

DESENVOLVIMENTO DE UM SOFTWARE PARA CÁLCULO DE PERDA DE CARGA DISTRIBUÍDA ATRAVÉS DA EQUAÇÃO DE COLEBROOK.

Gesmar de Paula Santos Júnior¹(EG), Getúlio Santiago dos Santos Júnior¹(EG), Matheus Bueno de Siqueira Pinto¹(EG), Bruno Gabriel Gustavo Leonardo Zambolini Vicente¹(PQ).

¹Instituto Federal de Goiás, *Câmpus Itumbiara*.

Área do Conhecimento: Engenharias

Resumo

Ao se realizar o transporte de fluidos através de tubulações o atrito com as paredes ocasiona perdas de energia, as chamadas perdas de carga. Para a análise desse efeito, deve-se obter o fator de atrito, que pode ser calculado através de diversas técnicas, sendo uma das fórmulas empírica mais próxima do real a equação de Colebrook. Para tal, neste trabalho foi desenvolvido um aplicativo para cálculo do fator de atrito, utilizando esta equação, buscando obter as perdas de carga distribuída, para regiões não laminares de diferentes tubulações. O algoritmo desenvolvido precisa lidar com um método iterativo, já que a equação de Colebrook clássica é dada na forma implícita. Durante o cálculo das perdas realiza-se também o cálculo do erro para cada iteração e apresenta-se os resultados em uma interface gráfica. O *software* se mostrou coerente com os valores obtidos na bibliografia, sendo uma ferramenta que pode minimizar os erros durante o planejamento de sistemas de bombeamento.

Palavras-chave: Equação de Colebrook, Fenômenos de Transporte, Coeficiente de Atrito, Perdas de Carga Distribuída.

Introdução

Segundo Fox e McDonald (2014), o atrito nos sistemas de escoamento provocam a queda da pressão, causando uma "perda", quando comparado com um caso ideal, desconsiderando o atrito. Para simplificar a análise, essa perda é dividida em duas partes, as perdas distribuídas, que são devidas ao atrito em porções de área constante do sistema, e localizadas, devidas ao atrito através de válvulas, tês, cotovelos e outras partes do sistema de área não-constante. A perda de carga total é considerada como a soma das perdas distribuídas devidas aos efeitos de atrito no escoamento em tubos de seção constante, com as perdas localizadas devidas a entradas, acessórios, mudanças de área, etc. Conseqüentemente, realiza-se o cálculo das perdas distribuídas e localizadas separadamente. As perdas distribuídas estão ao longo de toda a tubulação e são uniformes para um mesmo diâmetro, conforme a equação 1, denominada Fórmula de Darcy-Weissbach: .

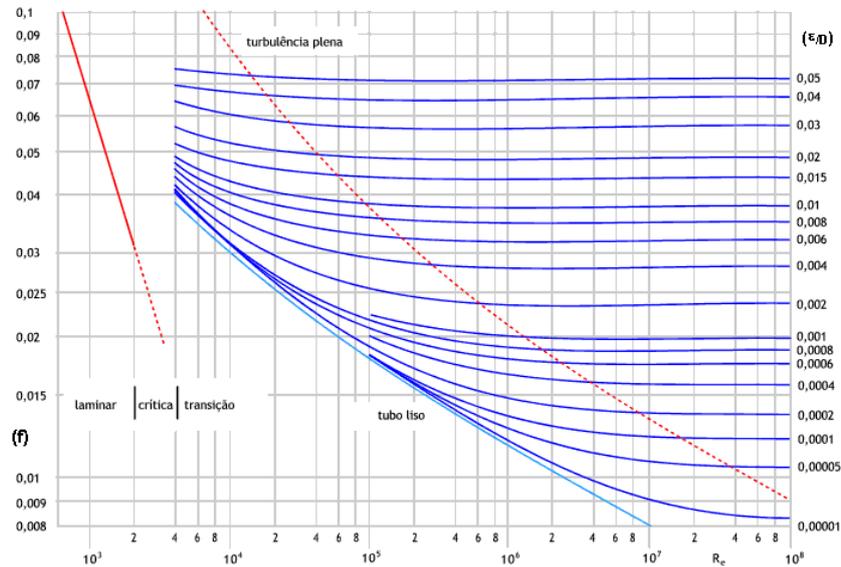
$$h = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (1)$$

onde h são as perdas distribuídas, f o fator de atrito, D o diâmetro, L o comprimento do tubo, g a aceleração da gravidade e v a velocidade de escoamento.

Para se calcular a perda de carga distribuída, deve-se antes determinar o valor do fator de atrito " f ". Para escoamentos turbulentos, o fator de atrito é determinado experimentalmente. Moody (1944) compilou os resultados de diversas medições do fator de atrito para uma vasta faixa de número de Reynolds e diversos valores de rugosidade equivalente. Os resultados deste trabalho são reproduzidos no gráfico da Figura 1, que ficou conhecido por "Ábaco de Moody", ou Diagrama de Moody, mostrado na Figura1. Sendo necessário para a análise alguns parâmetros, que são o

número de Reynolds (Re) e a rugosidade relativa (ϵ/D), para dutos de seção circular. Assim permitindo encontrar o fator de atrito (f).

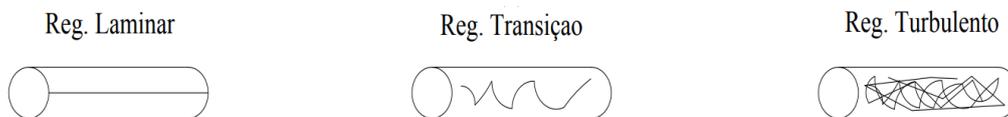
Figura 1 – Diagrama de Moody



Fonte: Moody Diagram. Version 1.0.0.0 (184 KB). Tom Davis

Segundo Netto (1998), o número de Reynolds, tornou-se popularizado na mecânica dos fluidos pelo engenheiro hidráulico e físico Irlandês, Osborne Reynolds em 1883. Em seus estudos teóricos, em demonstrações e experiências práticas de laboratório, ele demonstrou a existência de três tipos de escoamento, o Laminar, o Transitório, e o regime Turbulento. O escoamento laminar se caracteriza por um escoamento em camadas planas fluem de maneira organizada. Já no regime turbulento, o escoamento é apresenta oscilações das moléculas em torno de seu próprio eixo, o movimento das partículas é desordenado e suas trajetórias são sem forma definida e complicada de se analisar. Foi Reynolds quem primeiramente definiu critérios para se avaliar o tipo de regime de um determinado escoamento, conforme é mostrado na figura 2 a seguir.

Figura 2 – As linhas de fluxo em diferentes regimes de escoamento.



Fonte: Netto, A. Manual de Hidráulica; 7ª Edição. 1998.

Segundo Fox e McDonald (2014) “O número de Reynolds é a razão entre forças de inércia e viscosas. Escoamentos com “grande” número de Reynolds são, em geral, turbulentos. Aqueles escoamentos em que as forças de inércia são “pequenas” em comparação com as forças viscosas são tipicamente escoamentos laminares.”

Para os escoamentos turbulentos, a subcamada laminar é pequena de forma que a rugosidade superficial domina completamente a natureza do escoamento na região próxima à parede da tubulação (para valores de Re altos). Nestes casos, a queda de pressão necessária para promover o escoamento é o resultado de uma tensão de cisalhamento predominantemente inercial. Entretanto, para escoamentos com valores moderados de Re , o coeficiente de atrito depende tanto do número de Reynolds como da rugosidade relativa. O intervalo da Figura 1 onde não existem

valores de f é referente ao regime de transição entre o escoamento laminar e o escoamento turbulento. Dependendo da situação, o escoamento neste intervalo pode ser laminar ou turbulento.

Para evitar a necessidade do uso de métodos gráficos, mais suscetíveis a erros, na obtenção do fator de atrito para escoamentos turbulentos, diversas expressões matemáticas foram criadas através de ajuste de dados experimentais. Para o cálculo dessas perdas na região não laminar a equação 2 de Colebrook (1939), pode ser utilizada:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left(\frac{\epsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re\sqrt{f}} \right) \quad (2)$$

Onde Re - número de Reynolds, ϵ/D - rugosidade relativa e f - fator de Atrito.

Observando-se a Eq. (2), nota-se que o fator de atrito f possui uma dependência dele mesmo, de forma que um método iterativo é necessário para se chegar a uma resposta.

O objetivo geral deste trabalho foi o desenvolvimento de uma ferramenta para realizar o cálculo das perdas de carga distribuída em regiões não laminares em um escoamento, através de um algoritmo que utiliza o método iterativo para resolver a equação de Colebrook e apresentando o fator de atrito que corresponde aos parâmetros das determinadas condições de escoamento.

O *software* desenvolvido neste trabalho atende aos seguintes objetivos específicos:

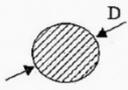
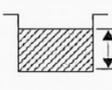
- Determinar o fator de atrito para diferentes condições de escoamento utilizando a equação de Colebrook, através de valores de entrada determinados pelo usuário;
- Apresentar o erro percentual das iterações;
- Permitir diferentes geometrias das tubulações, calculando o diâmetro equivalente;
- Calcular o tempo total para o cálculo, permitindo dois diferentes critérios de parada, sendo por número de iterações ou por erro percentual;
- Apresentar gráficos da evolução do fator de atrito por iterações, por erro percentual e por tempo de iteração.

Material e Métodos

O tubo é um conduto fechado e geralmente funciona como conduto forçado, quando o líquido estiver em contato com as paredes do conduto, exercendo nelas, em consequência, uma certa pressão, diz-se que o escoamento é forçado. A equação de Colebrook utiliza para seus cálculos o diâmetro do tubo, no entanto, nem todas as tubulações possuem uma área de seção circular. Para que o cálculo permita diferentes geometrias para as tubulações, deve ser calculado um diâmetro equivalente.

Na tabela 1 a seguir são fornecidos os elementos hidráulicos de dutos mais comumente utilizados na prática para definir uma proporção entre um tubo determinado e um tubo circular equivalente.

Tabela 1 – Equações para cálculo do Diâmetro Hidráulico de condutos de seção não circular

| | A | σ | R_{Hl} | D_{Hl} |
|---|--------------------------|------------|-------------------------|------------------------|
|  | $\frac{\pi D^2}{4}$ | πD | $\frac{D}{4}$ | D |
|  | a^2 | $4a$ | $\frac{a}{4}$ | a |
|  | ab | $2(a + b)$ | $\frac{ab}{2(a + b)}$ | $\frac{2ab}{(a + b)}$ |
|  | ab | $2a + b$ | $\frac{ab}{2a + b}$ | $\frac{4ab}{2a + b}$ |
|  | $\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ | 3a | $\frac{a \sqrt{3}}{12}$ | $\frac{a \sqrt{3}}{3}$ |

Fonte: Adaptado de Porto (2006).

A tela inicial do aplicativo, apresentado na Figura 3, contém os campos onde são inseridos os parâmetros do sistema a ser calculado. O usuário deve inserir o número de Reynolds, a rugosidade absoluta do duto em milímetros (mm), o diâmetro do duto em milímetros (mm), e também os dois possíveis critérios de parada, que são o número de iterações e o erro percentual. Para que o programa calcule é necessário um valor de chute inicial, onde por padrão utilizamos o valor “1”.

Figura 3 – Interface do aplicativo e acesso aos gráficos.

Perda de Carga Distribuída

Gráficos Sobre

SELECIONE A GEOMETRIA DA TUBULAÇÃO

CIRCULAR
 QUADRADA
 RETANGULAR
 CANAL
 TRIANGULO EQUILÁTERO

D(mm)

RUGOSIDADE (mm)

REYNOLDS

ERRO (%)

NUMERO DE INTERAÇÕES

CALCULAR

FATOR DE ATRITO

TEMPO TOTAL (ms)

MÉTODO

Fonte: Autores.

Ao pressionar o botão “Calcular” (Fig.3), é apresentado o resultado, o erro e o critério de parada.

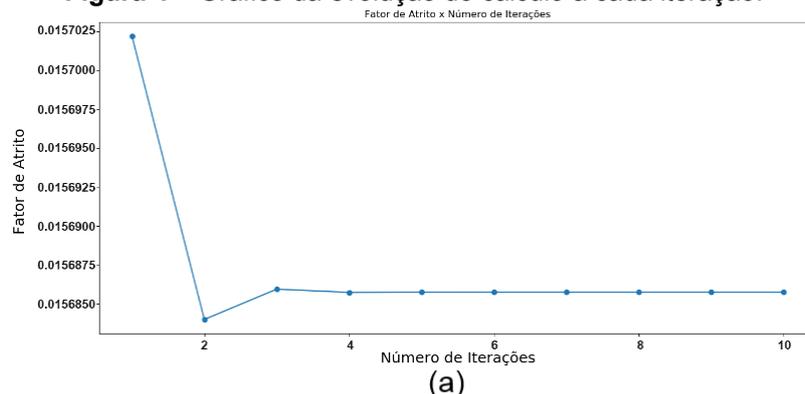
Resultados e Discussão

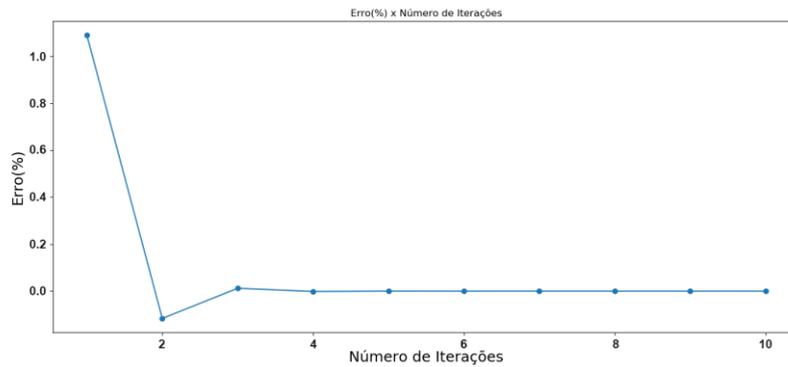
Durante a execução do *software* é contabilizado o tempo total de execução da equação de Colebrook, permitindo dois diferentes critérios de parada, sendo por número de iterações ou por erro percentual. Para o cálculo do erro percentual das iterações a seguinte equação 3 foi utilizada:

$$Erro\% = \frac{f_{novo} - f_{anterior}}{f_{anterior}} \times 100 \quad (3)$$

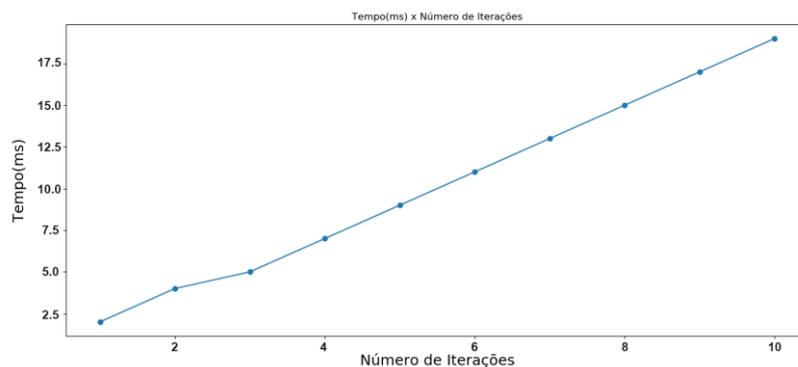
Utilizando os parâmetros, apresentados na Figura 3, os resultados obtidos podem ser visualizados abaixo do botão “Calcular”, onde observa-se após tempo de execução de 16 milissegundos, com um fator de atrito de 0,015685755. No campo “Método” é exibido o critério de parada selecionado pelo aplicativo, no caso o resultado “convergiu” atingindo um erro de 10^{-6} , necessitando de menos iterações que o limite de dez iterações estabelecido. Na Figura 4 temos três gráficos, (a) Fator de atrito por iterações, (b) tempo por iterações e por último (c) erro percentual pelo número de iterações. Através dos gráficos é possível visualizar a evolução do algoritmo.

Figura 4 – Gráfico da evolução do cálculo a cada iteração.





(b)



(c)

Fonte: Autores.

Este resultado é muito interessante, pois apresenta a resposta com um baixo erro em um curto intervalo de tempo, logo os recursos computacionais e tempo não inviabilizam sua utilização se comparado a análise tradicional, através do diagrama de Moody.

Conclusões

O aplicativo desenvolvido apresentou resultado coerente com os esperados na literatura ao realizar o cálculo das perdas distribuídas. Através do algoritmo que trabalha a equação de Colebrook de forma iterativa foi obtido um valor com um erro muito baixo, que está em torno de 10^{-6} , e com um tempo de resposta baixíssimo, na média de 16 milissegundos. Mesmo para tubulações em formatos diferentes do circular, é obtido seu diâmetro hidráulico de forma rápida e satisfatória. As características da equação tornam o cálculo eficaz e requerendo baixos recursos computacionais, pois o resultado é obtido com poucas iterações.

Referências Bibliográficas

- Colebrook, C. F. 1939. Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws. *Journal of the Institute of Civil Engineers*, 11(4), 133-156.
- Moody, L. F. Friction factors for pipe flow. *Transactions of the ASME*. 1944.
- Netto, Azevedo; et al. *Manual de Hidráulica*. 7ª Edição, 1998, Vol. 01. Pág. 109.
- Robert W. Fox, Alan T. McDonald, Philip J. Pritchard. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*, 8 Edição. Editora LTC. 2014.
- Porto, Rodrigo de Melo. *Hidráulica Básica - 4ª Edição*. São Carlos, EESC – USP. 2006. Capítulo 2.