

## PROJETO, SIMULAÇÃO E MODELAGEM MATEMÁTICA DE UMA MÁQUINA SÍNCRONA A RELUTANCIA.

Paulo H. A. S. Silva<sup>1</sup>(EG), Marcos A. A. Freitas<sup>1</sup>(PQ), Josemar Alves S. Jr <sup>1</sup>(PQ), Ghunter P. Viajante<sup>1</sup>(PQ), Eduardo M. C. S. de Oliveira<sup>1</sup>(EG), Gesmar de P. S. Jr<sup>1</sup>(EG)

<sup>1</sup> Instituto Federal de Goiás, Campus Itumbiara

**Área do Conhecimento: Máquinas Elétricas e Dispositivos de Potência.**

### Resumo

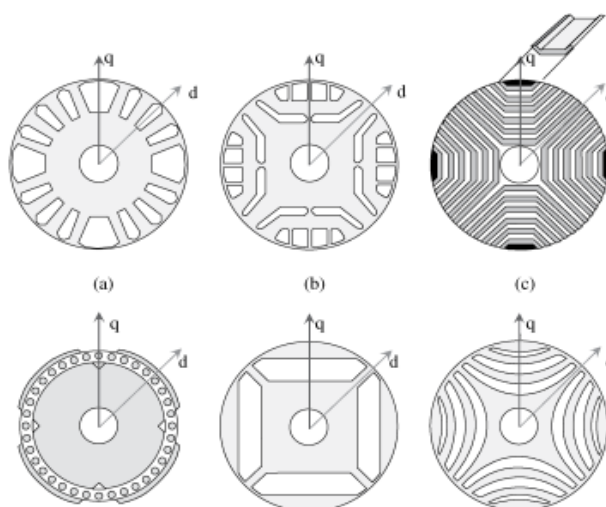
Este trabalho apresenta o projeto, modelo matemático e simulação de uma máquina síncrona à relutância (MSR). Os resultados mostrados são oriundos do projeto de pesquisa de iniciação científica, desenvolvido no Instituto Federal de Goiás-Câmpus Itumbiara. Como parte dos estudos são apresentadas as principais configurações de projeto de rotores, seguido de um modelo matemático que represente as características do motor. A modelagem desenvolvida possibilitou a simulação computacional do MSR. O motor analisado possui 4 polos e a simulação computacional foi realizada nos Softwares Ansys Maxwell e Matlab™/Simulink®.

**Palavras-chave:** Máquina Síncrona a Relutância, Modelagem Matemática, Simulação Computacional, Projeto de Máquinas Síncronas a Relutância, Máquinas Elétricas.

### Introdução

Os primeiros modelos de motores síncronos a relutância foram criados a partir século XX. Embora essas máquinas tenham surgido como alternativa para as máquinas assíncronas, os motores síncronos a relutância tiveram seu uso intensificado apenas após o desenvolvimento da eletrônica de potência e dos sistemas microprocessados de alto desempenho e baixo custo. A partir daí as MSR's foram, gradualmente, inseridas nos meios de produção industrial. Essa inserção deve-se principalmente ao baixo custo de fabricação e boa relação torque/velocidade, evidenciado através da produção de altos conjugados [1]. Diferente das máquinas assíncronas a ímã permanente, que utilizam em seu projeto ímãs de “terras raras” ou das máquinas de corrente contínua (MCC), que empregam comutadores e escovas, o MSR utiliza na construção do rotor e do estator, material ferromagnético. O rotor da MSR é liso, possuindo chapas dispostas transversal ou axialmente laminadas, conforme fig. 1 [1]. O estator do MSR, no entanto, assemelha-se aos estatores dos motores de indução (MIT).

A Figura 1 apresenta as principais geometrias, utilizadas para construção do rotor da MSR. Geralmente o desenho do rotor se diferencia, sobretudo na disposição das barreiras de fluxo. Estas estruturas atuam, diretamente, no funcionamento do MSR, orientando o sentido do campo magnético e proporcionando a existência do fluxo concatenado [1]. Apesar de existirem diversas topologias para os rotores, acionamentos e parametrização das propriedades intrínsecas do motor, todos os casos são investigados sob a perspectiva de dois eixos estacionários, denominados eixo direto e quadratura(d-q).



**Figura 1.** Projetos de rotores do motor síncrono a relutância [1].

## Material e Métodos

Para realização do trabalho, a metodologia e materiais empregados se constituem de:

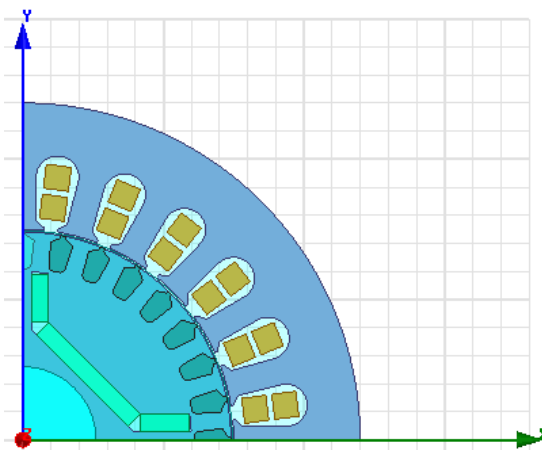
- ✓ Embasamento teórico em artigos, dissertações e teses envolvendo as MSR's.
- ✓ Estudo, na literatura, dos modelos matemáticos mais utilizado no ramo científico para representar as MSR's.
- ✓ Implementação do modelo matemático no ambiente computacional Matlab™/Simulink®.
- ✓ Simulação do MSR em *Software* de elementos finitos ANSYS® Maxwell®.
- ✓ Simulação, testes e ajustes do sistema completo envolvendo a MSR.
- ✓ Obtenção e ajuste de resultados, elaboração e preparação de relatórios técnicos.
- ✓ Preparação, submissão e apresentação de artigos técnicos com os resultados obtidos no projeto de pesquisa para congressos, seminários, simpósios e revistas de áreas afins.

## Resultados e Discussão ou Relato de Caso

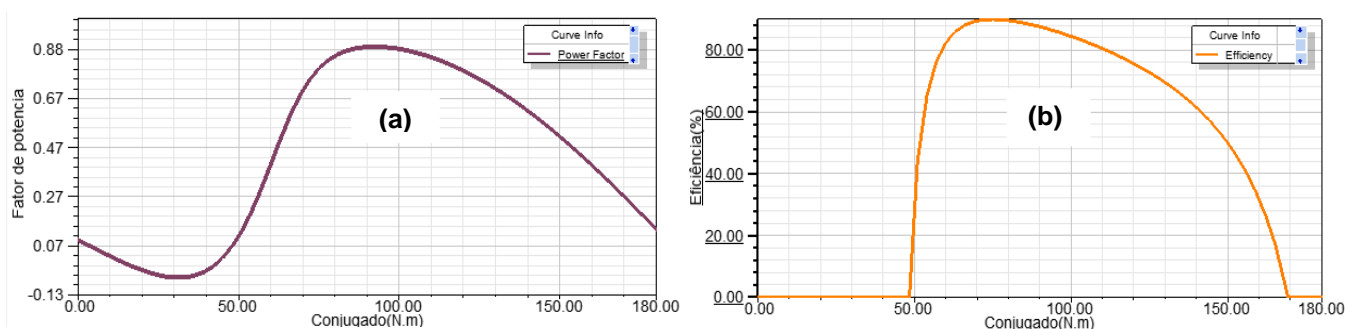
### 1. PROJETO DAS MRS

O rotor do motor síncrono a relutância é constituído de material ferromagnético, com ranhuras denominadas barreiras de fluxo, que orientam o sentido do fluxo magnético. O MSR é desprovido de enrolamentos no rotor, o que contribui para o surgimento de modelos mais leves e construtivamente simples [2]. Ainda nesta análise, foi utilizado o *Software* ANSYS MAXWELL, no intuito de possibilitar entendimento do processo construtivo e alcançar resultados de eficiência, fator de potência e velocidade, por exemplo, evidenciado nas figs 2 e 3. Neste sentido, foi utilizado um modelo fornecido pelo próprio *Software* de um motor síncrono com ímãs permanente no rotor.

**Figura.2.** Rotor de um MRS no *Software* ANSYS MAXWELL.



**Figura.3.** Em (a) curva do fator de potência, em (b) curva da eficiência do motor. Fonte: Autor.



## 2. MODELO MATEMÁTICO DO MRS

O circuito equivalente, que representa o MSR, é constituído, basicamente, por resistências e indutores. Será apresentado a seguir a modelagem do MSR, tendo em vista valores de corrente, fluxo e tensão no sistema de eixos d-q. Além disso, o modelo também inclui o conjunto de equações mecânicas, representado torque eletromagnético e velocidade do motor [2].

$$\begin{bmatrix} va \\ vb \\ vc \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Rs & 0 & 0 \\ 0 & Rs & 0 \\ 0 & 0 & Rs \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ia \\ ib \\ ic \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d\psi_a}{dt} \\ \frac{d\psi_b}{dt} \\ \frac{d\psi_c}{dt} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Onde:

- $va, vb$  e  $vc$  são as tensões que alimentam o estator da máquina.
- $Rs$  é a resistência dos enrolamentos presentes no estator.
- $ia, ib$  e  $ic$  são as correntes dos enrolamentos do estator da máquina.
- $\Psi_a, \Psi_b$  e  $\Psi_c$  representam os fluxos concatenados do estator do MSR.

O fluxo magnético do estator, apresentado na equação 2, é determinado através do produto entre a indutância e a corrente, conforme equação (2).

$$\begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{21} & l_{31} \\ l_{12} & l_{22} & l_{32} \\ l_{13} & l_{23} & l_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ia \\ ib \\ ic \end{bmatrix} \quad (2)$$

Embora o sistema trifásico 'abc', defasado por  $120^\circ$  elétricos seja referência, predominante, nas literaturas, o princípio de funcionamento do MSR baseia-se nas topologias que embarcam o sistema de eixos d-q. Para simplificação no modelo matemático e estratégias de controle. A mudança do sistema 'abc' para o sistema d-q é mediado pela transformação de Park, que relaciona parâmetros do motor à constante K para realização da transformação do sistema. A seguir o modelo representativo desta constante K para transformação de sistemas:

$$K = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_e & \cos \left( \theta_e - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta_e + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\text{sen } \theta_e & -\text{sen} \left( \theta_e - \frac{2\pi}{3} \right) & -\text{sen} \left( \theta_e + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

O ângulo  $\theta_e$  representa o ângulo elétrico. Os valores para tensões, correntes, fluxos e indutâncias de eixo d-q são proporcionais à constante K.

A transformação das tensões e correntes seguidas da determinação das indutâncias de eixo d-q são demonstradas a seguir:

$$\begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$L_d = L_s + M_s + \frac{3}{2} L_m \quad (6)$$

$$L_q = L_s + M_s - \frac{3}{2} L_m \quad (7)$$

$$L_0 = L_s - M_0 \quad (8)$$

As indutâncias  $L_m, M_s, L_d$  e  $L_q$  estão representadas no sistema de eixos d-q.  $\Psi$  representa o fluxo magnético e  $w$  a velocidade do eixo do motor. Além destes parâmetros está presente, neste modelo,

o número de pares de polos ( $p$ ). As expressões, se rearranjadas, à dinâmica do Sistema que resulta no torque eletromagnéticos, rendimento, velocidade e outros valores de saída.

A seguir serão apresentadas equações que modelam o torque eletromagnético da máquina:

$$T = \frac{3}{2}p(i_{qd}L_d - i_{di}L_q) \quad (13)$$

Onde:

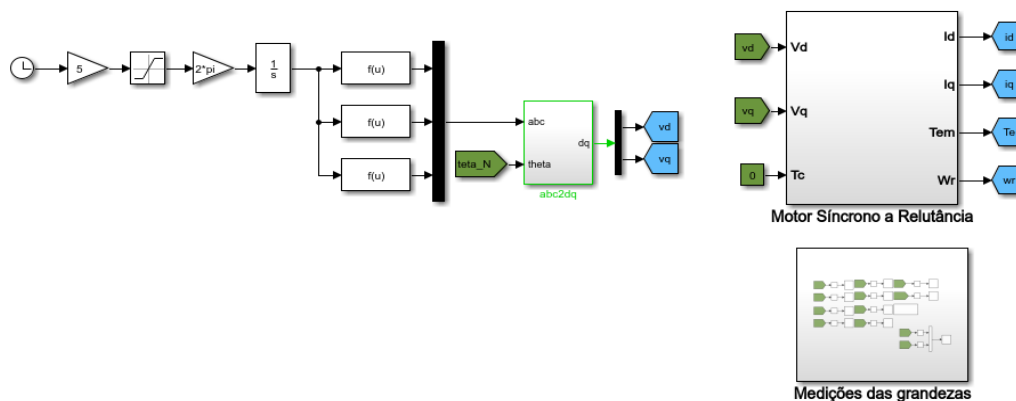
- $T$  representa o torque eletromagnético do MSR.

### 3. SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DO MSR

A simulação computacional foi realizada no *Software* Matlab™/Simulink® e é representada no diagrama da figura 4. Este diagrama mostra a fonte de alimentação trifásica senoidal, o modelo do motor síncrono a relutância e a medição das principais grandezas da máquina. A simulação foi implementada baseando-se no modelo matemático da máquina representado anteriormente.

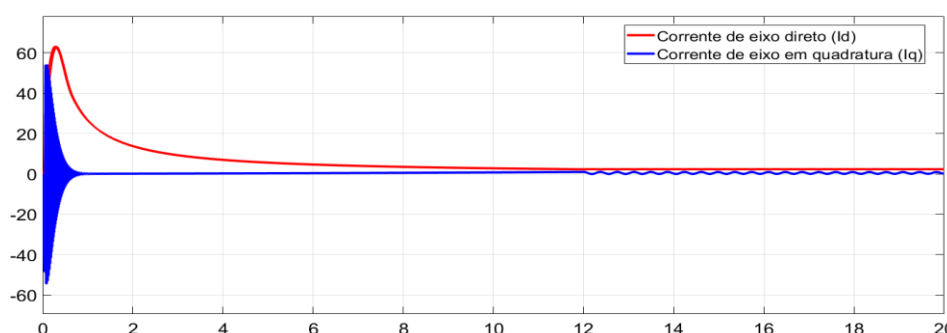
**Figura.4.** Simulação do MSR no MATLAB™/Simulink®.

#### Máquina Síncrona a Relutância - Malha Aberta



Fonte: Autor.

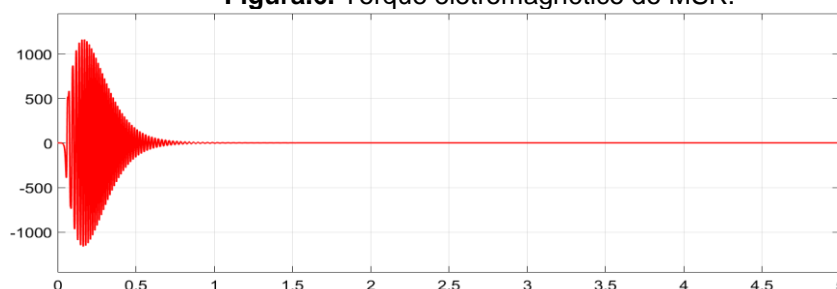
**Figura 5.** Representação das correntes no sistema de eixos d-q.



Fonte: Autor.

As correntes de eixo direto ( $I_d$ ) e eixo em quadratura ( $I_q$ ) são representadas na figura 5. Após transformação de a-b-c para d-q estas últimas se tornam estacionárias no tempo. Observa-se que após o transitório, as correntes de eixo d-q tendem a estabilidade.

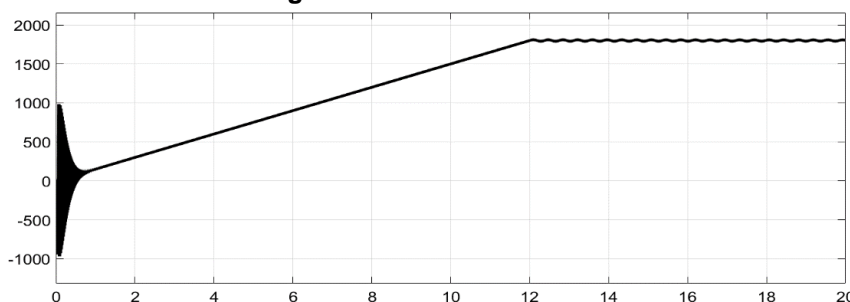
**Figura.6.** Torque eletromagnético do MSR.



Fonte: Autor.

A figura 6 representa o conjugado eletromagnético da MSR. Observa-se na partida da máquina um pequeno transitório, que vai até aproximadamente 0,7 segundos. Após esse instante de tempo o conjugado torna-se nulo, evidenciando a operação sem carga no eixo. A figura 7 mostra a velocidade do rotor da MSR. Observa-se que a máquina atinge a velocidade síncrona de 1800 rpm em aproximadamente 12 segundos. Esse tempo relativamente longo deve-se à partida suave, cujas frequência das tensões trifásicas senoidais foi gradativamente imposta.

**Figura.7.** Velocidade do MSR.



Fonte: Autor.

## Conclusões

O sistema, compreendido pela rede de alimentação trifásica e pela máquina síncrona a relutância foi projetado, modelado e simulado usando os *Softwares* ANSYS MAXWELL e MATLAB/SIMULINK. A utilização destas plataformas computacionais permitiu visualizar as principais grandezas da MSR, quais sejam: rendimento, fator de potência, velocidade, corrente e conjugado. As estratégias implementadas permitem prever o comportamento da máquina, o que contribui com o projeto de novas máquinas síncronas a relutância e do esquema de controle das mesmas. Embora não tenha mostrado resultados experimentais, observou-se em outros trabalhos que a plataforma desenvolvida representa com fidelidade se comparada a um sistema real. Num próximo projeto, a evolução da proposta culminará na realização de testes experimentais.

## Agradecimentos

Agradecemos ao Instituto Federal de Goiás e ao CNPq pelo suporte através da concessão de bolsas de iniciação científica.

## Referências Bibliográficas

- [1]. Pyrhönen, Juha, Hrabovcová, Valéria, Semken, R. Scott. Title: Electrical machine drives control: An introduction a machine drives. disponível em: <https://ocw.tudelft.nl/courses/electrical-machines-and-drives/subjects/subject-1/>.
- [2]. Lendenmann, h. Et al. Os motores do futuro motores síncronos de relutância controlados por variadores de velocidade estão a trazer maior eficiência às aplicações industriais. Os motores do futuro, [s.l.], p. 1-6, jun. 2015. Disponível em: [http://www02.abb.com/global/ptabb/ptabb181.nsf/0/fa818991a4622364c1257af4005d6c8a/\\$file/artigo\\_motores](http://www02.abb.com/global/ptabb/ptabb181.nsf/0/fa818991a4622364c1257af4005d6c8a/$file/artigo_motores).