

INVESTIGAÇÃO DA EQUAÇÃO DA POTÊNCIA DE UM SISTEMA MECÂNICO PARA A COLHEITA DE ENERGIA DE VIBRAÇÕES.

Eduardo Mateus Costa Santos de Oliveira*¹(EG), Bruno Gabriel Gustavo Leonardo Zambolini Vicente¹(PQ)

¹NupSol – IFG-Campus Itumbiara/GO.

Área do Conhecimento: Materiais Dielétricos, Piezoelétricos e Ferroelétricos, Geração da Energia Elétrica.

Resumo

Resumo – Este artigo tem como objetivo a investigação e análise matemática da equação teórica da potência disponível em um sistema mecânico elementar de um grau de liberdade, com vistas no aproveitamento, a posteriori, da energia de vibrações em sistemas com transdutores piezoelétricos acoplados a circuitos eletrônicos para colheita de energia. A partir da literatura correlata, o trabalho tem como enfoque a dedução detalhada da expressão da potência mecânica disponível, estabelecendo referencial para a análise do comportamento em frequência, fundamental para o desenvolvimento do sistema eletrônico que será projetado na etapa posterior do projeto de pesquisa do qual o presente trabalho faz parte.

Palavras-chave: modelagem matemática; materiais piezoelétricos; colheita de energia; energia de vibrações;

Introdução

Através da crescente demanda que existe por parte da indústria e do grande número de pesquisas do meio acadêmico por fontes alternativas, hoje a área de geração de energia elétrica conhecida por *power harvesting*, que consiste na colheita da energia ambiente, está em evidência [1][2]. O surgimento destas recentes fontes alternativas culminou no aparecimento de diversos setores que em outros momentos não conseguiram se desenvolver, haja vista que existiam fontes que sob o ponto de vista da viabilidade não eram aplicáveis [3]. Neste aspecto, o conceito de *power harvesting* é muito amplo e explora diversas formas de energia disponíveis no ambiente, apoiado nos diversos materiais com efeito de transdução em diferentes formas de energia. Alguns exemplos dessas energias disponíveis para transdução são:

- Energia luminosa, como a disponível pelo sol.
- Energia dos gradientes de temperatura.
- Energia de irradiação eletromagnética.
- Energia cinética.

No caso da energia solar, a transdução pode ser realizada através do efeito *seebeck*, que consiste na conversão direta da diferença de temperatura em tensão elétrica. Já em grandes centros urbanos, uma fonte de energia ambiente a ser explorada são as ondas de rádio e televisão, via transdução eletromagnética. Para o aproveitamento da energia cinética, disponível na forma de vibração em estruturas, edifícios, ou mesmo em ambientes domiciliares, existe a colheita de energia via piezeletricidade, que é o foco do presente projeto.

Este último efeito acontece devido a uma característica que alguns materiais têm em sua natureza. Quando se aplica uma deformação mecânica sobre os tais materiais, o resultado final é o aparecimento de uma tensão elétrica não-nula, ou quando existe uma tensão elétrica o material se deforma. Isso deve-se ao comportamento das cargas quando estão submetidas a um estresse mecânico, que reagem espacialmente de tal forma que cargas positivas e negativas se separam [5]. Este fenômeno recebe o nome de efeito piezoelétrico.

Através do efeito piezoelétrico, o presente trabalho tem como foco o aproveitamento da energia de deformação disponível na forma de vibração (energia cinética) de sistema mecânico a ser apresentado. Para tal, baseando-se nos trabalhos de [3] e [4], as equações elementares de dinâmica serão investigadas a fim de se modelar a potência mecânica teórica disponível, sendo esse um trabalho essencial para a modelagem do comportamento das grandezas elétricas mediante

acoplamento eletromecânico entre a estrutura hospedeira e a pastilha piezelétrica, bem como para o desenvolvimento do sistema eletrônico que será projetado na próxima etapa do projeto.

Modelagem do Problema Mecânico

O aparato mecânico apresentado na Figura 1, composto por sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade (movimenta-se apenas na direção vertical), instalado em uma armação que é excitado por uma vibração externa dada pela função $y(t) = Y \sin(\omega t)$. Segundo o trabalho de [3], a energia que será entregue para o amortecedor pode ser entendida como aquela a ser aproveitada para a transdução eletromecânica em uma pastilha piezelétrica, haja visto que a pastilha introduzirá amortecimento análogo ao desse elemento [6]. Para equacionar o montante da energia disponível no amortecedor é necessário encontrar as equações que regem a dinâmica da massa m , tal como a equação da sua posição $z(t)$ em relação ao aparato e a força resultante sobre a mesma.

Da dinâmica de corpos, a resultante de todas as forças na massa m dada pela equação:

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{y}) + k(x - y) = 0 \quad (1)$$

Uma vez que o deslocamento relativo da massa m é dado por:

$$z(t) = x(t) - y(t) \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1)

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = -m\dot{y} \quad (3)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace na Equação (3), com condições iniciais nula, tem-se no domínio da frequência:

$$mS^2Z(s) + cSZ(s) + kZ(s) = -mS^2Y(s) \quad (4)$$

Para o termo

$$G(s) = \frac{Z(s)}{Y(s)} \quad (5)$$

Aplicando (5) em (4) obtêm-se

$$G(s) = \frac{-s^2}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}} \quad (6)$$

$G(s)$ é um número complexo que multiplicado por $Y(s)$ resultará em $Z(s)$. Aplicando a transformada inversa:

$$z(t) = \frac{\omega^2 Y \sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{\left(\frac{k}{m} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{c\omega}{m}\right)^2}} \quad (7)$$

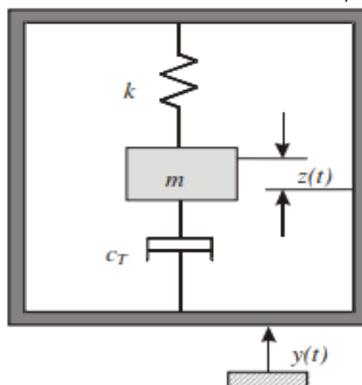
Tal que $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{c\omega}{k - \omega^2 m}\right)$

E a função $z(t)$ é a posição da massa m em relação ao aparato.

A partir da análise da Equação (7) pode ser facilmente provado que o valor máximo da posição relativa $z(t)$ é atingido quando $\omega = \sqrt{k/m}$. Para este valor de frequência angular, a massa passa a oscilar com os máximos valores possíveis de amplitude. Tal fenômeno é denominado ressonância e é comumente observado na natureza. O fenômeno da ressonância possui inúmeras aplicações seja em engenharia ou até mesmo na área da medicina. Em alguns casos a ressonância é responsável pela danificação de estruturas e construções, uma vez que o corpo que entra em ressonância passa a vibrar com uma frequência específica e com máximos valores de pico. Para o

efeito piezoeletrico a ressonância não é interessante em alguns casos, conforme relata [5], já que o material piezoeletrico é de natureza cerâmica, incapaz de suportar grandes deformações.

Figura 1 - Sistema mecânico com uma massa, mola e amortecedor.



Fonte: Adaptado de [4].

EQUAÇÃO DE POTÊNCIA

Conforme o trabalho [8], a potência mecânica na massa m pode ser calculada pelo produto da força e velocidade:

$$p(t) = -m\ddot{y}[\dot{y} + \dot{z}] \quad (8)$$

Impondo-se um deslocamento $y(t) = Y \sin(\omega t + \varphi)$ no aparato e aplicando a Equação (7) em (8), após algumas simplificações tem-se:

$$p(t) = \frac{mY^2\omega^3}{2} \sin(2\omega t - 2\varphi) \left[1 + \frac{\omega^2}{\sqrt{\left(\frac{k}{m} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{c\omega}{m}\right)^2}} \right] \quad (9)$$

Após mudança de variáveis aplicando a transformada de Laplace na Eq (9), tem-se:

$$P(s) = \frac{mY^2\omega^3}{2} \left(\frac{2\omega}{s^2 + 4\omega^2} \right) \left[1 + \frac{\omega^2}{\sqrt{\left(\frac{k}{m} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{c\omega}{m}\right)^2}} \right] \quad (10)$$

Substituindo $s = j\omega$ na Equação (10) e, seguindo os trabalhos [8] e [9], que eliminam o tendência oriunda da frequência cúbica no denominador, bem como o deslocamento unitário, tem-se:

$$P(\omega) = \frac{mY^2\omega}{3\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\tau^2\omega_n^2\omega^2}} \quad (11)$$

Uma vez que $\tau = c/2m\omega_n$ é o fator de amortecimento representado fisicamente pelo transdutor piezoeletrico. Para $\omega = \omega_n = \sqrt{k/m}$, a Equação (11) torna-se:

$$P = \frac{mY^2}{6\tau\omega_n} \quad (12)$$

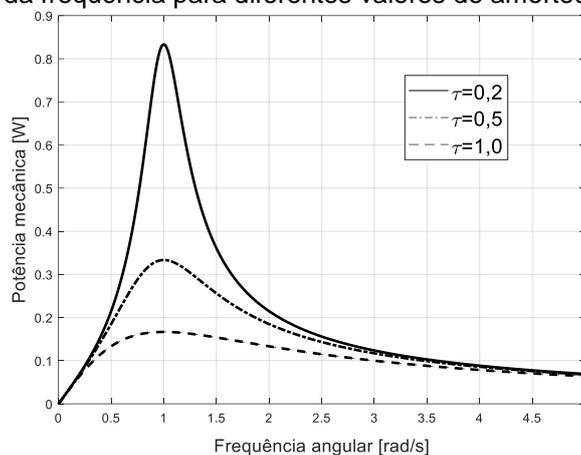
Esse é o caso em que o sistema entra em ressonância.

ANÁLISE DA EQUAÇÃO DE POTENCIA

Observando a Figura 2 e realizando análise qualitativa do aspecto das curvas obtidas, pode-se inferir que para situações nas quais a frequência de perturbação está estagnada em torno de um

valor fixo é interessante reduzir o máximo possível o fator de amortecimento, respeitando-se as limitações físicas do gerador para obter-se a máxima potência elétrica. No entanto, uma vez que a frequência de excitação varie muito, especialmente em frequências maiores, valores de fator de amortecimento altos tornam-se interessantes para garantir um nível de potência disponível quase constante [2].

Figura 2 Potência em função da frequência para diferentes valores de amortecimento.

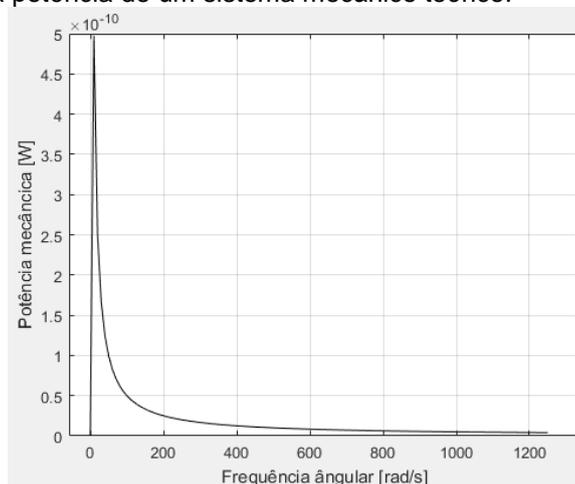


Fonte: Autores.

Assim, como foi mostrado no item anterior, a estrutura transdutora opera em sua “capacidade máxima” para um valor de frequência igual a frequência de ressonância do sistema, conforme deduzido na Equação (13). De acordo com essa equação, a potência é inversamente proporcional ao fator de amortecimento τ . A princípio, se o amortecimento for reduzido a zero é possível obter uma potência infinita, o que na prática não é factível, uma vez que é impossível “zerar” o amortecimento e não existe nada que possa armazenar tal valor infinito de energia. É necessário existir um certo valor de amortecimento para que a potência gerada seja finita. Além disso, o amortecimento regula as limitações físicas que existem no gerador, pois a massa, por exemplo, oscilaria de forma destrutiva quando fora das especificações (e próximo da frequência de ressonância). A frequência de operação e o amortecimento do gerador devem ser projetadas dependendo da aplicação tendo em vista que uma parte da potência mecânica e elétrica é perdida na estrutura do gerador por atrito interno, amortecimento pela resistência do ar e por efeito joule dissipando energia no ambiente na forma de calor.

Na Figura 3 está a curva obtida com a simulação da equação da potência alimentada com valores teoricamente reais. Para uma $m=20g$, $k=100N/m$, $\tau \approx 17.6777$ e uma varredura de 0 rad/s à 1256 rad/s na frequência. Percebe-se um transitório rápido em torno da frequência de ressonância e logo após apresenta uma brusca queda, tendendo rapidamente ao valor de reposta forçada.

Figura 3 Curva da equação da potência de um sistema mecânico teórico.



Fonte: Autores.

Conclusões

Para o sistema mecânico apresentado anteriormente, assim como para outros que apresentam a mesma configuração de oscilação e que podem ser modelados por equações semelhantes, o transdutor piezelétrico pode ser modelado mecanicamente como um amortecedor que irá coletar a potência disponibilizada pelo sistema mecânico convertendo-a em potência elétrica.

Assim como foi abordado no item anterior, a estrutura hospedeira que irá fornecer potência mecânica para transdução precisa vibrar com um valor de frequência conhecido e maior possível dentro dos limites das especificações do hospedeiro. Para o sistema em ressonância, uma outra análise cabível está no valor de amortecimento que o sistema mecânico precisa apresentar. De acordo com a Equação (13), quanto menor o valor de amortecimento do sistema maior será o valor da potência disponível. No entanto, tal afirmativa não é verídica pois a massa não tem um espaço ilimitado para transladar e existem valores de amortecimento que são impossíveis de anular como a resistência do ar, por exemplo.

Frente ao exposto, deve-se acrescentar que os geradores piezelétricos apresentam algumas vantagens em relação as fontes de baixa potência convencionais disponíveis no mercado elas:

- Vantagens sobre baterias, pois as mesmas têm um considerável volume, vida útil muito curta e desgastam-se muito rápido.
- Aproveitamento de energia desperdiçada no ambiente, já que a potência produzida que será consumida pela carga é integralmente coletada localmente.
- Em pequenas cargas instaladas em lugares remotos de difícil acesso para manutenção, onde a demanda elétrica pode ser atendida por um transdutor piezelétrico.

Referências Bibliográficas

- [1] Narita, F., Fox, M. A Review on Piezoelectric, Magnetostrictive, and Magnetoelectric Materials and Device Technologies for Energy Harvesting Applications. *Advanced Engineering Materials*. 2017, 1700743. DOI: 10.1002/adem.201700743.
- [2] Makimoto, T., Sakai, Y.; Y.; Evolution of Low Power Electronics and Its Future Applications, ISLPED 2003.
- [3] Williams, C. B., Yates, R. B. Analysis of a micro-electric generator for Microsystems, *Journal of Sensors and Actuators*, 52° Edição, pp. 8-11, 1996.
- [4] Beeby, S. P., Tudor, M. J., White, N. M. Energy harvesting vibration sources for Microsystems applications, *Journal of Measurement Science And Technology*, 17° Edição, pp. R175–R195, 2006.
- [5] Priya, S. and Inman, D. J., “Energy Harvesting Technologies,” Springer, 2009.
- [6] Siddique, A. R. M.; Mahmud, S., Heyst, B. V. A comprehensive review on vibration based micro power generators using electromagnetic and piezoelectric transducer mechanisms. *Journal of Energy Conversion and Management*, p.728 - 747, 2015.
- [7] Priya, S. Song, H., Zou, Y. Varghese, R. Chopra, A., Kim, S., Kanno, I., Wu, L., Ha, D. S., Ryu, J., Polcawich, R. G. A Review on Piezoelectric Energy Harvesting: Materials, Methods and Circuits. Published Online: 2017-02-01 .DOI: 10.1515/ehs-2016-0028.
- [8] Shu, Y. C., Lien, I. C., Analysis of power output for piezoelectric energy harvesting systems. *Journal of Smart Materials and Structures*, 15 (2006) 1499–1512. DOI:10.1088/0964-1726/15/6/001.
- [9] Erturk, A. and Inman, D. J., “Piezoelectric Energy Harvesting,” John Wiley & Sons, 2011.