ESTUDO GEOMÉTRICO DE MÁXIMOS E MÍNIMOS DE UMA FUNÇÃO DE DUAS VARIÁVEIS ATRAVÉS DO CAMPO DE VETOR GRADIENTE

Ricardo Soares Oliveira[1](PQ), **Mateus Almeida de Freitas[1](PQ)** , **Jucimar Peruzzo[2](PQ)**

[1]Instituto Federal de Goiás, *Campus* Itumbiara; [2]Instituto Federal Catarinense, *Campus* Concordia

Área do Conhecimento: Ciências exatas e da terra.

Palavras-chave: *gradiente; software; gráfico; função; ponto.*

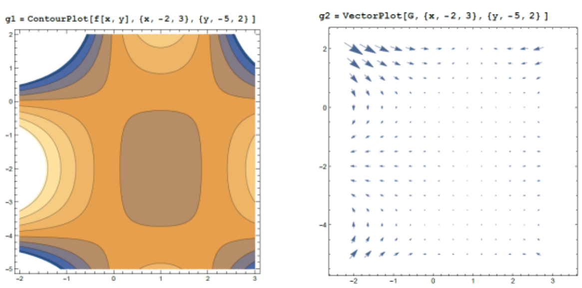
Introdução

O gráfico de uma função de duas variáveis são superfícies que podem assumir uma variedade de formatos, os quais traduzem a maioria das relações que ocorrem na física, economia, e de modo geral, na natureza. É natural questionar o comportamento da função em determinados pontos, chamados pontos críticos, para descobrir se são pontos de máximo local, mínimo local ou ponto de sela. O presente trabalho tem por objetivo relacionar uma visão geométrica do comportamento de uma função, através do vetor gradiente com auxilio computacional do software *Wolfram Mathematica*, para classificar os pontos críticos de uma função.

Resultados e Discussão

No primeiro momento será construído o campo de vetor gradiente, de uma determinada função de duas variáveis, sobreposto com o gráfico de suas curvas de nível. Representados separadamente na figura 1 os gráficos. A noção de vetor gradiente é:
O *gradiente* de uma função diferenciável, $f: U \to \Re$ no ponto $a \in U$ é o vetor $\nabla f(a) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}(a), \ldots \frac{\partial f}{\partial x_n}(a) \right)$.

Figura 1 – (a) Curvas de nível
(b) Campo de vetor gradiente.



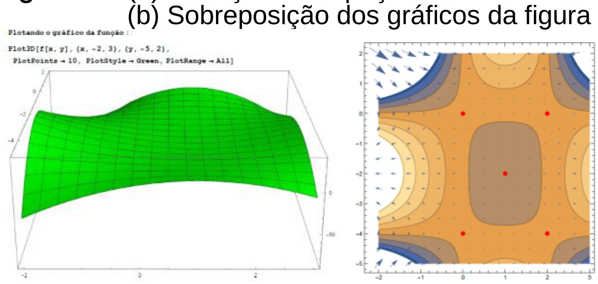
Pode-se destacar duas importantes propriedades do vetor gradiente. Justifica-se assim a utilização desse vetor, para o estudo do comportamento da função.
Para isso, foi fixado $a \in U$ e além disso $f(a) \neq 0$.

1. O gradiente aponta para uma direção segundo a qual a função é crescente.
2. Dentre todas as direções nas quais a função cresce, a direção do gradiente é de crescimento mais rápido.

$$D_u f = \nabla f . \vec{u} = |\nabla f \| \vec{u}| \cos\theta = |\nabla f| \cos\theta$$

Realizada a análise da seguinte função de variáveis reais a valores reais, representada na figura 2(a) : $f(x,y) = 6 - x^2(y+2)^2 + 2(y+2) + 4x^2 - 8x$.
Foi determinado os seguintes pontos críticos, (0, -4), (2, -4), (2, 0), (0, 0), (1, -2), através das derivadas parciais, e utilizado a classificação dos autovalores da matriz hessiana *H(a)*. Coincide exatamente com os pontos da figura 2(b), onde o vetor gradiente se aproxima do ponto, tem-se um máximo local, ou se o vetor gradiente indica no sentido contrário ao ponto, tem-se um mínimo local, entretanto se ocorre as duas situações quando aproxima do ponto, obtém-se um ponto de sela.

Figura 2 – (a) A função no espaço
(b) Sobreposição dos gráficos da figura 1



Conclusões

Os quatro primeiros pontos são pontos de sela, verifica-se geometricamente através do campo de vetor gradiente sobreposto ao da curva de nível. E o último ponto é um ponto de mínimo local, verifica-se também através do gráfico da função no espaço.

Agradecimentos

Agradeço aos professores que contribuíram e participaram, e o apoio da Instituição.

Referências Bibliográficas

LIMA, Elon Lages. **Curso de Análise**.10 ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2010. v.2.

STEWART, James. **Cálculo**. 7 ed. São Paulo: Ceangage Learning, 2015. V. 2.

BOLDRINI, José Luiz; COSTA, Sueli I. Rodrigues. FIGUEIREDO, Vera Lucia. **Álgebra Linear**. 3 ed. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1980.