemática deve oferecer a essa disciplina os parâmetros reflexivos que se aproximem daquela proposta por Bicudo e Garnica (2002), “a Filosofia da Educação Matemática caracteriza-se por um pensar reflexivo, sistemático e crítico sobre a prática pedagógica da matemática e sobre o contexto sociocultural onde ocorrem situações de ensino e de aprendizagem de Matemática”.

A tendência Resolução de Problemas em educação matemática trata de problemas do dia a dia que podem ser usados como atividades de investigação em sala de aula. No tocante ao ensino de funções quadráticas essa tendência encontra nos trabalhos supracitados um forte potencial para serem explorados em sala de aula. Os problemas propostos quase sempre exigem auxílio teórico de outros pilares da Matemática, sendo a geometria euclidiana o conhecimento matemático mais procurado para essa finalidade o que a torna essencial para os processos de estruturação e abstração do pensamento algébrico (BONFIM, 2019).

A modelagem matemática foi a tendência em Educação Matemática consiste na mobilização do conhecimento geométrico com o objetivo de criar um modelo que permite aos alunos de se apropriarem de partes significantes do conhecimento de função quadrática, lhe atribui significado tanto prático como teórico (BONFIM, 2019).

Numa tentativa de aproximar o conhecimento acadêmico do conhecimento matemático, observamos que o produzido no cotidiano vivenciada por todos os povos se manifesta nos mais diferentes aspectos da vida e da cultura, a última tendência, a Etnomatemática se alinha aos ideais da Educação Matemática propiciando ao processo de ensino aprendizagem subsídios para desenvolvimento de pesquisas que emergem no cotidiano e nas manifestações culturais, sendo um arcabouço para a contextualização e investigação matemática. Conforme D'Ambrósio (2001), "a todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, qualificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura".

Relação com livros didáticos:

Trataremos nessa seção de analisar os estudos que apresentam estratégias de ensino elaboradas a partir de livros didáticos. Identificamos nessa categoria os estudos de Andrade e Saraiva (2012), Lutz (2015) e Meneses e Mariani (2014).

O estudo de Lutz (2015) é organizado em três dimensões: a Epistemológica, a Cognitiva e a Didática. Essa última abrange a análise do material didático usado na escola. A análise desse material permitiu a Lutz (2015) perceber uma padronização da abordagem do conteúdo função quadrática sem grandes diferenciações, com exceção dos livros de Smole e Diniz (2013) e Souza (2013), pois os mesmos sugerem a utilização de softwares, a exemplo do Winplot para explorar os conceitos de função.

O estudo de Meneses e Mariani (2014) recorre à teoria das representações semióticas de Duval para construir categorias de análise dos registros para o livro didático usado na escola onde se deu a pesquisa. Todavia, em consonância com os Parâmetros Curriculares Nacionais (2012), Meneses e Mariani (2014) reforçam que a abordagem geométrica no ensino de função equilibra o rigor da terminologia algébrica.

Para Andrade e Saraiva (2012), a diversificação dos registros de representação de funções e o estabelecimento de conexões entre esses registros é essencial para o desenvolvimento do conceito de funções. As atividades propostas asseguraram aos alunos a distinção entre o objeto em estudo, isto é, a função e as representações utilizadas por eles, a saber, gráfica, algébrica e tabular.

2 Metodologia

A metodologia utilizada nessa revisão bibliográfica foi a explorativa, abordando a visão geral e identificando suas principais dimensões e conceitos, pois consiste na análise e síntese da literatura foram selecionados dois artigos para elaborar a revisão literária, recomendados pela orientação de PIBIC (EDITAL Nº 19 - PROPPG-IFG, de 23 de maio de 2023), devido ao fato do desenvolvimento da pesquisa sobre funções. As referências analisadas: um trabalho de curso conclusão (TCC) do curso Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina (FERREIRA, 2018), e uma dissertação de mestrado da Universidade Federal de Feira de Santana (BONFIM, 2019).

3 Resultados e Discussão

Ao analisar as referências de Ferreira, (2018) e Bonfim, (2019) caracterizamos como semiose o conhecimento e uso de diferentes registros de representação (diagrama, tabular, gráficos, linguagem matemática formal). A *noesis* foi destacada logo que a aquisição do conceito de função se tornou mais difícil, quando houve conversão, especialmente, no sentido gráfico para o algébrico, mostrando que os sujeitos apresentaram desconhecimento de princípios básicos: descolamento horizontal/vertical, reflexão e simetria.

Eles revelaram igualmente, por meio da linguagem materna, conceitos, termos, características matemáticas correlatas com o objeto em estudo (função): domínio, classificação da função. Por fim, percebemos que argumentos, discussões e raciocínios em torno dos registros de representação e transformações realizadas dão indícios da apreensão do conceito de funções e de seus sentidos diversos. E mais, concluíram que os estudantes esboçaram apreensões de conceitos matemáticos, em geral, imprecisos, causando dificuldades de assimilação.

Mediante as conclusões das pesquisas e de seus respectivos resultados, a aplicação de uma sequência didática elaborada para o ensino de funções afim e quadrática trouxeram resultados satisfatórios, apesar das dificuldades apresentadas pelos alunos no decorrer do processo de aprendizagem. Com relação aos resultados obtidos nas atividades, desenvolvidas sob os princípios da teoria de Raymond Duval, comprovaram que os estudantes utilizaram diferentes registros de representação semiótica da função afim e quadrática, realizando articulações entre essas representações, proporcionando a compreensão conceitual do objeto matemático em estudo.

Referente ao emprego das tecnologias, ficou evidente que o uso desse recurso contribui significativamente para o processo de ensino e aprendizagem, primeiro por motivar os estudantes através da abordagem diferenciada do conteúdo, mas principalmente por auxiliar no processo de compreensão e análise do comportamento do gráfico da função.

Essa revisão da literatura foi centralizada nas duas referências (FERREIRA, 2018; BONFIM, 2019), que fizeram um levantamento das estratégias de ensino de funções afim e quadráticas com a finalidade de tentar compreender de que forma a geometria é abordada nas propostas didáticas presentes na literatura, avaliando os estudos em três categorias de análise: intensidade do uso da geometria na proposta de ensino; fundamentação teórica: tendência utilizada na proposta; relação com livros didáticos, que delimitam a questão de pesquisa.

4 Considerações Finais

Essa pesquisa fez um levantamento das estratégias de ensino de funções afim e quadráticas com finalidade de tentar compreender de que forma a geometria é abordada nas propostas didáticas presentes na literatura. E mais, a pesquisa mostrou também que o conhecimento geométrico abordado em alguns estudos não está claro nas propostas de ensino e outras vezes é abordado sem intencionalidade, apesar de sua relevância para o sucesso da proposta metodológica. De igual modo, as metodologias que faz uso de construção de materiais concretos ou objetos de aprendizado devem ser intensificada uma vez que essa é a forma mais fácil de abordar o ensino de função por meio de manipulação de objetos ou fazendo comparação e determinando relações entre as grandezas estudadas.

Este trabalho mostrou uma visão geral do que vem sendo produzido em Educação Matemática a respeito das pesquisas que envolvem os Registros de Representação Semiótica e funções afim e quadrática, destacando os principais aspectos e perspectivas.

5 Referências

ALMEIDA, Dionara F. de. *Representações matemáticas nos processos de ensino e de aprendizagem da função afim com uso do software Geogebra*. 2013. 111 f. Dissertação (Mestrado) – Centro Universitário Univates, Rio Grande do Sul, 2013.

ANDRADE, Jael M.e SARAIVA, Manuel J. *Múltiplas representações: um contributo para a aprendizagem do conceito de função*. Revista Latinoamericana de Investigacion en Matemática Educativa, July, 2012, Vol.15(2), p.137(33).

AUSUBEL, D. P. *A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Moraes, 1982.

BATISTA, Rogério C. *Um estudo de representação de função afim em uma perspectiva de articulação entre Matemática e Física*. 2015. 128 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Mato Grosso do Sul, 2015.

BERNARDO, Aislan T. *Os registros de representação no ensino de função polinomial do 1º grau: Uma proposta para o Caderno do Aluno do Estado de São Paulo*. 2011. 110 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2011.

BICA, Luís Manuel P. M. *Funções em livros didáticos: relações entre aspectos visuais e textuais*. 2009. 146 p. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

BICUDO, Maria A.V.; GARNICA, Antônio V. M. Filosofia da educação matemática. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002, p. 77.

BONFIM, Cezário S. *Uma revisão sistemática sobre a abordagem geométrica no ensino de funções quadráticas*. Feira de Santana. 2019.

BROUSSEAU, G. *Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática*. In: BRUN, J. Didática das Matemáticas. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget. p. 35-113. 1996.

CARDOSO, M. B. *Múltiplas representações semióticas no ensino de função afim: Enfoque na formação inicial de professores de Matemática*. 2015. 173 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual do Ceará, Ceará, 2015.

CARVALHO, Paulo C. Pinto. *Um problema "doméstico"*. RPM - REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA (32), 1993.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DELGADO, Carlos J. B. *O ensino da função afim a partir dos registros de representação semiótica*. 2010. 153 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy", Rio de Janeiro, 2010.

DINIZ, L. N.; BORBA, M. C. *Leitura e interpretação de dados prontos em um ambiente de modelagem e tecnologias digitais: o mosaico em movimento*. Bolema, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 935-962, ago. 2012.

DOMINGUES, Estefane C. R. *O aplicativo Winplot no ensino e aprendizagem de funções à luz da teoria dos registros de representação semiótica*. 2014. 66 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Rio de Janeiro, 2014.

DUVAL, R. *Gráficos e equações: a articulação de dois registros*. REVEMAT, ISSN 1981- 1322, Florianopolis (SC), v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011.

DUVAL, R. *Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento*. Revemat: Revista Eletrônica de Educação 89 Matemática, Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 226-297, 2012. Trad. Méricles Thadeu Moretti.

FARIA, Renata A. de. *Integração multimodal e coordenação de representações semióticas em atividades de função do 1º grau.* 2017. 120 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Londrina, Paraná, 2017.

FERREIRA, Ana Paula. *O estudo da função afim e a teoria de registros de representação semiótica:*

uma revisão de literatura. Bluemenau. 2018.

GALVÃO, Maria C.B.; RICARTE, Ivan L. M. *Revisão sistemática da literatura: conceituação, produção e publicação*. LOGEION – Filosofia da Informação, v. 6 n. 1, p.57-73. Rio de Janeiro, 2020.

GOMES, Gabriel dos S. S. *A função afim através da resolução de problemas: Um estudo de caso analisando os registros de representação semiótica*. 2017. 143 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba, Paraíba 2017.

LAGO, Willanickson J. S. *As contribuições dos registros de representação semiótica no processo de ensino e aprendizagem da função afim: um experimento com alunos do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Federal do Maranhão/IFMA – Campus Avançado Rosário*. 2018. 83 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual do Maranhão, Maranhão, 2018.

LEITE, Luciano R. *Considerações sobre o processo ensinoaprendizagem de funções*. 2016. 80 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Paraná, 2016.

LOPES, Thiago. *Engenharia didática como metodologia de pesquisa nos projetos publicados no EBRAPEM (2014-2016)* - Educação Matemática Pesquisa, 2018,Vol.20(1).

LUCAS, Anderson B. *Equações e Funções: Descontinuidades conceituais*. 2009. 130 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

LUTZ, Mauricio Ramos. *Explorando os coeficientes da função quadrática por meio do software Winplot: Uma experiência com alunos do 2º ano do Ensino Médio*. REVEMAT: REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Vol.10(2), 2015.

MACIEL, Paulo e TEREZA, Cardoso. *A História do Conceito de Função em Vídeo: uma proposta para a aprendizagem*. Bolema, Dec 2014, Vol.28 (50), pp.1348-1367.

MAIO, Waldemar de. *Fundamentos de Neurociência Cognitiva para a compreensão da relação ensino-aprendizagem em Matemática*. CAMINHOS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA. Vol.4 (1), 2015.

MELO, Alex G. de. *Modelagem matemática no estudo das funções afim e quadrática*. 2017. 69 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Alagoas, Alagoas, 2017.

MENESES, Leonel R. M.e MARIANI, Rita de C.P. *Função Afim e Quadrática: Representações Mobilizadas Nas Atividades Propostas no Livro Didático Matemática: Contexto e Aplicações*. CAMINHOS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA. Vol.2 (1), 2014.

MENESES, Leonel R. M. *Representações mobilizadas nas turmas de 1º ano do colégio de aplicação da Universidade Federal de Sergipe no ensino de função afim e quadrática*. 2014. 133 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Sergipe, Sergipe, 2014.

MOSSI, Shayene V. *Análise discursiva das representações semióticas mobilizadas por licenciandos em Matemática no ensino e na aprendizagem de funções*. 2016. 91 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2016.

MUNIZ, Marcelo; GITIRANA, Verônica; LUCENA, Rosilangela. *Aprendizagem de funções à luz da* *teoria dos registros de representação semiótica: uma revisão sistemática de literatura*. Educação Matemática em Revista. Brasília. 2022.

NASCIMENTO, Maria José A. *Os contextos explorados no ensino de função afim nos livros de matemática do Ensino Médio*. 2009. 121 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

PINHEIRO, Antonio C.da S. *O Ensino de Função Polinomial do 1º e 2º grau por construção de aplicativos: uma Análise Semiótica*. 2017. 362 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Pará, Pará, 2017.

PINHEIRO, Tássia C. da S. *Análise de Registros de Representação Semiótica em uma Atividade Matemática com Ribeirinhos Muanenses*. 2015. 145 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Pará, Pará, 2015

RAMOS, Cristiano S. *Um experimento apoiado na teoria dos registros de representações semióticas sobre o ensino de função linear afim em um ambiente computacional*. 2014. 210 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

REIS, Adinilson Marques. *Uma proposta dinâmica para o ensino de função afim a partir de erros dos alunos no primeiro ano do ensino médio*. 2011. 167 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

SALIN, Eliana Bevilacqua. *Matemática dinâmica: uma abordagem para o ensino de funções afim e quadrática a partir de situações geométricas*. 2014. 206 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2014.

SCANO, Fabio Correa. *Função Afim: Uma sequência didática envolvendo atividades com o Geogebra*. 2009. 149 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SMOLE, K. et al. *Jogos de Matemática: de 1º e 3º ano*. Porto Alegre: Artmed, 2008. (Cadernos do Mathema Ensino Médio).

TOZO, Fábio Luiz Dias. *Tarefas exploratórias-investigativas para a aprendizagem de função afim*. 2016. 81 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2016.

VERGNAUD, G. A. *Teoria dos Campos Conceituais*. In: BRUN, J. (Org.). Didática das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget. p. 155-191. 1996.

ZORZAN, Adriana S. L. Ensino-aprendizagem: Algumas tendências na educação matemática. Ciências Humanas. Vol.8 (10) p. 77 - 93 Jun 2007.

CONTRIBUIÇÕES DE HERMANN GRASSMANN PARA O DESENVOLVIMENTO DA ÁLGEBRA LINEAR

Julia Santana Garcia Borges (IFG – Câmpus Goiânia. julia.sgarciaborges@gmail.com)
Aline Mota de Mesquita Assis (IFG – Câmpus Goiânia. aline.mesquita@ifg.edu.br)

Resumo

Esta pesquisa teve como objetivo estudar a vida e obra de Hermann Grassmann destacando suas contribuições para o desenvolvimento do campo da Matemática conhecida hoje como Álgebra Linear. Constitui-se de uma pesquisa bibliográfica no campo da Educação Matemática, com análise qualitativa dos dados, possibilitando uma análise contextualizada visando responder à seguinte questão-problema: quais foram as contribuições de Grassmann para o desenvolvimento da Álgebra Linear que o levou a ser considerado o criador desse campo de estudos? Assim, este trabalho objetiva apresentar uma biografia de Grassmann e como ele contribuiu para o desenvolvimento de conceitos primordiais da Álgebra Linear. Conclui-se que, apesar de toda a notoriedade da sua obra, Grassmann passou desapercebido pela comunidade matemática de sua época, só tendo o seu reconhecimento anos após a sua morte e através de outros matemáticos que começaram a valorizar e divulgar suas obras.

Palavras-chave: Hermann Grassmann, Álgebra Linear, História da Matemática

1 Introdução

A Álgebra Linear, como é conhecida na atualidade, é resultado de um processo histórico que iniciou por volta de dois mil anos antes de Cristo com os povos babilônicos resolvendo sistemas de equações lineares com duas equações e duas incógnitas. Com o tempo, à medida que novas necessidades surgiam, ela foi se desenvolvendo através da colaboração de diversos cientistas e matemáticos, como Leibniz, Cayley e Peano, dentre outros.

Em pleno auge da Revolução Industrial e um pouco alheio a todo o universo matemático das grandes universidades, onde era produzido todo o saber científico que ganhava notoriedade no século XIX, o alemão Hermann Grassmann (1809-1877), lança uma nova teoria matemática, até então desconhecida pelos pesquisadores, dando início à construção de um novo pensamento matemático, apesar de não ter sido reconhecida nem aceita na época. Essa teoria viria a se tornar o impulso inicial para a construção de um sistema algébrico n-dimensional e de uma teoria que engloba esse sistema.

Grassmann contribuiu de forma significativa para o desenvolvimento da Álgebra Linear, durante sua vida enfrentou grandes barreiras para torna-se professor de nível superior, conseguindo apenas lecionar para as séries de educação básica. Mesmo tendo produzido obras de grande relevância, Grassmann não obteve todo o reconhecimento merecido.

Suas obras continham as bases de uma teoria que estava prestes a emergir no cenário algébrico, tais como, espaço vetorial, dependência linear, base, dimensão, transformação linear, autovalor, autovetor, diagonalização e produto interno, dentre outros, sendo, todos estes, conceitos que hoje constitui a Álgebra Linear. Devido a isso, Grassmann é considerado por muitos o "criador da Álgebra Linear".

Perante a notoriedade de Grassmann frente ao desenvolvimento e estruturação da Álgebra Linear como um campo da Matemática, como a conhecemos atualmente, cabe a este trabalho responder à seguinte questão: quais foram as contribuições de Grassmann para o desenvolvimento da Álgebra Linear que o levou a ser considerado o criador desse campo de estudos? Ressalta-se aqui que, Grassmann foi quem primeiro começou a estruturar essas teorias algébricas e que depois dele, outros pesquisadores também tiveram suas importâncias. Sendo assim, o foco central desta pergunta problema é compreender e analisar os feitos de Grassmann, ressaltando em que e como ele contribuiu para o desenvolvimento da Álgebra Linear.

Desta forma, este artigo objetiva, levantar e analisar as contribuições de Grassmann para o campo de estudos da Matemática denominado de Álgebra Linear, considerando os aspectos históricos dessas contribuições. Especificamente, objetiva apresentar informações sobre a vida e obra de Hermann Günther Grassmann, focando em suas contribuições para o desenvolvimento da Álgebra Linear.

2 Metodologia

Hermann Günther Grassmann nasceu em 1809 em Stettin na época pertencente a Prussia, foi teólogo, matemático autodidata e professor de escola secundária, e o terceiro, dos doze, filhos de Justus Günther Grassmann e Johanne Luise Friederike Medenwald, seu pai além de outras profissões, como teólogo, pietista e pastor, foi professor de matemática.

Grassmann viveu em uma época em que a Alemanha ainda não existia enquanto país, pois seus Estados ainda não estavam unificados. O que existia era a Confederação Germânica formada por 39 Estados independentes entre si, tendo o Império Austríaco e o Reino da Prússia como seus maiores e mais importantes membros. Stettin, a cidade natal de Grassmann, localizava-se no Estado da Prússia e, hoje, ela localiza-se na Polônia. Nos séculos XVIII e XIX houve várias revoluções em todo o mundo em função da disseminação dos ideais iluministas, um reflexo da revolução industrial, na qual os iluministas defendiam a democracia, o liberalismo econômico e o racionalismo, rompendo com o absolutismo monárquico e com a força que a Igreja exercia sobre a população (ASSIS, 2018).

Dentre essas revoluções estão: a Revolução Americana de 1776, a Revolução Francesa de 1789, a Revolução do Porto (Portugal) em 1820 e a Inconfidência Mineira (Brasil) em 1889. Na Alemanha, várias guerras ocorreram influenciadas por esse movimento e com o intuito de unificar os Estados alemães, fato que ocorreu em 1871. Dentre essas guerras, têm-se as Revoluções de 1848 dos Estados Alemães, também conhecida por Revolução de Março, que visava unificar os Estados alemães e dar liberdade à população. Neste ano, Grassmann, em devoção fiel à casa real, reivindicou sua atividade no campo político, levantando-se contra a luta revolucionária de Berlim, onde, juntamente com seu irmão Robert, fundou um jornal no qual eram discutidas questões polêmicas como as recém-estabelecidas Constituições do Império Romano, do Estado Prussiano e da Igreja da Prússia (GRASSMANN, J., 2011).

Pertencendo a uma família com um bom grau de educação e com privilégios por pertencer a uma família inclinada à educação, Hermann não se destacou nos primeiros anos do Ginásio, o que hoje corresponde ao ensino fundamental, em sua época os jovens demostravam desde cedo suas aptidões e por ter estudado em boas escolas e ter tido uma boa educação domiciliar, seu pai chegou a acreditar que ele não poderia chegar a ter alguma relevância acadêmica, mas aos poucos começou a progredir na escola, ficando em segundo lugar no exame final do ensino médio.

Decidido a estudar teologia, pelo seu anseio em tornar-se ministro luterano, em 1827 ingressa na Universidade de Berlim, a instituição mais antiga de Berlim e uma das mais privilegiadas da Alemanha e da Europa, junto com o irmão mais velho para estudar na Universidade da cidade.

Não há informações acerca da ocorrência de formação acadêmica em matemática, porém, foi ela, a matemática, a responsável por seu retorno a Stettin após finalizar seus estudos em Berlim, em 1830, onde tornou-se professor em ginásios e iniciou a realização de pesquisas matemáticas de maneira autônoma. Retornando em 1831 a Berlim para realizar exames visando uma carreira acadêmica, não obteve um bom desempenho, sendo-lhe permitido lecionar matemática apenas nos níveis baixos. Em 1832 foi nomeado para o Ginásio de Stettin como professor assistente e nessa mesma época fez suas primeiras descobertas matemáticas que posteriormente seriam desenvolvidas e publicadas.

Devido ao tipo da sua licença profissional, em 1835 Grassmann foi nomeado para ensinar matemática, física, alemão, latim e estudos religiosos na Otto Schule, em Estetino, uma escola de ensino primário. E em 1839 ele passou nos exames de teologia, o que permitiu dar aulas para o ensino secundário, que corresponde atualmente ao ensino fundamental.

Grassmann almejava lecionar para o nível superior para que pudesse dedicar mais tempo às suas pesquisas. No prefácio de sua obra *Die lineale Ausdehnungslehre, ein neuer Zweig der Mathematik* (A teoria da extensão linear, um novo ramo da matemática) percebe-se tal inquietação por sua profissão não o ter permitido dedicar-se como desejava à pesquisa científica:

> Eu espero indulgência, mais particularmente, porque minha profissão me deixou pouquíssimo tempo de execução e não me deu a possibilidade de fazer comunicações provenientes dessa ciência ou, de ao menos, matérias semelhantes, e de ganhar assim o frescor vivo que deve inspirar e vivificar o todo, se deve aparecer como um elemento vivo do organismo do conhecimento. (GRASSMANN H., 1878, prefácio, tradução nossa)

Em 1840, Grassmann fez exames admissionais para o Instituto de Estetino que foram importantes para ele, pois teve que apresentar um ensaio sobre a teoria das marés, para isso, ele utilizou a teoria básica de *Méchanique céleste* (Mecânica celeste) de Laplace e da *Méchanique analytique* de Lagrange (Mecânica Analítica de Lagrange) e produziu o seu ensaio *Theorie der Ebbe und Flut* (Teoria do fluxo e refluxo), introduzindo pela primeira vez uma análise baseada em vetores.

Dieudonné (1979) descreve que embora o ensaio de Grassmann tenha sido aceito pelos examinadores, eles não deram importância às inovações ali introduzidas, pois sua explicação era muito abstrata e filosófica. Mas percebendo que sua teoria era amplamente aplicável, Grassmann decidiu dedicar-se ao desenvolvimento de suas ideias sobre espaços vetoriais, incluindo adição e subtração vetorial, diferenciação vetorial e teoria da função vetorial.

Em 1843, Grassmann, que mesmo sem ter aprendido muito bem a matemática durante seu ensino médio, quando retornou a Berlim passou a interessar-se por geometria, devido aos exames que chegou a fazer para melhorar sua posição de professor. Segundo Dieudonné (1979), Grassmann chegou ao conhecimento de vetores por si só, pois não havia aprendido matemática além do currículo do ensino médio, e quando retornou a Berlim em 1830, começou a se interessar por geometria, e só mais tarde foi ter conhecimento mais avançado de matemática.

Grassmann almejava a posição de professor universitário, pois acreditava que isto o favoreceria na elaboração de suas ideias e, consequentemente, na divulgação de sua nova teoria. Por isso Grassmann, inúmeras vezes, submeteu seus trabalhos a apreciação de especialistas, para que assim conseguisse uma cadeira entre os docentes universitários da época, mas eles não o compreendiam e o rejeitavam, como Kummer fez colocando um fim em sua carreira como professor universitário por um parecer desfavorável a sua teoria.

3 Resultados e Discussão

Em suas teorias, assim como a Teoria da Extensão, Grassmann só obeve reconhecimento após Giuseppe Peano publicar uma versão condensada de sua própria leitura da obra de Grassmann, o qual intitulou *Geometric Calculus – according to the Ausdehnungslehre of H. Grassmann* (Cálculo Geométrico - de acordo com a Teoria da Extensão de H. Grassmann). Peano deixou claro em sua obra que ele apenas inseriu seu olhar e interpretação acerca das ideias de Grassmann e almejava que sua obra as divulgasse.

Depois de negadas todas as tentativas em se tornar um professor universitário, Grassmann voltou sua atenção para escrever sua obra *Die lineale Ausdehnungslehre,* que foi publicada em 1844. Nela, ele desenvolveu a ideia de uma álgebra em que os símbolos que representam entidades geométricas como pontos, linhas e planos, são manipulados usando certas regras, chamadas de métodos vetoriais. Ele criou o que hoje é chamado de álgebra exterior. Porém esta não obteve tanta receptividade e foi criticada pela "(...) falta de clareza na sua apresentação, especialmente em relação a extensa introdução filosófica a qual impediu muitos matemáticos de qualquer leitura mais aprofundada. " (DORIER, 2000, p.18).

Os textos de Grassmann estavam muito à frente do seu tempo e como consequência, seu livro foi ignorado. Nem mesmo Möbius entendeu o significado de sua abordagem e se recusou a escrever uma resenha. Grassmann, passou então a aplicar seus novos conceitos a outras situações, pois acreditava que se as pessoas vissem como a teoria poderia ser aplicada, a levariam a sério. Então em 1845, ele publicou o artigo *Neue Theorie der Elektrodynamik* (Nova teoria da eletrodinâmica), publicou sua lei de força entre elementos de corrente como sendo uma aplicação importante de sua álgebra generalizada.

Dieudonne (1979) diz que Möbius sugeriu que Grassmann concorresse ao prêmio *Fürstlich Jablonowskischen Gesellschaft* (prêmio destinado aqueles que tivessem tido grande relevância na área de exatas) da Academia de Leipzig em 1846.

> (...) para concorrer a um prêmio proposto sobre o tema das tentativas de Leibniz de forjar uma "análise geométrica" (é provável que esse tema tenha sido sugerido por Möbius, para que o premio fosse entregue a Grassmann). Nesse artigo Grassmann fez um resumo dos resultados publicados em seu livro de 1844 e, além disso, para tratar problemas de geometria euclidiana, introduziu uma nova noção (que ele havia anunciado na introdução de seu livro) de produto escalar de dois vetores que ali apareceria pela primeira vez para espaços de dimensões arbitrárias (DIEUDONNE, 1979, p.8).

Grassmann então submeteu seu livro *Die Geometrische Analyze geknüpft und die von Leibniz Characteristik*, no qual ele desenvolve ideias que Leibniz havia expressado em uma carta de setembro de 1679 a Huygens sobre o estabelecimento de um cálculo diretamente aplicável a situações geométricas. (OTTE,1989).

No entanto, Möbius que foi um dos jurados, criticou a maneira como Grassmann introduziu ideias abstratas sem fornecer ao leitor um gancho intuitivo para pendurá-las. Atualmente, a abstração na matemática é algo comum e esperado, sem que isso tenha um apelo intuitivo, como o uso dos axiomas por exemplo. Mas para a época isso não era tão natural como para os dias atuais.

Em maio de 1847 recebeu o título de Oberlehrer (professor sênior) na escola Friedrich Wilhelm Schule e, no mesmo mês, escreveu ao Ministério da Educação da Prússia solicitando que seu nome fosse colocado em uma lista daqueles a serem considerados aptos para cargos universitários. O Ministério da Educação pediu a opinião de Kummer sobre Grassmann, que através de um relatório acabou com qualquer esperança de Grassmann em conseguir um cargo universitário, alegando que foi expresso de maneira deficiente. É interessante ver quantos matemáticos importantes não conseguiram reconhecer a importância da matemática apresentada por Grassmann, se prendendo à forma como ela era apresentada e menosprezando a teoria em si.

No início de 1849, ele se casou com Therese Knappe, tiveram onze filhos, dos quais sete atingiram a idade adulta. Em março de 1852, o pai de Grassmann, Justus, faleceu de insuficiência cardíaca. Mais tarde naquele ano, Grassmann foi nomeado para preencher a antiga posição de seu pai no Stettin Gymnasium. Isso significava que, embora ainda ensinasse em uma escola secundária, ele agora tinha o título de professor.

Tendo falhado em obter reconhecimento por sua matemática, Grassmann voltou-se para um de seus outros assuntos favoritos, o estudo do sânscrito e do gótico. Durante sua vida ele ganhou mais reconhecimento por seu estudo de idiomas do que pela matemática, chegando a provar que o germânico era "mais velho" em um padrão fonológico que o sânscrito, estabelecendo-o como a língua mais antiga na linguística indo-europeia. Ele recebeu mais destaque como linguista que como matemático. Percebe-se aqui tamanha versatilidade de Grassmann, em dedicar-se a tantas áreas.

Por não obter sucesso na matemática ele volta a dedicar-se às suas outras habilidades. Entre o período de 1844 e 1862 foi um período muito frutífero para Grassmann, além de ter sido o período em que ele reescrevia sua obra, em paralelo ele publicou 17 artigos científicos, nos quais contribuía com a física e a matemática. Sua pluralidade lhe permitia transitar entre diversos assuntos. (SERVIDONI, 2007)

No final da década de 1850, Grassmann e seu irmão Robert trabalharam em uma reformulação do *Ausdehnungslehre*, republicando-o em 1862. Neste sentido, distinguem-se aqui as publicações de 1844 e 1862. Na obra de 1862, é notável a alteração na estrutura do texto, em particular a completa omissão da introdução de cunho filosófico, bem como uma reestruturação metodológica do texto, em favor de um formato mais próximo à organização proposicional, caraterística do estilo euclidiano. Fica claro que, nesse movimento, Grassmann estaria buscando se adequar e ter uma boa recepção de sua proposta que, novamente, não teria sucesso ao menos na década de 1860. (LINDER, 2022)

No entanto, em 1854, ele retornou à matemática, sua grande paixão, e à sua teoria da extensão, decidido que reescreveria completamente o trabalho na tentativa de ter seu significado reconhecido. Foi então publicado, em 1862, uma nova versão da sua obra de 1844, denominada *Die Wissenschaft der extensiven Grössen oder die Ausdehnungslehre,* (A ciência das grandezas extensivas ou a teoria da extensão).

Na segunda versão da sua obra, publicada em 1862, Grassmann define os conceitos e imediatamente passa a apresentar as aplicações, de modo a tornar suas ideias mais claras. A genialidade de Grassmann distanciava-se de todos, pela forma abstrata que ele escrevia, por ser erudito em línguas.

Nessa nova versão já não havia mais a linguagem filosófica pesada que continha na primeira, mas a leitura ainda era densa e necessitava de um estudo minucioso de toda a teoria, fato que levou os matemáticos da época a ignorar novamente o seu trabalho, não lhe dando voz em meio à comunidade científica.

Na segunda versão, na parte inédita do trabalho, a *Funktionenlehre* (Teoria das funções), há uma seção intitulada *Ganze Funktionen ersten Grades Quotient* (Funções completas de primeiro grau quociente), onde Grassmann lida com o objeto matemático que ele intitula *Bruch* ou *Quotient* (Fração ou Quociente). A fração de Grasmmann seria o que atualmente conhecemos como uma transformação linear de um espaço vetorial de dimensão finita.

Em suas teorias, assim como a Teoria da Extensão, Grassmann só obteve reconhecimento após Giuseppe Peano publicar uma versão condensada de sua própria leitura da obra de Grassmann, o qual intitulou *Geometric Calculus – according to the Ausdehnungslehre of H. Grassmann* (Cálculo Geométrico - de acordo com a Teoria da Extensão de H. Grassmann). Para Peano algumas ideias de Grassmann superavam o Cálculo de Leibniz, Mobius, Belavittis e Hamilto, por incorporar ideias desses autores apresentando fórmulas mais simples.

Peano era italiano e foi o matemático mais conhecido em sua época em seu país, apesar de sua influência, ele não recebeu notoriedade em sua obra "Cálculo Geométrico", provavelmente por ter exposto as ideias de Grassmann e não as suas próprias, apesar de ter demonstrado sua releitura da obra de Grassmann, e ter ido além por esclarecer ambiguidades, além de complementar ideias expostas de forma incompleta, pois na obra de Grassmann há alguns equívocos e erros que só foram corrigindo quando Peano reformulou a definição de Grassmann em 1888.

Desapontado por não conseguir convencer os matemáticos, Grassmann voltou-se novamente para a pesquisa em linguística, onde foi homenageado por suas contribuições ao ser eleito para a American Oriental Society e com a concessão de um diploma honorário pela Universidade de Tübingen, na Alemanha.

Grassmann retornou à matemática nos últimos dois anos de sua vida e em 26 de setembro de 1877, faleceu de problemas cardíacos após um período de saúde bastante debilitada.

> Em toda a galeria de matemática proeminentes que, desde a época dos gregos deixaram sua marca na ciência, Hermann Grassmann certamente se destaca como o mais excepcional em muitos aspectos [...] Quando comparada com as de outros matemáticos, sua carreira é uma sucessão ininterrupta de estranhezas: incomuns eram seus estudos; incomum era seu estilo matemático; incomum e infeliz a total falta de compreensão de suas ideias, não apenas durante sua vida, mas muito depois de sua morte; deplorável a negligência que o obrigou a permanecer por toda a vida professor de uma escola secundária quando homens deveras inferiores ocupavam cargos nas Universidades· (DIEUDONNÉ, 1979, p. 1, tradução nossa).

A boa recepção e valorização do *Ausdehnungslehre* se deu sobretudo após sua morte, em 1877, a partir da iniciativa de matemáticos como Alfred Clebsch (1833-1872) e Felix Klein (1849-1925). A influência de Grassmann nas práticas matemáticas foi reconhecida somente na segunda metade do século XIX. É bem conhecido o fato de que a centralidade da noção de sucessor na fundamentação dos números nos trabalhos de Dedekind e Peano, seriam extraídas do *Lehrbuch der Arithmetik* (Livro de Aritmética), livro de Grassmann de 1861. Por outro lado, Grassmann inspiraria a concepção dos fundamentos da matemática para filósofos como Cassirer e Whitehead.

4 Considerações Finais

As obras de Grassmann o concederam o título de “pai da álgebra linear”, embora tendo sido ignoradas inicialmente, suas contribuições permitiram grandes descobertas no ramo da matemática.

A definição de espaço vetorial/linear se tornou conhecida apenas em 1920, com publicações formais de Hermann Weyl. Porém 30 anos antes Peano, que conhecia profundamente o trabalho de Grassmann, já havia dado essa definição. Grassmann não deu a definição, mas concedeu o conceito. Começando com uma coleção de unidades e_1, e_2, e_3,..., e considera combinações lineares formais como somatório de ae1, onde o a é um números real, e define adição e multiplicação por números reais. Além dessas ele também define subespaço, prova o teorema de Exchange Steinitz (Teorema da troca), dentre vários outros.

> Ele define a noção de subespaço, independência, extensão, dimensão, junção e encontro de subespaço e projeções de elementos em subespaço. Ele está ciente da necessidade de provar invariância e dimensão sob mudança de base, e assim ele faz.

> Ele prova o Teorema de *Exchange Steinitz* de 1913, que definiu espaço linear em termos de unidades como Grassmann fez. Ele também mostra que qualquer conjunto finito tem um subconjunto independente com o mesmo período e que qualquer conjunto independente se estende a uma base. Ele obtém a fórmula para a mudança de coordenada sob mudança de base, define transformações de bases, e mostra que toda mudança de base é um produto de elementares. Em um artigo publicado em 1855, Grassmann define um produto de elementos de um espaço linear, e ele prova a distributividade. Se eiej são combinações lineares de ei, temos aqui um conceito de uma álgebra. Em vez de seguir por esse caminho, embora tenha observado mais tarde que a álgebra dos quaternios é um caso especial, Grassmann destaca produtos particulares por meio de equações de condição, e observa como desvantagem dessa noção que ela não possui invariância sob mudança de base, ele passa a caracterizar aqueles produtos cujas equações condicionantes são invariantes sob várias substituições. (SANDER, 1979, p. 810)

Um desenvolvimento importante na teoria do espaço vetorial foi a extensão da noção de espaço tridimensional para espaços de dimensão superior, de forma independente no início dos anos 1840 por Cayley, Hamilton e Grassmann. Hamilton chamou a extensão sobre espaço tridimensional para quatro dimensões como um salto da imaginação. Ele tinha em mente, é claro, seus quaternions, um espaço vetorial de quatro dimensões (também uma álgebra de divisão). Ele os apresentou de forma emocionante em 1843, e passou os próximos vinte anos na explorando-os e aplicando-os. As ideias de Cayley sobre dimensionalidade apareceram e seu artigo de 1843 capitulos de geometria analítica de n-dimensões

As ideias pioneiras foram expostas por Grassmann em sua obra de 1844. Este foi um brilhante trabalho cujo objetivo era construir uma álgebra de coordenada livre do espaço n-dimensional. Continha muitas das ideias básicas da Álgebra Linear, incluindo a noção de espaço vetorial n-dimensional, subespaço, conjunto gerador, independência, base, dimensão e transformação linear.

A definição de espaço vetorial foi dada como o conjunto de combinações lineares $i = (1, 2, \ldots, \mathbb{N})$, em que os a i são números reais e e i unidades, assumidas como linearmente independentes. Adição, subtração e multiplicação por números reais de tais somas foram definidas da maneira usual, seguida por uma lista de propriedades fundamentais. Entre elas estão as leis comutativa e associativa da adição, as leis de subtração $a + b - b = a$ e $a - b + b = a$, e várias leis relacionadas com a multiplicação por escalar. A partir destas, Grassmann definiu todas as leis usuais de adição, subtração, e multiplicação por escalares seguintes. Ele provou vários resultados sobre espaços vetoriais, incluindo a relação fundamental $dim\, V + dim\, W = dim\,(V + W) + dim\,(W \cap V)$ para subespaços V e W de um espaço vetorial. (KLEINER, 2007)

O trabalho de Grassmann não era fácil de entender, continha muitas ideias novas redigida em linguagem filosófica. Foi, desse modo, ignorado pela comunidade matemática. Uma edição 1862 foi mais bem recebida. Mas ele motivou Peano para dar uma formulação abstrata de algumas das ideias de Grassmann em seu Cálculo Geométrico (1888). No último capítulo deste trabalho, intitulado transformações de sistemas lineares, Peano deu uma definição axiomática de um espaço vetorial sobre os reais. Chamou-a de sistema linear. Foi no espírito moderno da axiomática, mais ou menos como temos hoje. Ele postulou as operações de fechamento, associatividade, distributividade, e a existência de um elemento neutro. Este foi definido para ter a propriedade $0 \times a = 0$ para todo elemento a no espaço vetorial. Ele definiu $a - b$ significando $a + (-1)\, b$ e mostrou que $a - a = 0$ e $a + 0 = a$. Outro axioma foi aquele que se $a = b$ então $a + c = b + c$ para cada c. Como exemplos de espaços vetoriais ele deu os números reais, os números complexos, vetores no plano ou no espaço tridimensional, o conjunto de transformações lineares de um espaço vetorial em outro, e o conjunto de polinômios em uma única variável.

Os métodos matemáticos de Grassmann demoraram para ser reconhecidos, como expresso na introdução, porém inspiraram o trabalho de Élie Cartan, Hankel, Peano, Whitehead e Klein. Muitas das ideias de Peano foram baseadas nas ideias de Grassmann, sobretudo a axiomatização do conceito de espaço vetorial.

Percebe-se tamanha importância da persistência de Grassmann, além da sua contribuição para o desenvolvimento da matemática. Uma lição de vida que podemos retirar de toda sua trajetória é que muitas vezes as pessoas de nossa época não são capazes de compreender aquilo que pensamos, mas grande é aquele que não desiste de sua ideia. Além disso, a contribuição do autor para a matemática é de grande significância, sendo necessário estudos acerca dele, tendo em vista a divulgação dos seus feitos.

Pode-se perceber, no decorrer do artigo, como Grassmann foi construindo seu processo de pensamento para chegar ao que conhecemos hoje como álgebra linear, percebe-se, mesmo a pesquisa estando em seu estágio inicial, que é notório a importância de Grassmann para a constituição da Álgebra Linear e que muito ainda há de ser estudado sobre sua vida e seus escritos, bem como compreender as interferências sociais e culturais da época em sua vida e obra.

5 Referências

ASSIS, Aline M. Mesquita. **Atividade de estudo do conceito de transformação linear na perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental de V. V. Davydov**. PUC-GO, 2018

DIEUDONNÉ, J. **The Tragedy of Grassmann, Séminaire de Philosophie et Mathématiques**, no. 2, p. 1-14, 1979.

DORIER, Jean-Luc. **On the Teaching of Linear Algebra**. Mathematics Education Library. Kluwer Academic Publishers, v.23, p. 18-33, 2000.

GRASSMANN, Hermann. **Die lineale Ausdehnungslehre, ein neuer Zweig der Mathematik**. ZWEIT, im text unveränderte Auflage. Leipzig: Verlag von otto Wigand, 1878.

GRASSMANN, Justus. **Description of the life of Hermann Grassmann by his son Justus Grassmann**, probably written shortly after the death of his father, 1877. In: PETSCHE, HansJoachim; LEWIS, Albert C.; LIESEN, Jörg; RUSS, Steve. From Past to Future: Grassmann's Work in Context. Grassmann Bicentennial Conference, September 2009. Boston, USA: Birkhäuser, 2011, p. 3-8.

KLEINER, Israel. **A history of abstract álgebra. Boston**, USA: Birkhauser, 2007.

LINDER, Vinicius. **Relações entre matemática e filosofia na emergência da matemática pura: a matemática como fundamento da pensabilidade**. Educação matemática pesquisa (EMP), 2020.

OTTE, Michael, **The Ideas of Hermann Grassmann in the Context of the Mathematical and Philosophical Tradition since Leibniz**. Historia Mathematica, 1989, p.1-35

SANDER, Desmond F., **Hermann Grassmann and the creation of linear álgebra.** The American mathematical monthly. 1979, vol. 86, p. 810-817

SERVIDONI, Maria, **A axiomatização da aritmética: e a contribuição Hermann Grassmann**, PUC-SP, 2006.
.

RELATOS DE EXPERIÊNCIAS

O PIBIDIANO NO COTIDIANO DOCENTE: REFLEXÕES SOBRE A EDUCAÇÃO BÁSICA E O PROGRAMA PIBID

Isabella Lissa Ferreira Souza (Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia. isabella.lissa@estudantes.ifg.edu.br)
Ana Cristina Gomes de Jesus (Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia.ana.jesus@ifg.edu.br)
Daniela Cristina de Oliveira (Rede Municipal de Educação/ Universidade Estadual de Goiás. daniela.oliveira@ueg.br).

Resumo
O presente relato dispõe acerca das experiências iniciais dos passos no caminho da docência através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e a dinâmica da vida escolar pelo olhar docente. Além disso o relato expõe reflexões sobre a relação entre a realidade teórica do ambiente universitário e a realidade prática do cotidiano pedagógico que permeia o ambiente do ensino básico, trazendo também o amparo teórico de autores que se debruçam na temática da formação de professores e sua continuidade em processos de aperfeiçoamento docente com fins de melhora na prática pedagógica e a gestão dos saberes acumulados ao longo da vida docente. Em suma, o artigo apresenta reflexões e provocações sobre a interseção da realidade escolar presente no ensino básico e a realidade acadêmica na construção do futuro docente.

Palavras-chave: Educação Básica. PIBID. Formação Profissional. Ensino de Matemática. Futuro professor.

1 Introdução

Sou Isabella Lissa Ferreira Souza e curso Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Goiás, câmpus Goiânia. Sou discente bolsista participante do PIBID de edital número 37/2022. No respectivo programa de iniciação à docência, a escola-campo onde vivencio os primeiros passos da docência é uma escola da rede municipal de Goiânia no setor Residencial Bougainville.

O presente relato intenta abordar as vivências e percepções dos primeiros passos da docência, contando experiências observadas na sala de aula, a relação com os alunos da educação básica, o relacionamento com funcionários e docentes da escola e a imersão no ambiente escolar, desde a observação das aulas da professora supervisora de Matemática até participar do momento da merenda com as crianças.

2 Sobre a escola

A escola campo do programa, está localizada no Residencial Solar Bougainville, na rua SB 14.A unidade de ensino está situada em frente a uma praça, e a região é tranquila e com muitas residências e alguns estabelecimentos comerciais. O acesso à escola é facilitado devido às linhas de ônibus próximas à ela.

As instalações da unidade são bem estruturadas, há uma quadra de esporte coberta, um refeitório amplo e coberto, estacionamento para docentes e funcionários. Há dois prédios que abrigam salas de aula com apenas um ventilador por sala, o que torna o ambiente um pouco insalubre quando está calor. Entretanto, há na escola espécies de containers que abrigam salas de aula e otimizam o espaço, como também possuem ar condicionado. As chamadas “salas modulares” são uma iniciativa da prefeitura de Goiânia que objetiva otimizar o número de matrículas nas unidades de ensino da prefeitura, tanto em escolas quanto no CMEI (Centro Municipal de Educação Infantil). Portanto nessa respectiva escola-campo as salas modulares cumprem seu papel na ampliação de vagas.

A escola é coesa em seu corpo administrativo e docente juntamente aos demais funcionários, nesse sentido, os alunos possuem um bom suporte da coordenação pedagógica da escola que colaboram para o desenvolvimento dos discentes, que são bem tratados e assistidos pelos professores e demais profissionais da escola.

3 Participação no PIBID

O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) é um projeto do governo federal, como uma política pública de incentivo e qualificação na formação de professores no Brasil. O programa é via edital público, e nesse momento há um processo seletivo, as parcerias são firmadas com as Instituições de Ensino Superior(IES), a organização do processo seletivo é estabelecida com a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). O programa oferta bolsas aos professores da Educação básica chamados de supervisores, aos licenciando, chamados de pibidianos, aos professores formadores das IES, coordenadores do subprojeto, no caso, subprojeto de Matemática, e da

IES possui também um formador que atua como coordenador institucional, de tal forma que a bolsa serve também de incentivo para a participação no referido projeto.

Essa iniciativa objetiva contribuir com a articulação entre os cursos de licenciatura das IES e as escolas públicas de educação básica. Como também propõe aos futuros professores, os "pibidianos", a imersão no ambiente escolar da educação básica para, a partir dela, considerar metodologias e refletir na relação professor-aluno e as demais dinâmicas no horizonte de possibilidades da vida docente.

Enquanto acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática, acredito que o PIBID é uma iniciação notável à vida docente, pois, ao acompanhar a rotina escolar pela ótica de um professor, a realidade acadêmica torna-se mais matizada e ganha novas cores. Ainda que, na jornada universitária nos defrontamos com diversos arcabouços teóricos que discorrem sobre teorias da educação, metodologias de ensino, didática, tecnologias de ensino; e tantos outros caminhos que percorremos na vida acadêmica, é precisamente na prática pedagógica e na imersão da rotina escolar que ocorre o diálogo da realidade teórica da universidade com a vivência do ordinário escolar.

Foi essa interseção de realidades que me propus a vivenciar através do PIBID. O programa por sua vez, foi essa janela para o ordinário da vida escolar que quis observar enquanto percorro a jornada acadêmica.

As atividades que são desenvolvidas no decorrer do programa proporcionam uma iniciação docente ampla e dinamizada, visto que os estudantes participam de palestras, reuniões com a professora supervisora, além do estudo de textos de autores que se debruçam sobre a temática da educação e educação matemática. Ressalto que há uma riqueza singular no contato com a professora-supervisora diante do estudo dos textos que a mesma propõe; nesse sentido, o diálogo entre a realidade teórica, do âmbito acadêmico, e a realidade pedagógica do ensino básico ocorrem com fluidez.

Acredito que essa percepção encontra ressonância com Tardif (2000), autor que discorre acerca dos saberes profissionais mobilizados na prática docente em que os professores mobilizam e aplicam uma variedade de conhecimentos profissionais na prática diária; como conhecimento da matéria, preparação de aulas e conhecimento organizacional, compreensão dos principais princípios educativos e sistemas educativos, competências e atitudes como o prazer de trabalhar com jovens e crianças, ser capaz comunicar-se com eles e com os colegas. Esse conhecimento é acumulado ao longo da carreira e ajuda a resolver os problemas dos professores em exercício e a dar sentido às suas situações específicas de trabalho. Portanto, o vislumbre da prática desses saberes aponta para o conhecimento docente construído ao longo da jornada.

Ao observar as aulas, é possível perceber o quanto a formação do docente possui dinamicidade, pois tanto o aprender quanto o ensinar coexistem na postura do professor. O programa em si, portanto agrega em várias facetas da formação acadêmica, pois oferece diferentes níveis de aprendizado que compreende o âmbito teórico do conhecimento e a imersão no ambiente escolar através do contato com os alunos e a convivência com os professores e funcionários.

4 A sala de aula e os alunos

Acompanho as aulas de matemática que são ministradas aos alunos do 6° ano do ensino fundamental. As salas de aula comportam geralmente até 30 alunos, algumas possuem apenas um ventilador e as outras possuem ar condicionado, no caso das salas modulares.

A faixa etária dos alunos está entre 11 e 13 anos de idade. As crianças são participativas durante as aulas, nota-se que alguns participam mais que outros; mas é interessante observar como cada turma de 6° ano possui sua singularidade, como também tem demandas específicas.

No total são quatro turmas de sexto ano. Frequento mais o 6° D e o 6° A, mas já tive contato com as turmas B e C. Em determinadas turmas, há alunos que necessitam de atenção mais específica para progredirem no aprendizado; para isso existem professores que auxiliam essas crianças durante as aulas com atividades específicas para elas. É importante destacar que essa atenção às necessidades específicas de algumas crianças não as exclui da sala de aula; pelo contrário, as mesmas são integradas e convivem de modo saudável com os outros alunos.

No que diz respeito ao nível de conhecimento, há uma certa heterogeneidade nas salas de aula. Ao mesmo tempo em que alguns alunos demonstram uma facilidade com os conteúdos ministrados, outros possuem uma extrema dificuldade em se apropriar do conteúdo. Acredito que essa disparidade é consequência do cenário caótico da pandemia de Covid-19, com as aulas sendo ministradas de maneira remota, as crianças careciam de atenção dobrada dos pais e responsáveis no seu processo de aprendizagem. Portanto, nesse tempo pós-pandêmico muitas crianças chegaram à escola deficitárias de elementos de aprendizagem que são fundamentais para a continuidade da vida escolar. Nesse sentido, os professores possuem uma sobrecarga de demanda no ofício docente, no sentido de preencher da melhor maneira possível as lacunas de conhecimento.

Nesse ínterim, a relação professor aluno possui notável importância no processo de aprendizagem. Nas aulas que presenciei vi que a relação docente e discente possui uma dinâmica saudável. Apesar de haver momentos em que a professora chama a atenção dos alunos na sala, nota-se que os alunos respeitam a autoridade docente, e o tempo de aula não é totalmente desperdiçado.

5 As aulas de matemática

Em um dos artigos que estudamos durante o PIBID, com a professora formadora, coordenadora do subprojeto da IES, o texto de Pimenta (1997) aborda a importância da relação professor e aluno, no sentido destacar a relevância de uma formação docente crítica e reflexiva para superar o fracasso escolar como também valorizar a docência para transpor o revés escolar. O meio possível que a autora destaca, é justamente o trabalho com diferentes linguagens, discursos e representações dos alunos na formação de professores, que por sua vez, é fundamental pois a prática da docência é objeto de análise e reflexão na formação docente.

Nesse ínterim, há uma ressonância coerente com a realidade pedagógica e a instituição escolar e a formação do professor. Como aponta Pimenta (1997):

> Nesse sentido a formação envolve um duplo processo: o de autoformação dos professores,a partir da reelaboração constante dos saberes que realizam em sua prática, confrontando suas experiências nos contextos escolares; e o de formação nas instituições escolares onde atuam (PIMENTA, 1997, p 12).

Dessa forma, percebe-se que há um fundamento para a formação do professor no contexto das experiências escolares. As aulas de matemática perpassam essas vivências. Ao observar a rotina escolar e as aulas ministradas pela professora orientadora, as mesmas abrigam metodologias coerentes ao material didático fornecido pela secretaria de educação da prefeitura de Goiânia.

Ressalto que tal fato proporciona uma ambiguidade de qualidade metodológica, uma vez que o material didático possui atividades objetivas e não há tanta liberdade para aplicar outras metodologias de aulas. Existe de certa maneira, uma imposição da secretaria quanto ao material didático. A mesma enfatiza a obrigatoriedade de sempre fazer uso da apostila, limitando a liberdade metodológica do professor. É válido enfatizar também que é possível propor aulas de qualidade de acordo com o material proposto.

Portanto, as aulas de matemática caminham no contexto de aulas que contemplam o material didático, como também as brechas são aproveitadas para diversificar, dentro dos limites possíveis, as aulas de matemática.

Um exemplo dessa possibilidade de diversificação foi uma aula em que a professora supervisora trabalhou com a planta baixa para abordar o conceito de área. A proposta foi a seguinte: os alunos fariam o desenho de suas casas no formato de planta baixa representando os cômodos e a extensão de cada um deles. Essa metodologia é um exemplo de aula que não contemplou a apostila recomendada pela secretaria de educação municipal, entretanto houve um saldo positivo, pois os alunos foram participativos no processo de aprendizagem percebendo a aplicação do conceito de área em seu próprio contexto. Como também essa atividade permitiu observar como os alunos se apropriaram do conteúdo estudado na medida em que iam produzindo a planta baixa de suas casas.

Ao longo de todas as visitas à escola-campo, é possível construir uma reflexão progressiva acerca da importância do ensino de matemática na educação básica. A partir da imersão no ambiente do ensino básico, o acadêmico participante do PIBID pode perceber quanto desafios perpassam o cotidiano daquele que abraça a docência. Percebe-se o quanto é valioso que o conteúdo seja transmitido de maneira que provoque a autonomia do estudante ao apropriar-se do conhecimento e saber aplicá-lo sem abrir mão do senso crítico.

Diante dessa realidade conclui-se que o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência é fundamental para ampliar as perspectivas de formação do professor no cenário brasileiro, uma vez que o mesmo prepara o licenciando para uma realidade diferente da expectativa construída ao longo dos anos de formação acadêmica. Como argumenta Pimenta (1997) a prática docente é um caminho para repensar a formação de professores, dado que permite a reflexão sobre a identidade profissional do docente, a prática do ensino e como ocorre a formação continuada do professor ao longo do tempo associada ao acúmulo de saberes.

6 Considerações Finais

O conteúdo retratado nesse relato buscou traduzir as experiências iniciais de uma acadêmica em matemática no ambiente da docência. As percepções e observações apresentadas explanam o cotidiano escolar da perspectiva do docente, frente aos desafios rotineiros do ambiente escolar. A imersão nesse ambiente durante o Programa proporciona o vislumbre de novos horizontes de possibilidade no ato de lecionar. Ao observar os docentes na Educação Básica na prática da docência é possível extrair aprendizados que colaboram para a construção da vivência dos pibidianos enquanto futuros professores.

7 Agradecimentos

CAPES

8 Referências

PIMENTA, Selma Garrido. **Formação de Professores - Saberes da Docência e Identidade do Professor.** Nuances, vol. III, n. 2, p. 1-10, setembro de 1997.

TARDIF, Maurice; RAYMOND, Danielle. **Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério**. Educação & Sociedade, Campinas, v.21, n.73, p.239-262, dez.2000.

ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA: ANÁLISE DA EDUCAÇÃO BÁSICA NA REDE MUNICIPAL DE ENSINO VIVENCIADO ATRAVÉS DO PIBID

Diogo de Freitas Santos (IFG - Campus Goiânia. diogojopplin@gmail.com)
Rochel-Bills Malondha Zoba (IFG - Campus Goiânia. malondhar@gmail.com)
Verite Clerveau (IFG - Campus Goiânia. clerveauverite05@gmail.com)
Ana Cristina Gomes de Jesus (IFG – Câmpus Goiânia. ana.jesus@ifg.edu.br)

Resumo
Este relato de experiência apresenta as vivências do grupo de três discentes no curso de licenciatura em Matemática do IFGoiás, campus Goiânia em uma escola pública da rede estadual de educação, bem como nossa participação no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Serão abordados aspectos gerais da Escola campo, como a estrutura física e organização administrativa, além de enfatizar as aulas presenciadas em sala de aula, os alunos e as aulas de Matemática assistidas. O relatório também destaca a importância do programa PIBID para a formação profissional do licenciando e sua relação com a escola e os alunos. Por fim, são apresentadas reflexões sobre o ensino de Matemática na educação básica e o nosso papel como futuros professores.

Palavras-chave: Licenciatura. Matemática. Educação básica. Escola pública. PIBID

1 Introdução

Esse relato descreve a experiência vivida em sala de aula pelo trio: Diogo, Verite e Rochel. Somos estudantes do curso de licenciatura em matemática e colegas de sala, da turma de 2022/2, ou seja, estamos cursando o terceiro período nesse segundo semestre de 2023 desse curso acadêmico transformador no qual estamos atualmente matriculados. “Educação não transforma o mundo. Educação muda às pessoas. Pessoas transformam o mundo”. (FREIRE, 1968, p.12)

Logo no início do curso em 2022, fomos informados a respeito do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), no qual estaria ofertando algumas bolsas do programa naquele semestre (Edital 37). O PIBID é um programa coordenado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), e tem como objetivo principal incentivar a formação de professores para a educação básica, fortalecendo a relação entre teoria e prática na formação inicial de docentes. Ao fazermos a leitura da proposta pedagógica do programa logo ficamos entusiasmados em fazer parte desse projeto, fizemos nossas inscrições e fomos aprovados no processo seletivo. E com muita alegria e entusiasmo estamos vivenciando a experiência em sala de aula proporcionando o desenvolvimento de habilidades de ensino e a compreensão da realidade da educação no país.

2 Escola campo

A escola campo pertence a rede municipal de ensino de Goiânia e está localizada na região oeste da cidade, especificamente no Residencial Solar Bougainville, inclusive nas proximidades do IFGoiás, campus Goiânia Oeste. É nela na qual estamos vinculados ao programa, que temos o contato direto com a sala de aula, através da professora supervisora de Matemática e também a oportunidade de desenvolver atividades pedagógicas, interagir com os alunos e também colaborar com o planejamento de aulas e projetos educativos.

O local é uma área periférica de Goiânia que emergem desafios sociais complexos e clamam por atenção e soluções abrangentes. Na região observa-se questões como falta de infraestrutura adequada, acesso limitado a serviços essenciais e o baixo nível de educação e carência de recursos de saúde. Aparentemente o local é um bairro novo em desenvolvimento onde observa-se moradias muitas vezes precárias e outras construções com estruturas já bem mais elaboradas. Se nota também na região, diversas áreas vazias, construções abandonadas e lotes baldios tomados pela vegetação e pelo lixo descartados por moradores locais e de bairros vizinhos. O comércio local ainda é tímido, com alguns pequenos mercados, bares, posto de combustível e algumas fábricas às margens da rodovia que tangencia o bairro.

Outro fato que chama atenção é a insegurança no local. Aos redores da escola não notamos as forças de segurança pública fazendo patrulhamento na região, pois o bairro, marcado por um histórico de violência, vem enfrentando desafios persistentes na busca por segurança e bem-estar comunitário.

Em relação a estrutura física da escola não deixa a desejar, porém não é uma escola perfeita. O prédio aparentemente não é tão antigo, mas logo nas muralhas que cercam a escola observa-se diversas pichações o que retrata a região periférica e violenta que citamos anteriormente. No interior da escola nos banheiros também se vê a presença do vandalismo nas paredes.

As salas de aula possuem decoração feita pelos alunos e professores, mas o grande problema estrutural enfrentado é o calor intenso da região que prejudica o rendimento dos alunos, principalmente no turno vespertino onde as temperaturas são mais elevadas em determinadas épocas do ano. Nas salas de aula em que estávamos não tinha climatizadores adequados, mas sim antigos ventiladores barulhentos que atrapalham bastante as aulas.

De forma geral é uma estrutura que comporta bem estudantes e professores de forma harmoniosa e acolhedora. Observamos também que é um ambiente muito bem cuidado e bastante higiênico, nota-se um zelo que merece elogios à administração. Mas obviamente que a escola precisa de melhorias, principalmente na questão climática das salas de aula e da segurança externa da escola, problemas que já não estão mais na esfera administrativa da escola e sim na administração pública municipal, que não aplica corretamente os recursos destinados a educação e segurança pública. Outro detalhe que merece atenção foi que na escola não notamos uma sala de informática para uma maior interação dos alunos com o conhecimento atual.

3 Primeiro contato com os alunos

Nos primeiros dias percebemos uma certa desconfiança por parte dos alunos, não sabíamos o que eles estavam pensando, mas pelo semblante de alguns, pareciam estar apreensivos, outros agiram com indiferença, outros com curiosidade.

Nossos encontros eram semanais e participávamos de duas aulas, onde cada aula era em turmas distintas do 6º ano. Com o passar do tempo, nossa interação com o ambiente tornou-se notável pela sua fluidez e espontaneidade e, consequentemente, estabelecemos uma familiaridade com os discentes e esse contato direto nos proporcionou uma visão que ia além das aulas de matemática, aquele contato trouxe uma relação de amizade entre nós professores e alunos, e isso foi sensacional! É importante lembrar que cada aluno tem uma história individual e merece ser ouvida. Por trás das dificuldades enfrentadas por cada um, existem sonhos, ambições e uma fome por conhecimento que podem ser nutridos através de oportunidades iguais e um sistema educacional inclusivo.

4 Atividades realizadas no PIBID nas aulas de matemática

Nossa participação na sala de aula de fato aconteceu de forma bem natural e passiva. No início ficávamos na sala como ouvintes na posição de observadores assistindo como professora conduzia as aula de matemática e qual era o comportamento dos alunos. No decorrer do tempo com uma maior familiarização com as turmas, a professora nos deu a liberdade de estar interagindo de forma mais direta com os alunos, fazendo correções e tirando dúvidas das atividades teóricas da disciplina de matemática, que eram passadas em sala. Além disso, tínhamos autonomia para intervir quando a turma apresentava comportamentos inadequados, como conversas excessivas e indisciplina por parte de alguns alunos. Outro fato bastante interessante, foi a possibilidade que tivemos em acompanhar a aplicação de avaliações, nessa ocasião podemos observar as dificuldades apresentadas de certos alunos e em outros uma maior facilidade, o que obviamente é um fato bastante natural em qualquer instituição de ensino.

5 A professora

Nosso primeiro contato com a Professora Supervisora ocorreu no ambiente acadêmico da nossa instituição de ensino superior, ela foi apresentada pela coordenadora de área do PIBID, professora Ma. Ana Cristina Gomes de Jesus. Em uma conversa bastante agradável a Professora supervisora nos relatou detalhes sobre a trajetória de sua vida acadêmica e como seria trabalhado o projeto PIBID conosco. Depois disso, nosso contato se dá somente na escola campo, na qual a Professora ministra as aulas de matemática para turmas da educação básica, vale ressaltar que a professora supervisora é professora efetiva da Universidade Estadual de Goiás (UEG) e doutora em Ensino de Ciências e Matemática, o que com certeza não é comum na rede básica de ensino.

Nosso segundo encontro já na escola campo, primeiramente fomos apresentados a coordenadora da instituição e logo após já seguimos para nossa primeira experiência em sala de aula. Com muito profissionalismo a Professora nos apresentou para as turmas como professores, isso já nos trouxe uma responsabilidade a mais e também foi um momento muito marcante em nossas vidas, pois pela primeira vez estávamos sendo chamados de 'professor'!

A Professora "Dani" como ela é carinhosamente chamada pelos alunos conduz suas aulas de forma bastante dinâmica, e em cada turma ela tem um comportamento diferente, que se adapta aos níveis de conhecimento e disciplina dos alunos. A Professora faz o que está em seu alcance em relação a transmissão do conhecimento. Ela se mostra uma pessoa observadora e carinhosa com os alunos, mas também uma professora com o estilo de ensino rigoroso e bastante exigente. Ela pode ser percebida como assertiva ou firme em suas abordagens de ensino, que se faz necessário em determinadas ocasiões. Outra característica que observamos na professora foi sua visão a respeito de identificar onde o aluno apresentou uma dificuldade de entendimento em um determinado conteúdo.

De acordo com Libâneo (2013, p.58)

> o ensino é um processo social, integrante de múltiplos processos sociais, nos quais estão implicadas dimensões políticas, ideológicas, éticas, pedagógicas, frente às quais se formulam objetivos, conteúdos e métodos conforme opções assumidas pelo educador, cuja realização está na dependência de condições, seja aquelas que o educador já encontra sejam as que ele precisa transformar ou criar.

De tal forma percebemos que a ação do educador pode se diferenciar dependendo das suas concepções sobre educação, sobre matemática e o ensino de matemática. Percebemos que a didática utilizada pela professora é bastante intuitiva, utilizando os recursos que a escola oferece e também expondo problemas do cotidiano que podem ser abordadas na disciplina de matemática. Um exemplo disso foi uma exposição de uma planta baixa de imóveis onde ela levou panfletos de publicidades com ilustrações de imóveis, onde ela relacionava essas figuras com o cálculo de área. Nessa ocasião percebemos uma maior interação das crianças na aula. No geral percebemos a grande vontade que a professora tem em transformar aquelas crianças em seres pensantes contribuindo para o crescimento intelectual de cada um que se faz ali presente. A professora, no nosso entendimento é uma pessoa excepcional que iremos sempre lembrar dela e seremos eternamente gratos por ela nos proporcionar esse compartilhamento de experiência.

6 Os alunos

Notamos que a população estudantil da escola em sua grande maioria passa por problemas sociais diversos, mas principalmente problemas de situação econômica onde vemos nos corredores e salas de aula, crianças e adolescentes que enfrentam desafios que vão além dos livros didáticos, enfrentando uma batalha muitas vezes invisível. A falta de recursos financeiros pode criar obstáculos, desde a compra de material escolar básico, acesso a atividades extracurriculares enriquecedoras e talvez o pior de todos, que atinge diretamente o psicológico e a autoestima do estudante, expondo as desigualdades em termos de vestimenta, alimentação e acesso à tecnologia. Uma literatura que aborda os problemas sociais de forma contundente pode ser lida na obra de Darcy Ribeiro (1995), em 'O Povo Brasileiro', onde o autor discute amplamente as profundas desigualdades sociais que moldaram a formação do Brasil. Ribeiro explora fatores históricos, psicológicos e culturais que contribuem para a divisão entre diferentes grupos sociais.

Em suas análises, Ribeiro enfatiza a desigualdade no Brasil: "O Brasil é um país profundamente desigual, e a pior desigualdade que nos assola é a desigualdade de oportunidades. As pessoas não têm as mesmas oportunidades de se desenvolver, de crescer, de ter uma vida digna. Isso é um problema social e político grave." (RIBEIRO, 1995, p.23)

Apesar de todos os problemas vivenciados, entendemos que a escola é o ambiente determinante para a superação das desigualdades, contando com o papel dos professores e funcionários na criação de um ambiente inclusivo e acolhedor.

7 O nível de conhecimento dos alunos em matemática e o interesse pela disciplina.

De acordo com a historiografia a respeito da educação pública no Brasil, já esperávamos que os alunos da escola municipal estivessem enfrentando dificuldades na disciplina de matemática. Não podemos generalizar, mas alguns estudantes enfrentam obstáculos ao compreender conceitos matemáticos pouco complexos devido a uma combinação de fatores. Como as salas de aula geralmente possuem um grande número de alunos, o que pode dificultar a atenção individualizada. Além disso, a falta de recursos adequados, incluindo materiais didáticos e tecnológicos, pode limitar a capacidade da escola em fornecer uma instrução mais envolvente.

8 Considerações finais

A experiência vivenciada na escola Municipal até o presente momento através do programa PIBID, está sendo um período enriquecedor e transformador em nosso aprendizado. Ao longo dessa jornada, conseguimos compreender a importância do papel do professor na formação dos alunos e testemunhar de perto o impacto positivo que a educação pode ter em suas vidas. Essa vivência despertou em nós um interesse maior pelo ensino, fortalecendo nosso compromisso em contribuir para o desenvolvimento educacional, tornando-se uma base sólida para nosso futuro como educadores.

Iremos finalizar expressando nossas impressões pessoais sobre as experiências que testemunhamos durante o período em que já estivemos na escola.

“Tive a oportunidade de observar crianças no 6º ano que ainda não dominavam completamente a escrita. Nota-se que essa dificuldade observada está, em grande parte, relacionada a problemas familiares e ao sistema educacional falho que muitas vezes negligencia as necessidades individuais das crianças. É evidente que a falta de apoio em casa e as carências no ambiente escolar motivaram para esse cenário. Portanto foi inspirador ver a dedicação da professora em cumprir seu papel como educadora e também como mediadora, com o intuito de amenizar esses problemas extraescolar que os alunos enfrentam no seu cotidiano, fornecendo apoio necessário para o crescimento intelectual de cada aluno em sua jornada de aprendizado." (Diogo Santos)

"Minha experiência na escola está sendo uma experiência um pouco delicada sobre o tipo de aprendizagem dos alunos do 6º ano, quando descobri que o nível de aprendizagem de cada aluno é muito distinto, onde tem alunos que sabem ler e escrever, alunos que só sabem escrever, mas não conseguem ler e compreender, e tem alunos que não sabem nem ler e escrever. Fiz algumas reflexões e fui indagar o porquê que um aluno que não sabe ler ou escrever está no sexto ano? E a resposta que tive foi que as políticas educacionais permitiam esse tipo de situação. Como sou de origem Haitiana, essa foi uma experiência não muito satisfatória no meu ponto de vista ao conhecer como funciona a educação no Brasil. A experiência no PIBID me possibilitou a aprender como se apresentar em sala de aula, como falar e familiarizar com os alunos e também a resolver alguns exercícios e como acompanhar os alunos na sala de aula. Isso contribuiu com o enriquecimento do aprendizado da cultura brasileira. Também descobri, como são diferentes as turmas em uma mesma faixa etária, onde tem turmas mais calmas e outras mais agitadas. Tem turmas que conseguem se concentrar para aprender e já tem outras que não importa com o que está sendo passado pelo professor. Também descobri através da professora supervisora, que em cada sala de aula temos que ter uma maneira de se comportar, pois cada turma tem um nível de aprendizado diferente da outra." (Verite Clerveau)

"As minhas primeiras experiências na sala de aula levaram-me a interrogar-me sobre o tipo de relação que deveria ter com os alunos, a atitude que deveria ou poderia ter numa sala de aula. Estas reflexões levaram-me a colocar a seguinte questão: como é que a atitude de um professor e a forma como olha para os seus alunos podem influenciar a sua aprendizagem e o seu sucesso escolar? Através da professora supervisora, aprendi que um professor deve comportar-se de forma respeitosa, atenciosa e profissional para com os seus alunos. Isto significa, ouvir ativamente, ser justo, comunicar com clareza, ser empenhado e organizado, ser paciente e encorajador, usar disciplina positiva quando necessário e ser adaptável para satisfazer as necessidades individuais dos alunos. Faço também uma observação que acho importante: tem salas que são mais avançada que a outras, pois os alunos interagem quando a professora está dando aula, enquanto na outra tem muitos alunos têm dificuldade de acompanhar a professora. Também notei que a maioria dos alunos dessa turma não tem apoio em casa". (Rochel-Bills).

Entendemos que a importância da valorização da educação básica e do papel do professor, são fundamentais para refletirmos sobre a construção de uma sociedade mais justa e igualitária. “A valorização da educação básica é um alicerce essencial para capacitar os indivíduos a exercerem sua cidadania de forma plena” (LIBÂNEO, 2008, p. 11). Paulo Freire também ressalta que: "Educação é um ato de amor, por isso, um ato de coragem" (FREIRE, 1997, p. 25).

Nesse sentido, Libâneo ressalta que "a qualidade do ensino é função da qualidade da formação dos professores." (LIBÂNEO, 1991, p. 17). O papel do professor vai além de transmitir conhecimento; é também o de inspirar, motivar e despertar o potencial de cada aluno, estimulando a criatividade e o pensamento crítico.

Portanto, investir na valorização dos profissionais da educação e no fortalecimento da educação básica é um compromisso que impacta diretamente no futuro da nação. Somente através da valorização do conhecimento, da dedicação dos professores e do reconhecimento da importância da educação básica, poderemos construir uma sociedade mais justa, inclusiva e próspera.

9 Agradecimentos

A CAPES

10 Referências

RIBEIRO, Darcy. **O Povo Brasileiro:** a formação e o Sentido do Brasil. Companhia das Letras, 1995.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educacional. Editora Paz e Terra, 1997.

FREIRE, Paulo. **A pedagogia do oprimido:** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1968.

LIBÂNEO, José Carlos. **Democratização da escola pública:** a pedagogia crítico-social dos conteúdos. Editora Loyola, 1991.

___________________. **Didática**. -2 ed. –São Paulo: Cortez, 2013.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. 29ª ed. São Paulo: Cortez Editora, 2008.

VIVÊNCIAS DE ALUNAS LICENCIANDAS EM MATEMÁTICA: REFLEXÕES SOBRE A EDUCAÇÃO BÁSICA E O PROGRAMA PIBID

Bruna Levict Cardoso Ferreira (IFG – Câmpus Goiânia. bruna.levict@academico.ifg.edu.br)
Giulliana Ferreira da Silva (IFG – Câmpus Goiânia. GiullianaFerreira61@gmail.com)
Myllena Nayara Barbosa Pereira da Silva (IFG – Câmpus Goiânia. myllenanayara45@gmail.com)
Rebeca Moreira Rodrigues (IFG – Câmpus Goiânia. r.mmoreira.r@gmail.com)
Aneia Moraes Dos Santos (Seduc-Go. aneiamoraesdossantos@gmail.com)

Resumo
Este relato de experiência apresenta as vivências de quatro alunas licenciandas em Matemática em uma escola pública da educação básica, bem como suas participações no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). São abordados aspectos gerais da escola, como a estrutura física e organização administrativa, além de destacar a sala de aula, os alunos e as aulas de Matemática assistidas. O relato também destaca a importância do programa PIBID para a formação profissional das licenciandas e suas relações com a escola e os alunos. Por fim, são apresentadas reflexões sobre o ensino de Matemática na educação básica e o papel das futuras professoras nesse contexto.

Palavras-chave: Matemática na educação básica. Escola pública. PIBID. Ensino de Matemática.

1 Introdução

Serão retratadas neste relato de experiência as vivências dentro da escola campo, de um Centro de Ensino em Período Integral (CEPI) na região central da cidade de Goiânia, das alunas licenciandas em Matemática do Instituto Federal de Goiás (IFG), câmpus Goiânia: Bruna Levict C. Ferreira, Giulliana Ferreira da Silva, Myllena Nayara B. P. da Silva e Rebeca M. Rodrigues, enquanto bolsistas do Programa Institucional de Iniciação à Docência (PIBID).

Como parte das atividades propostas no PIBID está assistir às aulas da professora supervisora, Aneia Moraes Dos Santos, na escola campo. Entendemos que estamos inseridas no ambiente escolar de um CEPI, o que nos proporciona uma série de vivências que agregam para a nossa construção acadêmica enquanto futuras licenciadas, ou seja, professoras de Matemática. Viemos por meio deste texto relatar quais experiências foram mais marcantes nesse processo e de que forma elas têm contribuído para nossa formação.

Ao acompanhar as aulas da professora supervisora e estarmos inseridas no espaço da escola campo, pudemos ter uma noção sobre a estrutura física da escola, a organização administrativa e pedagógica, as salas de aula, os alunos e as aulas de Matemática, nos familiarizando com o ambiente de uma escola pública de ensino básico e as dinâmicas existentes no trabalho dentro deste ambiente.

2 Descrição da escola

O CEPI em tela está localizado em uma região centralizada da cidade de Goiânia - GO. A escola em si é de fácil acesso a toda comunidade, sendo bem localizada na região central de Goiânia. A escola possui uma estrutura que atende bem a demanda dos alunos, estando sempre bem limpa e com todos os ambientes bem monitorados, através de câmeras de segurança e com um interfone para identificação na entrada.

O colégio possui uma quadra de esportes coberta, para as atividades físicas a serem realizadas no contexto das aulas. Há também um refeitório para as refeições durante o dia dos alunos, banheiros bem limpos e organizados, a escola também fornece laboratório de informática com acesso a internet e todo equipamento necessário para atividades a serem realizadas, cabe ressaltar também a extrema segurança que a escola campo oferece.

As salas de aula estão bem localizadas dentro do espaço escolar com um amplo pátio ao redor e armários bem distribuídos para a comunidade escolar guardar os objetos pessoais. Entretanto, algumas salas são pequenas para a grande quantidade de alunos presente em algumas turmas, o que dificulta um pouco a locomoção dentro das salas, além da climatização inadequada, pouco ventiladas.

A escola campo possui uma sala dos professores e um banheiro para os funcionários. Este, porém, é mal localizado dentro do ambiente escolar e se mostra inadequado para a utilização de maneira confortável, o que dificulta o acesso e utilização por parte dos funcionários.

3 Participação no programa PIBID

O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) é um programa do Governo Federal que busca antecipar o contato dos alunos licenciandos, e futuros professores, com a sala de aula da rede pública de ensino básico. O programa tem como objetivo unir as secretarias de educação e as Instituições de Ensino Superior (IES) na busca de melhorar o ensino das escolas públicas com nota abaixo da média nacional (4,4) no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), fortalecer as licenciaturas, por meio do incentivo de bolsas aos licenciando, o que ajuda na permanência e êxito e capacitação junto ao professor formador coordenador do subprojeto, juntamente com o professor supervisor da EB. (Ministério da Educação, PIBID - Apresentação)

Fazem parte das atividades desempenhadas no PIBID: a. produção textual de gêneros acadêmicos; b. acompanhamento de aulas nas escolas campo; c. auxílio nas atividades didáticas em sala de aula propostas pelos professores orientadores; e d. participação em eventos relacionados à formação em licenciatura em matemática.

Alguns fatores foram essenciais para nossa participação no programa. O incentivo da bolsa, juntamente com a busca pela experiência profissional em sala de aula, foram os fatores iniciais. Após iniciarmos as atividades passamos a ter, também, outros fatores impulsionadores para a nossa permanência no programa. Primeiramente, através do acompanhamento das aulas da professora orientadora e das reuniões e debates com a coordenadora do subprojeto, passamos a refletir sobre a relação professor-aluno dentro de sala de aula sob a perspectiva do professor. Outro fator bastante enriquecedor e que contribui como incentivo para nossa permanência é o contato com a produção de diversos gêneros acadêmicos e participações em eventos, de extrema importância para nossa formação.

A participação no programa PIBID nos impactou de diversas formas. Adquirimos experiência de como nos portarmos como professoras em sala de aula e quais recursos utilizar para guiar a aula e ensinar os alunos. Tivemos a oportunidade de comparar o que vimos na teoria durante o curso de licenciatura com o que vivenciamos na prática, avaliando quais práticas pedagógicas surtem efeitos ou não. Pudemos ter uma visão mais crítica sobre quais atravessamentos existem para levar à escola estar abaixo da média nacional no Ideb.

Participar do programa nos incentivou e reforçou nosso interesse de ir para a sala de aula. Nos fez enxergar o papel da educação como libertadora e como uma ferramenta para levar a uma mudança social, apesar dos desafios enfrentados. Trabalhamos bastante em grupo e pensamos juntos sobre as situações encontradas, tendo a chance de enxergar as situações sob outros pontos de vista.

4 Sala de aula e alunos

Primordialmente a experiência dentro da sala de aula que o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) nos proporcionou, dentro de em uma escola pública da educação básica, já foi bastante enriquecedora como futuras professoras de matemática, pois pudemos acompanhar a maneira que as aulas são conduzidas, as dificuldades recorrente do professor em dar continuidade ao ensino por distúrbios dos alunos. Pudemos observar, também, as dificuldades que os alunos apresentam na absorção do conteúdo ensinado nas aulas de matemática. Podemos pensar esse fato através de uma citação de Pais:

> O trabalho do aluno não é diretamente comparável ao trabalho do matemático ou do professor. Mesmo assim, essas atividades guardam correlações [...]. O aluno deve ser estimulado a realizar um trabalho voltado para uma iniciação à "investigação científica". Nesse sentido, sua atividade intelectual guarda semelhanças com o trabalho do matemático diante da pesquisa, entretanto, sem se identificar com ele. Assim, aprender a valorizar o raciocínio lógico e argumentativo torna-se um dos objetivos da educação matemática, ou seja, despertar o aluno o hábito de fazer uso de seu raciocínio e de cultivar o gosto pela resolução de problemas. (PAIS apud CAMPOS et al., 2019, p. 3).

Diante das experiências proporcionadas pelo programa, podemos ressaltar a importância para nossa formação dentro da licenciatura em matemática através das vivências que obtivemos através da relação com a comunidade escolar (alunos, professores e demais funcionários), que nos ajudaram a entender melhor a relação professor-aluno dentro da sala de aula. A partir desses aprendizados, iniciamos nossas jornadas como professoras, com uma bagagem cheia de prática, principalmente pela divisão das observações feitas nas aulas por nós pibidianas, juntamente com nossas duplas, debatendo as diversas formas de ensino e auxiliando os alunos com os conteúdos estudados.

5 Aulas de Matemática e a professora de Matemática

Nossa Coordenadora do subprojeto da área responsável nos instruiu a dividir nosso grupo de estudantes pibidianos em dupla, a qual cada dueto ficou responsável em assistir uma vez por semana as aulas de matemática no CEPI José Honorato. As aulas acompanhadas possuem duração de 50 minutos cada e ocorrem no período matutino, com turmas do 6º ao 8ºano.

Nossa professora supervisora na escola é formada e atuante na educação desde 1999, atuou 23 anos e meio como professora de matemática no Ensino Médio em outro CEPI de Goiânia e atualmente está lecionando e nos auxiliando com o PIBID na nossa escola campo. Tem uma didática voltada para a aplicação da matemática na realidade dos alunos. Sua estratégia de ensino mistura aula expositiva dialogada, com a exposição de conteúdos e participação ativa dos estudantes, e portfólio formativo, em que a identificação e a construção de registro matemático são utilizadas na sua análise e reflexão para a resolução de problemas. As metodologias utilizadas são resolução de exercícios no quadro e no livro “A conquista da matemática” de Giovanni Castrucci, bem como matérias de apoio como régua e calculadora.

6 Considerações Finais

A nossa jornada dentro do CEPI José Honorato através do PIBID tem contribuído bastante para o nosso aprendizado profissional e acadêmico. As experiências adquiridas nos moldam em um caminho melhor quanto futuras professoras de matemática. “Minha esperança é necessária, mas não é suficiente. Ela, só, não ganha a luta, mas sem ela a luta fraqueja e titubeia” (FREIRE, 1992, p.12).

Pudemos observar o quanto o programa tem afetado, positivamente, os alunos da escola campo, uma vez que levamos para a sala de aula os conhecimentos adquiridos na teoria durante as aulas do curso de licenciatura, sob uma visão mais atual. Desempenhar trabalhos em conjunto com a professora orientadora inclusive tem se mostrado grandemente motivacional para a mesma e percebemos que nossa presença na sala contribui para a criação de um referencial de desempenho acadêmico a ser seguido pelos alunos, que passam a se verem na gente e a acreditarem mais no potencial que eles possuem.

7 Agradecimentos

Agradecemos à agência de fomento CAPES pelo incentivo das bolsas do PIBID, que tornaram possível a realização deste e de outros projetos que nos auxiliam grandemente em nossa vida acadêmica.

Agradecemos também à professora supervisora Aneia Moraes Dos Santos e à coordenadora do subprojeto Ana Cristina Gomes de Jesus, que juntas se empenharam em nos guiar nas nossas primeiras experiências enquanto professoras de matemática dentro de uma rede pública de ensino. Levaremos seus ensinamentos sempre em nossas práticas pedagógicas.

8 Referências

CAMPOS, Hugo de S., CAIXETA, Priscila da C., MOTA, Eliane F. C., MORAES, Carmem L. A., PASSOS, Lucas dos S. Semana da matemática: relato de uma Experiência pibidiana. **Anais do 7o Encontro Goiano de Educação Matemática** – VII EnGEM – 22 a 24 de maio de 2019, Jataí, GO.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da esperança**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1992.

RELATO DE EXPERIÊNCIA: MONITORIA DE MATEMÁTICA PARA ATENDIMENTO DE ALUNOS COM NECESSIDADES ESPECÍFICAS

Pedro Victor Vieira de Matos (IFG – Goiânia. pedro.v@academico.ifg.edu.br)
Ana Cristina Gomes de Jesus (IFG - Goiânia. ana.jesus@ifg..edu.br)

Resumo
Neste Relato, sobre o programa de Monitoria de Matemática no IFG – Câmpus Goiânia é uma resposta proativa à necessidade de apoio específico para estudantes neuro diversos. Esses estudantes frequentemente enfrentam desafios significativos na compreensão e aplicação de conceitos matemáticos, e a monitoria visa preencher essa lacuna. O monitor, sob a supervisão do NAPNE, têm um papel fundamental ao oferecer suporte individualizado aos estudantes neuro diversos. Isso envolve explicar conceitos de forma adaptada, fornecendo exemplos práticos, ajudando na resolução de exercícios e oferecendo um ambiente de aprendizado acessível.

Palavras-chave: Monitoria. Matemática. NAPNE. Educação Inclusiva.

1 Introdução

O contexto educacional é um campo vasto e dinâmico que abrange todas as atividades e instituições relacionadas à educação, desde a pré-escola até o ensino superior e além. Ele desempenha um papel fundamental na formação das futuras gerações, no desenvolvimento de habilidades e conhecimentos e no progresso da sociedade como um todo.

A monitoria de matemática desempenha um papel crucial no contexto educacional, pois ajuda a melhorar o aprendizado e o desempenho dos estudantes nessa disciplina fundamental. Para compreender a importância da monitoria de matemática, é necessário primeiro analisar o contexto educacional em que ela se insere. Contexto este que envolve a importância da matemática em sua formação como cidadão, juntamente com os desafios de ensinar matemática, no qual muitos estudantes acham a matéria abstrata e complexa, e que por esse motivo, muitos estudantes desistem ou não conseguem passar em disciplinas de matemática, aumentando as taxas de evasão e reprovação, sendo uma sala de aula atualmente composta por uma diversidade de estudantes, com diferentes estilos de aprendizagem e necessidades.

Nesse sentido, a importância da monitoria de matemática, traz vários benefícios para os alunos, desde o apoio personalizado, esclarecimento de dúvidas, aumento de confiança, melhoria de desempenho acadêmico, promoção da inclusão, provocando uma redução das taxas de evasão e reprovação, sendo assim, ajudando os alunos a superarem os obstáculos que enfrentam nessa disciplina.

Alunos com necessidades específicas constituem um conjunto heterogêneo de estudantes que podem necessitar de suporte adicional ou adaptações no ensino para satisfazer suas necessidades individuais. Estas necessidades podem variar em termos de características físicas, cognitivas e emocionais, social ou sensorial.

O objetivo deste relato de experiência é descrever as atividades fundamentais desempenhadas pelo monitor de matemática no âmbito do Núcleo de Atendimento às Pessoas com Necessidades Educacionais Específicas (NAPNE) no IFG Câmpus Goiânia. Além disso, pretende-se destacar as contribuições significativas que essas atividades tiveram para a formação acadêmica do monitor. Essa formação está diretamente relacionada ao avanço da Educação Inclusiva, especialmente no que diz respeito ao suporte oferecido aos estudantes neuro diversos que buscam continuar seus estudos no Ensino médio e na Graduação.

2 Contextualização

A Monitoria de Matemática, foi oferecida pelo IFG – Câmpus Goiânia por meio de um Edital, durante esse relato será exposto e discutido as principais atividades realizadas pelo monitor no Núcleo de Atendimento ás Pessoas com Necessidades Específicas (NAPNE), do IFG – Câmpus Goiânia, e as suas principais contribuições para a formação profissional e acadêmica, articulada e desenvolvida na Educação Inclusiva entre estudantes neuro diversos que necessitam de atendimento e apoio individual para dar continuidade aos estudos no Ensino Médio e na Graduação.

3 Desenvolvimento

No decorrer de todas as atividades da monitoria, tive orientações online e presenciais em relação aos atendimentos e aos relatórios. Desde o início da monitoria de matemática no NAPNE, foi integrado não somente a sala do monitor com a sala do NAPNE mais também aos atendimentos dos alunos, ressaltando a importância que tive com os estagiários do NAPNE. Sempre recebendo as comunicações das demandas dos alunos atendidos pelo núcleo e os atendimentos agendados. Isso foi importante por conta de ficar o tempo todo na sala e quando tinha atendimento agendado, recebia a informação pelo núcleo, colaborando para o planejamento da monitoria. Portanto, foram atendidos mais alunos, por conta da relação de integração que teve da monitoria com o NAPNE.

Nesse sentido, a inclusão é um percurso a ser trilhado, demandando uma abordagem educacional crescentemente flexível, com o objetivo de acolher, acompanhar e atender cada aluno de maneira mais próxima (CONTE; HABOWSKI, 2021). É necessário compreender as necessidades individuais de cada pessoa e fomentar a sua autoestima. Dessa forma, conclui-se que o papel de monitores é de oferecer caminhos para que os alunos do NAPNE percorram sempre tendo como base o crescimento da autonomia.

Diante disso, nesta monitoria de matemática, os atendimentos realizados com alunos do Ensino Médio e do Ensino Superior, contemplou diversas necessidades especificas de cada estudante que procurou o atendimento ao NAPNE. Em específico, será abordada a experiência do monitor com um aluno que possui Transtorno do Espectro Autismo (TEA), pois ele foi o único estudante com necessidades especiais atendido na monitoria, seguido também com as experiências com estudantes que não possuíam necessidades especiais.

Os atendimentos com este aluno com TEA contemplaram um ensino mais delicado, pois o estudante apresentava reações negativas quando não compreendia o conteúdo explicado, da mesma forma os atendimentos com alunos foram bem desafiadores pois foi uma experiência que nunca tinha sido vivenciada na vida acadêmica do monitor, logo o contato com esses alunos, trouxe bastantes contribuições significativas. Assim, ao familiarizar-se com o aluno e compreender suas condições de interação social, o professor está capacitado a implementar adaptações e modificações nos diversos aspectos do processo de ensino e aprendizagem do estudante, possibilitando, assim, proporcionar uma educação de alta qualidade (CORRÊA, 2019). Nessa perspectiva, o ensino da matemática torna-se mais complexo, segundo a mesma autora

> Especificamente, no ensino de Matemática, a área é vista como uma das mais difíceis por grande parte dos estudantes no ensino regular, principalmente, pela questão dessa disciplina ser adotada por um caráter formal, o que pode ser um complicador em relação a Educação Inclusiva, dependendo do tipo de especificidade apresentada pelo estudante (CORRÊA, 2019, p. 13).

Diante do exposto, na monitoria com esse aluno foi abordada uma estratégia de ensino utilizando exemplos cotidianos para explicar Geometria Plana, especificamente, ângulos, e com os demais estudantes ensinados durante a monitoria também foi utilizado estratégias de ensino diversificadas. Durante os atendimentos, foi encontrado vários desafios, principalmente na metodologia que seria utilizada para ensiná-los.

Também com atendimento aos demais estudantes que passaram por essa monitoria, mesmo que não apresentassem necessidades especiais, foi desafiador elaborar estratégias de ensino que os contemplassem de maneiras individuais, pois os mesmos precisam também.

O período de atendimentos do monitor, contribuiu para a formação acadêmica deste, de modo a trazer conhecimentos e experiências que serão enfrentadas na carreira profissional como futuro professor de matemática.

4 Considerações Finais

A experiência de monitoria demonstrou a importância da integração entre a sala do monitor e o NAPNE para oferecer um atendimento mais abrangente aos alunos, promovendo a inclusão e reconhecendo as necessidades individuais. Enfrentar desafios, como atender alunos sem necessidades especiais e em específico um aluno com Transtorno do Espectro Autismo (TEA), destacou a necessidade de adaptar estratégias de ensino de forma sensível e eficaz, revelando a complexidade do ensino de matemática em um contexto inclusivo. Pois segundo Mantoan (2003)

> Incluir é necessário, primordialmente para melhorar as condições da escola, de modo que nela se possam formar gerações mais preparadas para viver a vida na sua plenitude, livremente, sem preconceitos, sem barreiras. Não podemos contemporizar soluções, mesmo que o preço que tenhamos de pagar seja bem alto, pois nunca será tão alto quanto o resgate de uma vida escolar marginalizada, uma evasão, uma criança estigmatizada sem motivos (MANTOAN, 2003, p. 30).

No contexto específico da monitoria de matemática, enfrentar desafios como atender alunos neuro diversos em específico um aluno com Transtorno do Espectro Autismo (TEA) demonstrou a importância da adaptação e da compreensão das condições de interação social de cada estudante. Isso permitiu que o monitor desenvolvesse estratégias de ensino mais sensíveis e eficazes. A complexidade do ensino de matemática, especialmente para estudantes com necessidades especiais, foi reconhecida, mas também mostrou o potencial transformador de uma abordagem inclusiva.

No entanto, ao utilizar exemplos cotidianos e personalizar o ensino, o monitor desenvolveu habilidades valiosas que enriqueceram sua formação acadêmica e o prepararam para uma carreira como professor de matemática, onde a inclusão e a empatia desempenharão um papel fundamental no sucesso educacional de todos os alunos.

5 Referências

CONTE, E.; HABOWSKI, A. C. **Educação inclusiva**: diferentes configurações, olhares e mundos possíveis. Revista Diálogo Educacional, [S. l.], v. 21, n. 70, 2021. Disponível em: <https://periodicos.pucpr.br/dialogoeducacional/article/view/26340>Acesso em: 26 set. 2023.

CORRÊA, Lucielma S. S. **O Ensino de Matemática na Educação Básica para Estudantes com Transtornos do Espectro Autismo (TEA)**. 35. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande. 2019.

MANTOAN, Maria T. E. **Inclusão escolar**: o que é? por quê? Como fazer? / São Paulo: Moderna, 2003.

PIBID: REFLEXÃO SOBRE AS VIVÊNCIAS PEDAGÓGICAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Daniela Cristina de Oliveira (Rede Municipal de Educação/ Universidade Estadual de Goiás. daniela.oliveira@ueg.br)
Ana Cristina Gomes de Jesus (Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia.ana.jesus@ifg.edu.br)
Aneia Moraes Dos Santos (Seduc-Go. aneiamoraesdossantos@gmail.com)

Resumo
Apresentamos neste trabalho algumas reflexões sobre nossas vivências como professoras supervisoras e como coordenadora do subprojeto de Matemática no Instituto Federal, campus Goiânia, participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Destacamos que o PIBID se constitui como um importante programa institucional que permite aos professores formadores reflexão sobre sua prática pedagógica e o compartilhamento de seus conhecimentos com professores em formação inicial.

Palavras-chave: PIBID. Formação de professores. Ensino de Matemática. Educação Básica.

1 Considerações Iniciais

Apresentamos neste trabalho algumas reflexões sobre nossas vivências como professoras supervisoras e como coordenadora do subprojeto de Matemática no Instituto Federal, campus Goiânia, participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Sendo nós professoras da Educação Básica e do Ensino Superior, acreditamos que o PIBID contribui não somente para a formação inicial dos futuros professores, mas também na constituição e solidificação da nossa prática pedagógica como professores formadores.

Nesse sentido, este texto apresentará algumas reflexões sobre nossa prática docente frente ao desenvolvimento desse projeto e algumas das ações desenvolvidas pelos pibidianos junto às escolas sede de desenvolvimento deste programa. Também apresentaremos algumas ações teóricas realizadas pelos estudantes participantes do PIBID.

2 Desenvolvimento

No caso de uma das professoras supervisoras, o programa PIBID surgiu em um momento da sua vida em que tentava desenvolver ações pedagógicas em uma nova instituição de ensino, estando anteriormente a mais de vinte anos lotada em outra escola.

Sempre buscou-se mostrar aos pibidianos que estava retornando às aulas dos anos finais do Ensino Fundamental após dez anos dedicados ao Ensino Médio e que muitas estratégias de ensino que propunha poderiam não funcionar. Aos poucos foi-se conhecendo as turmas e adequando ao convívio com os estudantes. Conviver com os graduandos que estavam apoiando nesta missão levou a rodas de conversas bastante ricas e esclarecedoras sobre seus respectivos posicionamentos em relação a sala de aula.

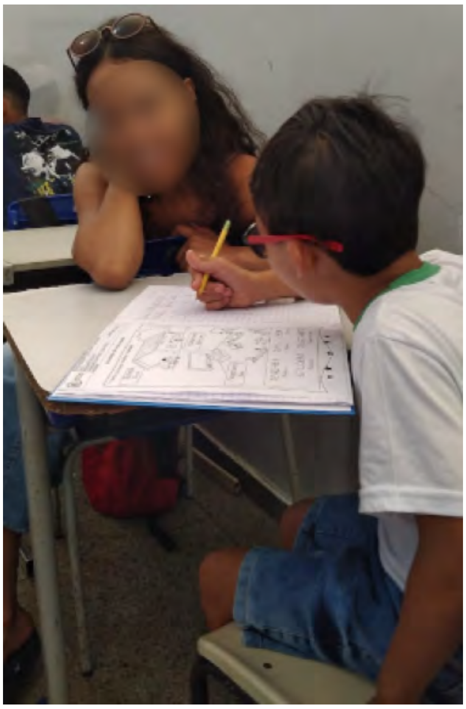
O mais interessante destes programas institucionais que levam os graduandos até as salas de aulas é que os pibidianos - alunos de graduação em formação inicial participantes do PIBID - são levados a conhecer um "laboratório vivo" sobre a docência, as experimentações são reais e não suposições com atores que representam situações problemas que poderiam surgir em uma determinada turma, todas as pessoas envolvidas no processo são reais, trazendo seus problemas e sonhos.

A outra professora supervisora, coincidentemente, também estava iniciando sua prática pedagógica em uma nova instituição de ensino, estando anteriormente lotada em outra escola por 12 anos. Ambas professoras abriram as "portas da sala de aula" para receber os estudantes pibidianos para que eles pudessem vivenciar o cotidiano escolar, mais especificamente as aulas de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental .

Os estudantes pibidianos acompanharam a prática pedagógica de ambas as professoras supervisoras, pois não são autorizados a tomar a frente da sala de aula. Eles assumiram a posição de professoras em formação, compreendendo como é o cotidiano de uma instituição de ensino, sua estruturação pedagógica e organização dos tempos e espaços educacionais.

Os pibidianos, quando os estudantes apresentavam dificuldades pontuais de apropriação do conhecimento, durante as aulas de matemática, auxiliavam os alunos de modo individualizado, como mostrado na figura 1 abaixo. Esta ação possibilitou uma vivência para o professor em formação e também uma oportunidade a mais de aprendizagem para o estudante. Essa experiência é possibilitada pelo programa a partir do momento em que o estudante em formação tem a possibilidade de vivenciar na prática a teoria estudada na universidade - a práxis pedagógica(SÁNCHEZ VÁZQUEZ, 2018).

Figura 1 – Pibidiana auxiliando um estudante na sala de aula.



Fonte: pessoal das autoras.

Além das vivências nas escolas, os pibidianos realizam estudos teóricos orientados pela professora coordenadora do subprojeto de Matemática no Instituto Federal, produzindo relatos de experiências para participação em eventos. Nossa participação junto a esse movimento de aprendizagem do fazer pedagógico nos permite refletir sobre nossa prática docente e também nos inserir nesse movimento vivenciado pelos pibidianos.

3 Considerações Finais

O PIBID é um importante programa que permite aos professores formadores reflexão sobre sua prática pedagógica e o compartilhamento de seus conhecimentos com professores em formação inicial. Se constitui em um riquíssimo espaço de formação humana profissional, possibilitando a vivência da unicidade da teoria e da prática, ou seja, da práxis pedagógica.

4 Agradecimentos

Este trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de nível Superior - Brasil (CAPES).

5 Referências

SÁNCHEZ VÁZQUEZ, A. **Filosofia da práxis.** Expressão popular, 2018.

PROJETO RECUPERAÇÃO DE CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL SEGUNDA FASE

Alexandre Silva Duarte (IFG/Câmpus Goiânia

alexandre.s.duarte@ifg.edu.br)

Elaine Altino Freire Leite (IFG/Câmpus Goiânia

elaine.leite@ifg.edu.br)

Lidiaine Maria dos Santos (IFG/Câmpus Goiânia

lidiaine.santos@ifg.edu.br)

Luciano Calaça Alves (IFG/Câmpus Goiânia

luciano.calaca@ifg.edu.br)

Manoel Bernardes de Jesus (IFG/Câmpus Goiânia

Manoel.jesus@ifg.edu.br)

Priscila Branquinho Xavier (IFG/Câmpus Goiânia

priscila.xavier@ifg.edu.br)

Rogério da Silva Cavalcante (IFG/Câmpus Goiânia

rogerio.cavalcante@ifg.edu.br)

Resumo

A partir da observação de diversos docentes que atuam ou atuaram nos primeiros anos dos Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio, notou-se profunda queda no rendimento dos alunos ingressantes, tanto após o ingresso via sorteio como também devido ao período da pandemia de COVID-19, sendo imprescindível alguma ação de recuperação dos conteúdos básicos de Matemática do Ensino Fundamental, especialmente da segunda fase.

Palavras-chave

Recuperação. Pandemia. Matemática. Projeto. Conteúdos.

1 Considerações iniciais

A pandemia do COVID-19, que parou o mundo no início de 2020, fez com que as atividades de ensino fossem adaptadas para o formato remoto (RESOLUÇÃO 20, 2020). Apesar dos esforços do Instituto Federal de Goiás e em especial do Campus Goiânia em garantir que todos tivessem acesso ao Ensino Remoto Emergencial, muitos alunos tiveram dificuldade em se adaptar a esta nova rotina, além disso, a mudança da forma de acesso que anteriormente era por meio de exame e que agora é por meio de sorteio, ainda que o sorteio seja o meio mais democrático, fez com que as turmas iniciais dos Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio ficassem muito heterogêneas no aspecto dos conhecimentos pré-requisitos do Ensino Fundamental, principalmente nas áreas de exatas.

Este projeto visou oportunizar aos estudantes que necessitam complementar o currículo com os conteúdos de Matemática que não foram abordados, ou não assimilados nos anos letivos do Ensino Fundamental, principalmente da segunda fase, desta forma dando condições de seguir no desenvolvimento nas séries seguintes dos Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio, dentro das premissas da instituição continuar garantindo um ensino de qualidade que prepare o aluno tanto para o mercado de trabalho como para a sequência na vida acadêmica (BERBEL, 2011).

2 Desenvolvimento

O projeto iniciou com reuniões periódicas entre os docentes do departamento 2 ao final do ano letivo de 2022, que após relatos das experiências nas séries iniciais e a angústia de vários docentes com relação ao baixo desempenho dos discentes principalmente nas áreas de exatas como Física, Matemática e Química e também com o alto índice de reprovações nos primeiros anos, sugeriram um atendimento no contra turno com abordagem de conteúdos básicos do Ensino Fundamental. Nesta oportunidade ficou estabelecido a elaboração de um instrumento diagnóstico para identificar quais alunos ingressantes no ano letivo de 2023, deveriam participar destes atendimentos.

Em outra reunião, já na semana de planejamento do ano letivo de 2023, foi apresentado a este grupo uma sugestão de instrumento avaliativo diagnóstico, constituído de 5 questões, assim distribuídas, uma questão de aritmética com expressões numéricas, uma situação problema envolvendo frações, uma expressão algébrica, envolvendo três incógnitas, uma de geometria plana, envolvendo o conhecimento de área e perímetro de um triângulo retângulo e uma quinta questão envolvendo cálculo básico de porcentagem. Foi aprovado a aplicação deste instrumento ao final da segunda semana após o início das aulas, e que antes, os docentes das áreas citadas, fariam uma breve revisão com os conteúdos previstos no instrumento diagnóstico. Para a elaboração do instrumento foi feita uma análise da Base Nacional Curricular Comum do Ensino Fundamental (BNCC – MEC, 2018)

Conforme acordado pelo coletivo, os discentes dos primeiros anos dos sete Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio, tiveram 5 encontros com revisão de conteúdos que foram abordados na avaliação diagnóstica e no sexto encontro na segunda semana foi aplicado o instrumento avaliativo diagnóstico. Veja Quadro 1:

Quadro 1: Exames diagnósticos aplicados

Informação	Quantitativo de discentes
Total de exames diagnósticos aplicados	207
Exames diagnósticos com desempenho ≥ média	82
Exames diagnósticos com desempenho < média	125

Os exames aplicados após as correções revelaram o quadro desolador dos discentes quanto aos pré-requisitos para cursar o Ensino Médio e o quanto teriam dificuldades para cursos os Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio, cerca de 60% dos discentes avaliados com o instrumento diagnóstico, não atingiram média 5 no exame, e um olhar mais detalhado mostrou que dos 125 discentes que não obtiveram êxito, cerca de 70% ficaram com notas abaixo de 4. Num recorte ainda mais específico, mostrou que 61% dos discentes erraram ou deixaram em branco a Questão 1, que envolvia aritmética com expressões numéricas, 60% erram ou deixaram em branco a Questão 2 que envolvia uma situação problema com frações. Quase 70%

erraram ou deixaram em branco a Questão 3 que envolvia expressão algébrica com três incógnitas. 52% erraram ou deixaram em branco a Questão 4, que tratava da área e do perímetro de um triângulo retângulo e 74% erraram ou deixaram em branco a Questão 5 que tratava de cálculo básico com porcentagem.

Diante do quadro apresentado, foi montado pelo coletivo de professores, cinco turmas no contraturno para atendimento dos 125 discentes, sendo cada turma uma média de 25 discentes previstos. Uma questão abordada no planejamento destes atendimentos foi como incentivar a participação dos discentes nestes encontros. Com a participação das Coordenações de Apoio aos Discentes dos quatro departamento, os discentes foram convocados para participar destas aulas no projeto e caso não pudessem frequentar as aulas, deveriam justificar e o seu responsável deveria dar ciente que o discente foi convocado, mas que não poderia participar. Este coletivo também definiu que os conteúdos que seriam abordados foram, as quatro operações com inteiros e racionais e expressões numéricas no primeiro momento do projeto.

As aulas do projeto iniciaram na última semana de abril do corrente ano e seguiram até meados de junho, após o qual teve um recesso, retornando as aulas no final de agosto e seguirão até a última semana de outubro. A adesão inicial dos discentes ao projeto, após as convocações, foi cerca de 50%, sendo que após o recesso novas evasões ocorreram e alguns professores do grupo no projeto precisaram, devido a outras demandas, deixar o projeto, agora neste semestre conta com três turmas fixa com média de 10 discentes em cada. Diversas reuniões foram feitas de forma remota entre os membros para trocas de experiências e também para replanejamento das ações, os principais relatos foram sobre como os discentes não tem domínio de operações básicas, não conhecem os algoritmos e não conseguem desenvolver cálculos mentais simples. O coletivo avaliando o processo ocorrido no primeiro semestre, decidiu retomar as quatro operações neste segundo semestre e avançar para expressões algébricas nos encontros do mês de outubro.

3 Considerações Finais

Ainda não foi possível avaliar o impacto do projeto, um novo instrumento foi aplicado agora no retorno do segundo semestre, mas os dados ainda não foram levantados. Alguns fatos foram constatados, os discentes ingressantes estão com nível muito baixo de conhecimento de conteúdos básicos. Muitos desses discentes evadiram da instituição na passagem do primeiro para o segundo semestre, em algumas turmas o número de evasão foi de cerca de 20%. É preciso vencer o desafio da adesão dos discentes ao projeto e aumentar a participação desses. Importante considerar os aspectos qualitativos ante os quantitativos (LDB, 1996). É necessário também o convencimento de colegas do departamento para integrarem o projeto, pois a demanda é alta para poucos docentes assumirem, além disso é imprescindível manter o projeto para os anos letivos seguintes, assim como integrá-lo com outras áreas do conhecimento como linguagens e humanas (IN - PROEN Nº 06, 2018).

4 Referências

BERBEL, N. A. N. **As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes.** Semina: Ciências Sociais e Humanas, 32(1), 25-40, 2011.

Instrução Normativa PROEN Nº 06 de 26 de dezembro de 2018

Lei de Diretrizes e Bases da Educação **LEI Nº 9.394, DE 20 DE DEZEMBRO DE 1996,** disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm

Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a base. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/ images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf> Acesso em: 26 de set. 2023.

Resolução 20/2020 - REI-CONSUP/REITORIA/IFG, de 30 de junho de 2020.

VIVÊNCIAS COMO LICENCIANDO EM MATEMÁTICA: REFLEXÕES SOBRE A EDUCAÇÃO BÁSICA E O PROGRAMA PIBID

Zaine Neves da Silva Souza (IFG – Câmpus Goiânia. souza.n@estudantes.ifg.edu.br)
Sara Gabriele Lino Basílio (IFG – Câmpus Goiânia. Sara.basilio@academico.ifg.edu.br)
Ana Cristina Gomes de Jesus (IFG – Câmpus Goiânia. ana.jesus@ifg.edu.br)
Daniela Cristina de Oliveira (Universidade Estadual de Goiás. daniela.oliveira@ueg.br)

Resumo
Este relato de experiência apresenta as vivências de duas licenciandas em Matemática, em uma escola pública de educação básica de Goiânia, bem como sua participação no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). São abordados aspectos gerais da escola, como a estrutura física e organização administrativa, além de destacar a sala de aula, os estudantes e as aulas de Matemática observadas. O relato também destaca a importância do programa PIBID para a formação profissional do licenciando e sua relação com a escola e os alunos. Por fim, são apresentadas reflexões sobre o ensino de Matemática na educação básica e o papel do futuro professor nesse contexto.

Palavras-chave: Licenciatura em Matemática. Educação Básica. PIBID. Ensino de Matemática. Formação de Professor.

1 Considerações Iniciais

Neste trabalho apresentamos algumas reflexões sobre as vivências pedagógicas vivenciadas no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Somos alunas do Instituto Federal de Goiás, Campus Goiânia, cursamos licenciatura em Matemática e participamos do PIBID. Este relato de experiência é respaldado nas observações das aulas de Matemática, numa escola pública de Goiânia, em uma turma do sexto ano do Ensino Fundamental. Esta instituição é uma escola ampla, de fácil acesso para os alunos e os trabalhadores; a organização administrativa é muito boa, os professores são eficientes e interativos com os alunos; as salas de aula são bastante arejadas, iluminadas e amplas; alguns dos alunos interagem mais nas aulas e outros não muito, nas aulas de Matemática os alunos gostam bastante e se interagem uns com os outros.

A Escola fica em frente a uma praça. Ela é muito importante para os moradores dessa localidade, pois é onde as crianças buscam se desenvolver. O acesso dos alunos é bem prático, pois moram na região. Para os trabalhadores, depende da onde eles moram e da disponibilidade de vagas ofertadas pela prefeitura de Goiânia.

A estrutura da escola se baseia em: 13 salas de aulas, sala de professores, quadra de esportes coberta, sala de leitura, banheiro adequado à alunos com deficiência ou mobilidade reduzida, banheiro com chuveiro, almoxarifado, área verde, sala de diretoria, laboratório de informática, cozinha, banheiro adequado à educação infantil, sala de secretária, despensa e pátio coberto. A escola tem aula nos três períodos - matutino, vespertino e noturno.

Vivenciamos esses momentos nas aulas de matemática por participarmos do Programa PIBID, que oferece bolsas de iniciação à docência aos alunos de cursos presenciais que se dediquem ao estágio nas escolas públicas e que, quando graduados, se comprometam com o exercício do magistério na rede pública. O objetivo é antecipar o vínculo entre os futuros mestres e as salas de aula da rede pública. Com essa iniciativa, o PIBID faz uma articulação entre a educação superior (por meio das licenciaturas), a escola e os sistemas estaduais e municipais.

Antes de termos qualquer contato com a sala de aula, a professora coordenadora vinculada ao Instituto Federal de Goiás, Campus Goiânia, nos instruiu por meio de estudos e leituras de textos de autores que pesquisam sobre Educação e Educação Matemática. Isso visava nos conscientizar sobre o ambiente da sala de aula e nossas práticas como futuros educadores.

Nosso primeiro contato com a escola que acompanhamos por meio do PIBID foi no primeiro semestre de 2023. O PIBID é um programa criado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), cujo objetivo é inserir os alunos que estão no início do curso de licenciatura no ambiente escolar como futuros professores. Realizado em escolas municipais e estaduais, o programa busca melhorar a qualidade de ensino, promovendo a aproximação entre as secretarias estaduais e municipais com as universidades e institutos federais.

Quando conhecemos o PIBID e seus objetivos, imediatamente pensamos em fazer parte dele. Ao nos inscrever para participar do programa, nosso objetivo era conhecer o ambiente da sala de aula enquanto futuras professoras. Queríamos entender de perto a realidade vivida pelos professores, suas dificuldades, e assim saber se realmente desejávamos seguir a carreira de licenciatura.

As atividades desenvolvidas no PIBID não se resumem apenas ao acompanhamento presencial na escola. Também realizamos estudos de leituras de autores que estudam a educação e suas práticas, além de participar de palestras e minicursos. A professora coordenadora responsável por passar essas atividades. Além disso, acompanhamos a professora supervisora na escola nas aulas de matemática, atuando como professoras-ouvintes. Ajudamos os alunos com dúvidas e dificuldades na realização das atividades propostas.

É notório o impacto que o PIBID tem na formação de futuros educadores. Mesmo faltando alguns meses para finalizá-lo, percebemos a quão rica tem sido essa experiência. O PIBID nos permitiu entender o que é uma sala de aula para um professor e conhecer textos de autores que provavelmente não estudaríamos durante a nossa formação. Ele nos proporcionou um novo olhar sobre a escola, o olhar de futuras educadoras. Podemos refletir sobre as práticas e formas vividas ali, e testemunhamos as principais relações do ambiente escolar, como professor e professor, aluno e professor, aluno e aluno, professor e conhecimento, aluno e conhecimento (FERNANDEZ, 2007).

2 Desenvolvimento

Acompanhamos na escola quatro turmas de sextos anos, que nomearemos por sexto A, B, C e D. Assim, as salas de aula das turmas do sexto ano A e B são grandes e comportam bem os estudantes. Não possui ar-condicionado, mas conta com ventilador. Já a sala de aula do sexto ano C e D são contêineres implementados recentemente como uma forma de economia de obras na construção de salas de aulas. Estas não são muito grandes, mas possuem ar-condicionado, o que faz uma grande diferença em relação ao conforto dos alunos e nos seus comportamentos durante as aulas em que há muito calor em Goiânia.

Iremos destacar especificamente duas turmas que acompanhamos, sexto ano A e D. Há diferenças significativas entre elas. Os alunos do sexto ano A aparentam e têm um comportamento mais adolescente, enquanto os do sexto ano D têm uma aparência e comportamento mais infantil. O conhecimento dos estudantes em relação à disciplina de matemática não é avançado, principalmente devido à pandemia e ao ensino online. Muitos não sabem fazer cálculos básicos como multiplicação. No entanto, há uma minoria de alunos que se desenvolvem bem na disciplina e gostam de matemática. Esse contato direto com os alunos é muito importante, pois eles compartilham suas dificuldades e podemos trabalhar em cima disso.

As aulas acompanhadas ocorrem no período matutino e nós as acompanhamos como ouvintes, ajudando os alunos com suas dúvidas nas atividades. Os conteúdos trabalhados foram multiplicação, fração, divisão, geometria, entre outros. Utilizamos metodologias como a resolução de exercícios no quadro e na apostila "Aprender Sempre". Esta apostila foi adotada pela prefeitura de Goiânia com a justificativa de nivelar os estudantes devido a defasagem da aprendizagem ocorrida durante o período da pandemia. A professora é orientada a trabalhar prioritariamente com este material, dando ênfase a ele devido a avaliações externas feitas pela Secretaria Municipal de Goiânia de modo bimestral.

Numa das atividades em que a professora desenvolveu ações com os estudantes não vinculadas diretamente à apostila, os alunos tiveram que fazer a planta de suas casas, o que despertou muito interesse e até alunos menos participativos tiveram um bom desempenho. É notável a importância do ensino da matemática na educação básica, pois diversas matérias utilizam as operações básicas ensinadas durante essa fase.

Durante todas as aulas que acompanhamos ministradas pela professora supervisora, pudemos perceber que ela possui um excelente domínio da sala de aula, além de uma didática de fácil compreensão. A experiência no PIBID tem sido extremamente importante, pois nos permite refletir sobre nossas futuras práticas como professoras. O convívio na sala de aula tem sido uma fonte de aprendizado constante, principalmente ao observarmos a maneira como a professora supervisora lida com os acontecimentos do dia a dia. Acreditamos que ensinar inexiste sem aprender (FREIRE, 2002).

A professora supervisora interage bastante com os alunos, ela consegue puxar a atenção deles para ensinar os conteúdos de matemática, a metodologia que ela usa é bastante coerente. Ela apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstrações de propriedades, seguindo de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação.

Os anos iniciais da escolaridade são importantes para a vida do educando, pois a base que formam segue até às demais séries, principalmente quanto aos conceitos e relações em português e matemática. Quando uma criança chega à escola, deve-se respeitar o desenvolvimento dela, pois cada aluno aprende no seu tempo, ainda mais que cada aluno traz uma vivência do dia-dia.

Nesse sentido, acompanhamos duas turmas do sexto ano, auxiliamos a professora ajudando tirar dúvidas e explicar algum conteúdo que eles não entenderam. A professora tentava ajudar todos os estudantes em sala de aula, perguntava quem tinha dificuldades, que ela ensinaria de novo. Por esse motivo, os alunos prestavam bastante atenção nas aulas e, gostavam muito do jeito que ela ensinava e explicava, por que ela é bastante compreensiva e profissional.

Freire (2002, p 256.) ressalta que “O professor é, naturalmente, um artista, mas ser um artista não significa que ele ou ela consiga formar o perfil, possa moldar os alunos. O que um educador faz no ensino é tornar possível que os estudantes se tornem eles mesmos”.

A professora supervisora é uma ótima professora, ela dá atenção para todos os alunos e explica muito bem. Na turma do sexto A tem um aluno que precisa de mais atenção, pois ele não aprendia como os outros alunos, pois ele tem Necessidades Especiais - Síndrome de Down. A professora sempre passa atividades extras e diferenciadas para ele fazer em sala e em casa. Ela é muito atenciosa com todos os alunos e isso é muito importante para nós como futuras professoras.

3 Considerações Finais

O desenvolvimento do pensamento matemático nos anos iniciais, não deve ser feito da forma mecânica, pois desta forma pode ocorrer desinteresse por parte dos alunos. Acreditamos que é necessário construí-lo com a interação dos mesmos, podendo tornar a aprendizagem mais significativa. Destacamos que a escola campo nós aprendemos várias coisas importantes como futuras professoras e entendemos sobre a importância do programa do PIBID.

Como futuras professoras, necessariamente devemos ser capazes de flexibilizar e mediar a aprendizagem e a construção de conhecimento dos estudantes. É um papel um pouco desafiador, mas não é impossível, pois tivemos experiência com as melhores professoras que conseguiram fazer esse papel.

A disciplina de Matemática sempre foi vista como uma disciplina difícil pelos alunos, pois é necessária a realização de muitos cálculos e a utilização de várias formulas. Mas devemos mostrar que não é tão difícil assim é só se dedicar um pouco mais e o aluno vai ter um bom aprendizado.

Desta forma o professor de matemática busca sistematizar e fomentar novas abordagens matemáticas. Contudo, é necessário entender que só existe um professor porque existem alunos sendo orientados.

4 Agradecimentos

Este trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de nível Superior - Brasil (CAPES).

5 Referências

SCHWARTZMAN, Simon. Como a Universidade Está se Pensando? In: PEREIRA, Antônio Gomes (Org.). **Para Onde Vai a Universidade Brasileira**? Fortaleza: UFC, 1983. p. 29-45.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à pratica educativa. 25ed. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

FERNÁNDEZ, F.A. Didática! Que didática? In: FERNÁNDEZ, F.A. ET AL. **Didáctica:** teoria y práctica. Habana: Editora Pueblo y Educacion, 2007, p. 01-20.